DIPLOME NATIONAL DU BREVET
SESSION 2017
Mathématiques
Corrigé

*La thématique commune de l'épreuve de sciences était **la santé**, principalement abordée dans l'exercice 4 qui parle d'allergies alimentaires en France.*

Dans cet exercice qui compte pour 10 points, la difficulté majeurs était d'exploiter simultanément les documents fournis.

Rappel :

45 points sont attribués à la résolution des exercices et 5 points accordés à la présentation de la copie.

Exercice N°	Prérequis	Barème	
1(QCM)	Fractions, équations	4,5 pts	8 min
2	Géométrie : Théorème de Pythagore, Aires	9,5 pts	20 min
3	Probabilités	6 pts	12 min
4	Pourcentages, statistiques	10 pts	20 min
5	Algorithmique	5 pts	10 min
6	Aires, Tableur	10 pts	20 min

Première lecture du sujet ~ 15 min

Au début de l'épreuve, cette lecture est importante et doit vous permettre de :

- Repérez les notions clés pour la résolution des exercices
- Identifiez les exercices les plus faciles pour vous
- Fixez-vous des objectif temps à consacrer à chaque exercice (voir le tableau ci-dessus)

Pendant l'épreuve

Commencez par les exercices qui vous semblent les plus faciles

Soignez votre présentation (vous pouvez utiliser une copie par exercice)

Numérotez les questions traitées

Justifiez vos réponses (sauf indication contraire dans l'énoncé)

Laissez des traces de recherche et expliquez ce que vous faites, même si vous n'y arrivez pas

Pensez à utiliser des résultats des questions précédentes que vous n'avez pas su démonter.

Relecture et Vérification ~ 15 min

A la fin de l'épreuve, réservez du temps pour relire votre travail :

Encadrez vos résultats, **corrigez** les fautes d'orthographe,

Vérifiez que vous n'avez rien omis (des blancs non complétés….)

Numérotez vos copies

Exercice 1 (QCM) :

1) Réponse B

$$\frac{7}{4}+\frac{2}{3} = \frac{7\times3}{4\times3}+\frac{2\times4}{3\times4}$$

$$= \frac{21}{12}+\frac{8}{12} = \boldsymbol{\frac{29}{12}}$$

2) Réponse C

$5x + 12 = 3$

$\Longleftrightarrow 5x = 3 - 12$

$\Longleftrightarrow 5x = -9 \Longleftrightarrow \boldsymbol{x = \frac{-9}{5} = -1,8}$

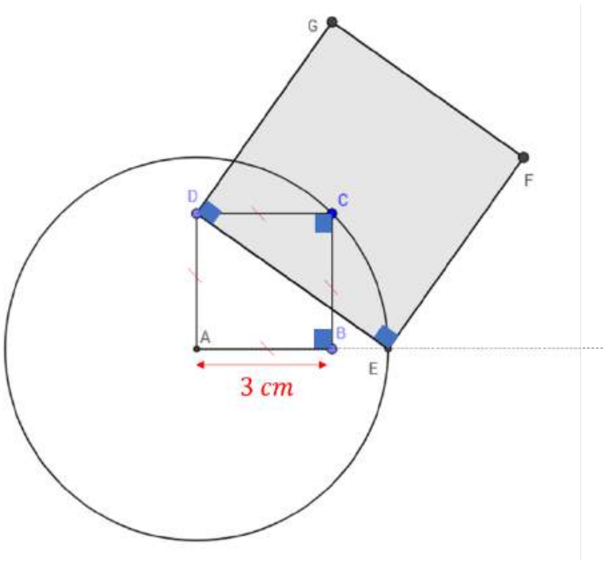
3) Réponse B

$\frac{\sqrt{5}+1}{2} = 1{,}618033 \ldots . \approx 1{,}6$

La valeur approchée arrondie au dixième près, soit à 1 chiffre après la virgule est **1,6.**

Exercice 2 :

1) Construction avec $AB = 3cm$



2) Dans cette question $AB = 10\ cm$

a) Le triangle ABC est rectangle en B. D'après le théorème de Pythagore :

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

$AC^2 = 10^2 + 10^2 = 200 \quad \Longrightarrow \boldsymbol{AC = \sqrt{200}\ cm}$

b) Le point E est sur le cercle de centre A et de rayon AC.

Donc $AE = AC = \boldsymbol{\sqrt{200}\ cm}$

c) Calculons les aires des carrés ABCD et DEFG

- $Aire_{ABCD} = AB^2 = 10^2 = 100\ cm^2$
- $Aire_{DEFG} = DE^2$

  Or on sait que le triangle DAE est rectangle en A. Donc d'après le théorème de Pythagore :

  $DE^2 = DA^2 + AE^2 = 10^2 + \sqrt{200}^2 = 100 + 200 = 300\ cm^2$

  Donc $Aire_{DEFG} = 300 = 3 \times 100$

  $Aire_{DEFG} = 3 \times Aire_{ABCD}$

L'aire du carré DEFG est donc le triple de l'aire du carré ABCD

3) Soit x la longueur de AB.

L'aire de ABCD exprimé en fonction de x est : $Aire_{ABCD} = AB^2 = x^2$

Or, dans cette question, on admet que l'aire du carré DEFG est toujours le triple de l'aire du carré ABCD pour n'importe quelle longueur de AB. Donc :

$$Aire_{DEFG} = 3 \times Aire_{ABCD} = 3x^2$$

On cherche x tel que :

$Aire_{DEFG} = 48 \quad \Longleftrightarrow 3x^2 = 48$

$\Longleftrightarrow x^2 = \frac{48}{3}$

$\Longleftrightarrow x^2 = 16 \quad \Longleftrightarrow x = \sqrt{16} = 4 \ \ ou\ x = -\sqrt{16} = -4$

On ne retient que la solution positive $\boldsymbol{x = 4\ cm}$ car on cherche une distance.

Au départ, il faut donc choisir une longueur $\boldsymbol{AB = 4\ cm}$

Exercice 3 :

Dans l'urne il y a 12 boules numérotées de 1 à 12.

1) Dans l'urne on a :

- 6 numéros pairs : {2 ; 4 ; 6 ; 8 ; 10 ; 12}

  La probabilité d'obtenir un nombre pair est donc $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

- 4 multiples de 3 : {3 ; 6 ; 9 ; 12}

  La probabilité d'obtenir un multiple de 3 est $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

$\frac{1}{2} > \frac{1}{3}$ Il est donc plus probable d'obtenir un numéro pair.

2) « Obtenir un nombre inférieur à 20 » est un événement certain. Quel que soit la boule tirée, le numéro sera inférieur à 20.

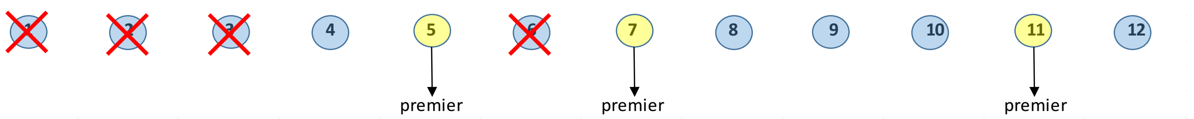
Donc La probabilité d'obtenir un nombre inférieur à 20 est égale à 1.

3) Les diviseurs de 6 sont : {1 ; 2 ; 3 ; 6}

Si on enlève ces numéros de l'urne il reste 8 boules numérotées :

{4 ; 5 ; 7 ; 8 ; 9 ; 10 ; 11 ; 12}

Parmi ces numéros seuls 5, 7 et 11 sont premiers (il y a donc 3 nombres premiers)



La probabilité d'obtenir un nombre premier est donc

$$p = \frac{Nombre\ de\ Nb\ premiers}{Nombre\ total\ de\ boules\ dans\ l'urne} = \frac{3}{8} = \mathbf{0,375}$$

Exercice 4 :

Partie I

Document 1

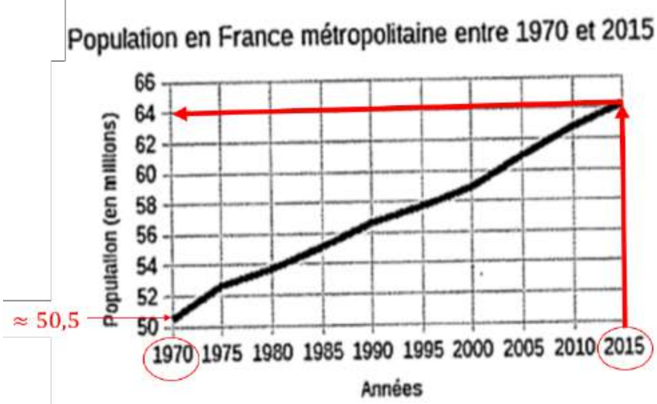
En 2015, environ 4,7 % de la population française souffrait d'allergies alimentaires.

En 2010, les personnes concernées par des allergies alimentaires étaient deux fois moins nombreuses qu'en 2015.

En 1970, seulement 1 % de la population était concernée.

Source : Agence nationale de la sécurité sanitaire de l'alimentation, de l'environnement et du travail.

Document 2



1)On sait qu'en 2015 :

- la population française était environ de 64 millions d'habitants(document 2)
- et 4,7% de cette population souffrait d'allergie(document 1)

Le nombre de personnes souffrant d'allergie en 2015 est $\frac{64\times4,7}{100} = 3,008$ millions

On en déduit que le nombre de personnes souffrant d'allergie en 2010 :

$$\begin{aligned} Nb\ Allergiques_{2010} &= \frac{1}{2} Nb\ Allergiques_{2015} \\ &= \frac{1}{2}\times3,008 \\ &= 1,504 \text{ millions} \\ &= 1\ 504\ 000\ habitants \end{aligned}$$

Donc en 2010 environs 1 500 000 personnes souffraient d'allergie alimentaires.

2)En 1970 1% de la population (environs 50 millions d'habitants) était concernée, ce qui correspond à

$\frac{50\times1}{100} = 0,5\ millions\ \ (soit\ 500\ 000\ personnes)$

$\underline{Methode\ 1}$

$$\frac{Nb\ Allergiques_{2015}}{Nb\ Allergiques_{1970}} = \frac{3,008}{0,5} = 6,016 \approx \mathbf{6}$$

Methode 2

$$Nb\ Allergiques_{1970} \times 6 = 0{,}5 \times 6 = 3 \text{ millions } \approx Nb\ Allergiques_{2015}$$

On peut donc admettre qu'en 2015 il y avait environ 6 fois plus de personnes concernées en 1907.

Remarque : pour plus de précisions, on peut faire les mêmes calculs avec 50,5 millions d'habitants. On obtiendrait : $\frac{3{,}008}{0{,}505} = 5{,}96 \approx \mathbf{6}$

On aboutit à la même conclusion.

Partie II

1) En 2015, la proportion d'élèves souffrant d'allergie dans ce collège est :

$$p = \frac{32}{681} \approx 0{,}047$$

$$p \approx 4{,}7\%$$

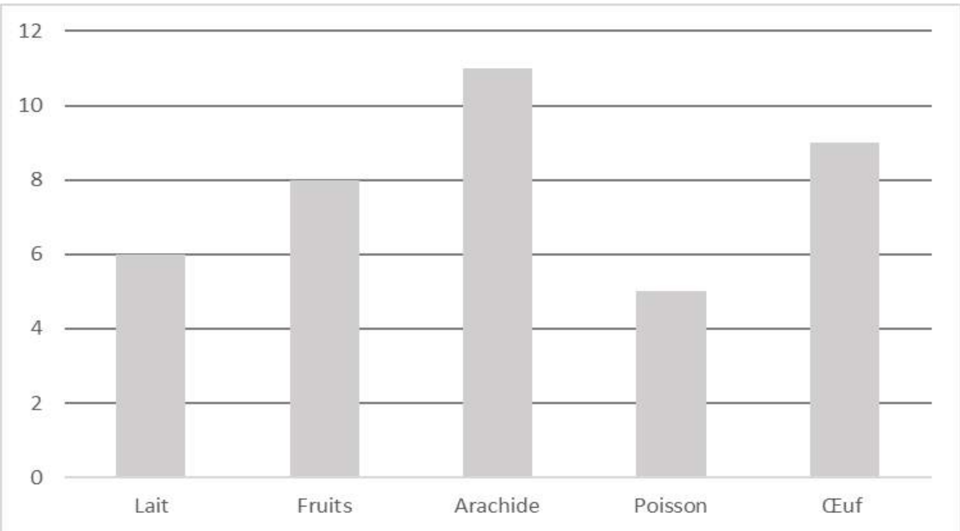
La proportion d'élèves souffrant d'allergie dans ce collège est quasiment égale à celle de la population française.

2) En additionnant tous les nombres du tableau, Jawad trouve 39 au lieu de 32.

Or on sait que seulement 32 élèves souffrent d'allergies.

Ce qui signifie qu'au moins un élève est allergique à plusieurs aliments à la fois.

3) Le diagramme de Lucas est le mieux adapté car il s'il fait correspondre à chaque aliment (variable qualitative étudiée) les effectifs correspondant.



Exercice 5 :

1) Les coordonnées du centre de la balle sont $(160\,;120\,)$

2) Le chat est dans la position obtenue au déclanchement du bloc de départ.

Il a pour coordonnées $(-120\,;-80)$

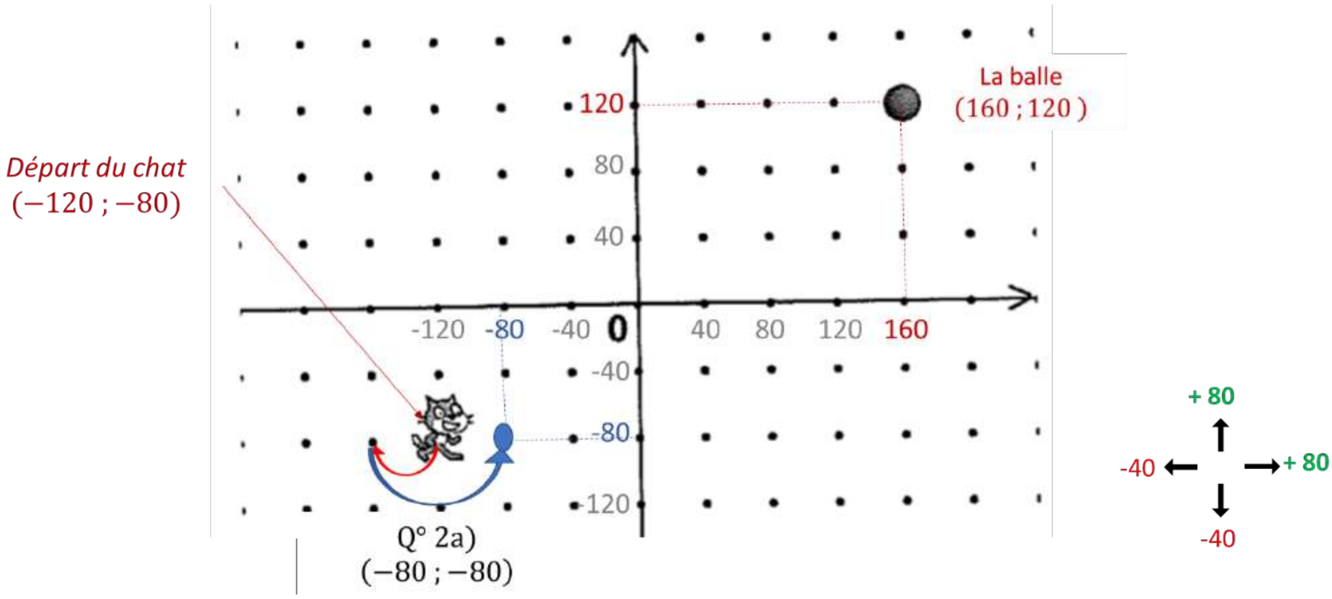
a)

Lorsque le joueur appuie sur ← le chat se déplace de 40 unités vers la gauche, ses coordonnées deviennent : $(-120 - 40\,;-80) = (-160\,;-80)$

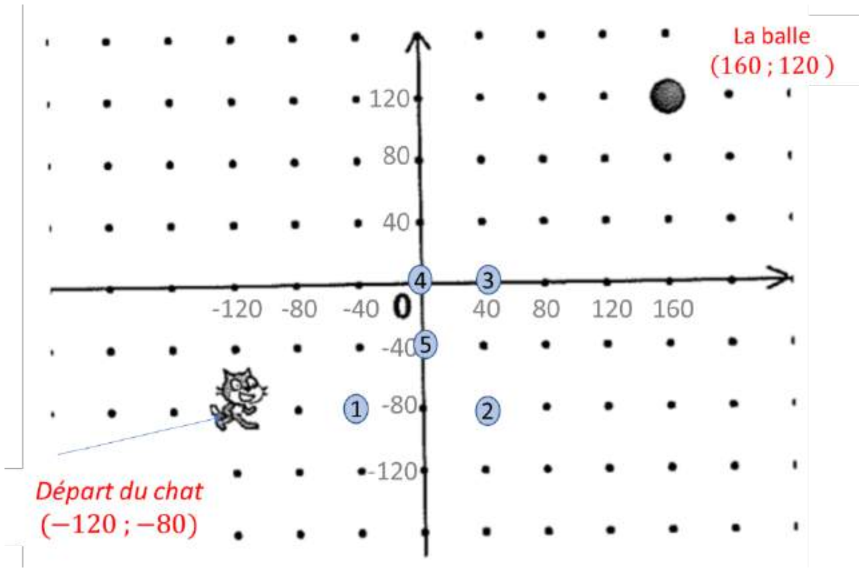
Lorsque le joueur appuie ensuite sur → il se déplace de 80 unités vers la droite, ses nouvelles coordonnées sont : $(-160 + 80\,;-80) = (-80\,;-80)$

Il ne revient donc pas à sa position initiale car $(-80\,;-80) \neq (-120\,;-80)$

On retrouve les mêmes résultats graphiquement :



b) Apres le déplacement → → ↑ ← ↓, les coordonnées du chat sont $(\mathbf{0}\,;\mathbf{40})$



Touche	Coordonnées	
Depart	(-120 ; -80)	
→	(-40 ; -80)	1
→	(40 ; -80)	2
↑	(40 ; 0)	3
←	(0 ; 0)	4
↓	(0 ; -40)	5

c) C'est le déplacement 2 qui permet d'atteindre la balle

Déplacement 1	Déplacement 2	Déplacement 3
→→→→→→→↑↑↑↑↑	→→→↑↑↑→↓←	↑→↑→↑→→↓↓

Avec cette succession de touches on a :

- 4 déplacements vers la droite et 1 à gauche :

  Soit un déplacement de $+4\times80-1\times40=+280\,unités$ *en abscisse*

- 3 déplacements vers le haut et un vers le bas :

  Soit un déplacement de $+3\times80-1\times40=+200\,unités$ *en ordonnées*

Les coordonnées initiales étant $(-120\,;-80)$ on obtient

$(-120+280\,;-80+200)=(\mathbf{160}\,;\mathbf{120})$

Avec ce déplacement, on le chat atteint donc la balle.

Remarque :

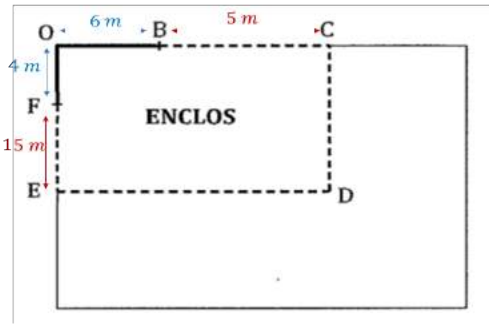
De façon similaire on remarque que les propositions 1 et 2 conduisent respectivement aux points de coordonnées $(440\,;320)$ *et* $(200\,;80)$ *qui ne sont pas identiques à celles de la balle.*

3) Quand le chat atteint la balle le programme affiche le message

« Je t'ai attrapé ».

Exercice 6 :

1) Avec $BC = 5m$ et $FE = 15m$ on a :



- $\boldsymbol{ED} = OC = OB + BC$
  $= 6 + 5 = \mathbf{11\ m}$

et

- $\boldsymbol{DC} = OE = OF + FE$
  $= 4 + 15 = \mathbf{19\ m}$

a) Le grillage mesure :

$$FE + ED + DC + CB = 15 + 11 + 19 + 5 = 50\ m$$

Leïla utilise les 50 m de grillage.

b) L'aire de l'enclos est celle du rectangle OCDE.

$$A = OC \times OE = 11 \times 19 = \mathbf{209\ m^2}$$

2) $A(x) = -x^2 + 18x + 144$

En appliquant la formule avec $x = 5$ on a :

$A(5) = -5^2 + 18 \times 5 + 144 = -25 + 90 + 144 = 209$

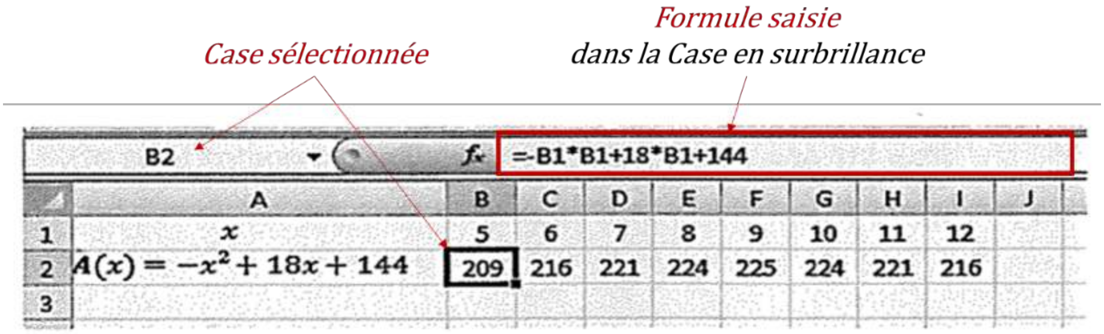
On trouve l'aire calculée en question 1.

Donc la formule de la voisine est bien cohérente avec le résultat

3)

a) Dans la barre de formule, on peut lire la formule saisie en B2 :

« $= -B1 * B1 + 18 * B1 + 144$ »



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	x	5	6	7	8	9	10	11	12	
2	$A(x) = -x^2 + 18x + 144$	209	216	221	224	225	224	221	216	
3										

On en déduit la formule en F2 en remplaçant la lettre B par F dans cette formule :

$$\text{« } \boldsymbol{= -F1 * F1 + 18 * F1 + 144} \text{ »}$$

b) Parmi les valeurs du tableau, l'aire maximale est $225\ cm^2$ pour $x = 9$.

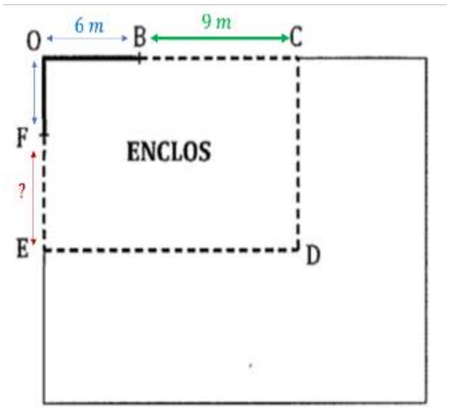
Leïla va choisir $BC = 9\ m$ pour obtenir un enclos d'aire maximale.

c) Pour $BC = 9\ m$

- $0C = 6 + 9 = 15\ m$
- On sait que l'aire de l'enclos est $A_{max} = OC \times OE$

  D'où :
  $225 = 15 \times OE$
  $OE = \dfrac{225}{15} = 15\ m$

  $$\boldsymbol{0C = OE = 15\ m}$$



L'enclos ainsi obtenu est un carré de coté $15\ m$