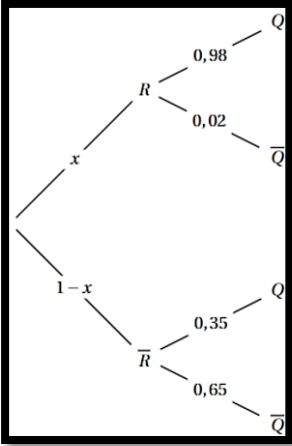


D. BENMAKHOUF

Ex.1.	
1.	$P(Q) = 0,917$ et $P_{\bar{R}}(\bar{Q}) = 0,65$.
2.a.	
2.b	<p>R et \bar{R} forment un système complet d'événements. Probas totales :</p> $P(Q) = P(R \cap Q) + P(\bar{R} \cap Q)$ $\Leftrightarrow 0,917 = P(R) \times P_R(Q) + P(\bar{R}) \times P_{\bar{R}}(Q)$ $\Leftrightarrow 0,917 = 0,98x + (1 - x) \times 0,35$ $\Leftrightarrow x = 0,9.$
3.	<p>On cherche à calculer $P_Q(R)$.</p> $P_Q(R) = \frac{P(R \cap Q)}{P(Q)} = \frac{0,882}{0,917} \approx 0,962.$
4.	<p>On cherche la note N_0 tel que $P(N \geq N_0) \geq 0,65$.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Si $N_0 = 11, P(N \geq 11) \approx 0,797 > 0,65$. • Si $N_0 = 12, P(N \geq 12) \approx 0,649 < 0,65$.




	Il faut une note supérieure ou égale à 11/20 pour être récompensé.
5.	<p>Les variables aléatoires sont identiquement distribuées (<i>i. d. d.</i> = même loi) et sont indépendantes</p> <p>Par linéarité de l'espérance :</p> $E(S) = E(N_1) + \dots + E(N_{10})$ $= 10 \times E(N) \text{ car les variables sont } i. d. d.$ $= 10 \times 20 \times 0,615 = 123 \text{ car } E(N) = n \times p$ <p>$V(S) = V(N_1) + \dots + V(N_{10})$ car les v.a sont indéptes.</p> $= 10 \times 123 \times (1 - 0,615) \text{ car } V(N) = np(1 - p)$ $\approx 473,55$
6.a.	$M = \frac{S}{10}$ correspond à la note moyenne obtenue sur l'échantillon des 10 étudiants interrogé au hasard.
6.b.	$E(M) = E\left(\frac{S}{10}\right) = \frac{1}{10}E(S) = 12,3$ par linéarité de l'espérance. $V(M) = V\left(\frac{S}{10}\right) = \frac{1}{10^2}V(S) = 0,47355$ En effet, pour a réel, $V(aX) = a^2V(X)$.
6.c.	$P(10,3 < M < 14,3)$ $= P(10,3 - 12,3 < M - E(M) < 14,3 - 12,3)$ $= P(-2 < M - E(M) < 2)$ $= P(M - E(M) < 2)$ $= 1 - P(M - E(M) \geq 2) \geq 1 - \frac{V(M)}{2^2} \text{ (Inégalité. B.T)}$ <p>Soit $P(10,3 \leq M \leq 14,3) \geq 0,882$.</p> <p>L'affirmation est correcte.</p>
Ex.2.	

D. BENMAKHOUF

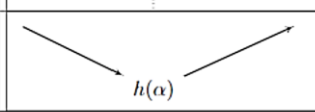
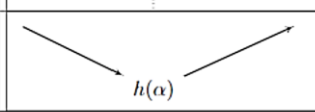
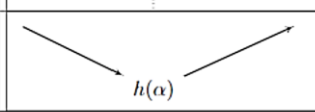
Partie A.	
1.	$\text{Taux} = \frac{m}{V} = \frac{15000}{50000} = 0,3 \text{ mg. L}^{-1}$
2.	<p>$P(n) : \ll v_n \leq v_{n+1} \leq 4 \gg$</p> <p>Initialisation : $v_0 \leq v_1 \leq 4$ En effet $v_0 = 0,7$ et $v_1 = 0,944$. $P(0)$ est vraie.</p> <p>Hérédité : On suppose la propriété vraie pour un entier k fixé. $P(k) : \ll v_k \leq v_{k+1} \leq 4 \gg$ (H.R)</p> <p>On vise : $\ll v_{k+1} \leq v_{k+2} \leq 4 \gg$</p> <p>On part de : $\ll v_k \leq v_{k+1} \leq 4 \gg$ (H.R)</p> <p>On multiplie par $0,92 > 0$. Donc conservation des inégalités :</p> $0,92v_k \leq 0,92v_{k+1} \leq 3,68$ <p>On ajoute $0,3$:</p> $0,92v_k + 0,3 \leq 0,92v_{k+1} + 0,3 \leq 3,98 < 4$ <p>On a bien : $v_{k+1} \leq v_{k+2} \leq 4$. $P(k+1)$ est vraie.</p> <p>Conclure : $P(0)$ est vraie et la propriété est héréditaire. Donc pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n \leq v_{n+1} \leq 4$.</p>
2.b.	<p>(v_n) est croissante et majorée par 4 donc est convergente en vertu du théorème de convergence monotone. Elle converge vers un réel $l \leq 4$.</p> <p>Par passage à la limite dans la relation de récurrence, on a :</p>

	$l = 0,92l + 0,3$ <p>D'où $l = 3,75$.</p>
3.	NON, car $l = 3,75 \text{ mg. L}^{-1} > 3 \text{ mg. L}^{-1}$.
4.	<div style="border: 2px solid black; padding: 10px; width: fit-content; margin: auto;"> <pre>def alerte_chlore(s) : n=0 v=0.7 while v<=s : n=n+1 v=0,92*v+0,3 return n</pre> </div>
5.	$n = 17$. Le samedi 6 juillet 2024, le seuil préconisé sera dépasser soit 17 jours après le 19 juin 2024. A cette date, le taux de chlore ne sera pas conforme.
Partie B.	
1.	<p>$(E) : y' = -0,08y + \frac{q}{50}$ avec $a = 0,08$ et $b = \frac{q}{50}$.</p> $f(x) = Ce^{ax} - \frac{b}{a} \Rightarrow f(x) = Ce^{0,08x} - \frac{q}{4} \text{ où } C \in \mathbb{R}$
2.a.	<p>Comme $\lim_{x \rightarrow +\infty} Ce^{-0,08x} = 0$, on en déduit que :</p> $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{q}{4}$
2.b.	<p>On doit résoudre : $\frac{q}{4} = 2$ soit $q = 8$.</p> <p>De plus, $f(0) = 0,7 \text{ mg. L}^{-1}$ donc $C = -1,3$.</p> <p>Ainsi, $f(x) = -1,3e^{-0,08x} + 2$</p>

Ex.3	
Partie A.	
1.	$f(-1) = -2$ et $f'(-1) = 1$ $f'(-1) = 1$ est le coefficient directeur de la tangente T
2.	Non, car au point d'abscisse environ $-1,2$ la tangente semble traverser la courbe. On a donc un point d'inflexion en ce point et donc un changement de convexité.
3.	<p>Etant donné que la courbe semble couper l'axe des abscisses en un seul point, on peut conjecturer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution sur l'intervalle considéré. Notons α cette solution.</p> <p style="text-align: center;">$\alpha \approx 0,1$ à 10^{-1} près</p>
Partie B.	
1.	<p>En $-\infty$: On pose $X = x + 2$. Lorsque x tend vers -2^+, X tend vers 0^+.</p> $\lim_{x \rightarrow -2^+} \ln(x + 2) = \lim_{X \rightarrow 0^+} \ln X = -\infty.$ <p>Au final, au vu des termes restants, on a :</p> $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -\infty.$ <p>En $+\infty$: On pose $X = x + 2$. Lorsque x tend vers $+\infty$, X tend vers $+\infty$.</p> $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x + 2) = \lim_{X \rightarrow +\infty} \ln X = +\infty.$ <p>Au final, au vu des termes restants, on a :</p>

	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty.$									
2.	$f'(x) = (x^2 + 2x - 1 + \ln(x + 2))'$ $= 2x + 2 + \frac{(x+2)'}{x+2} \quad \ln u = \frac{u'}{u} \text{ pour } u > 0.$ $= \frac{2x^2 + 6x + 5}{x+2} \text{ pour } x > -2.$									
3.	<p>Sur $] -2; +\infty[$, $f'(x)$ est du même signe que :</p> $2x^2 + 6x + 5 \text{ car } x + 2 > 0$ <p>$\Delta = -4 < 0 \Rightarrow$ pas de racine pour le trinôme du 2nd degré. Ce trinôme est à valeur strictement positive donc $f'(x)$ aussi. f est donc strictement croissante sur son ensemble de définition.</p> <div style="border: 2px solid black; padding: 10px; margin: 10px auto; width: fit-content;"> <table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">-2</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$f'(x)$</td> <td style="padding: 5px;"> </td> <td style="padding: 5px;">+</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">f</td> <td style="padding: 5px;"> </td> <td style="padding: 5px;"> $+\infty$  $-\infty$ </td> </tr> </table> </div>	x	-2	$+\infty$	$f'(x)$		+	f		$+\infty$  $-\infty$
x	-2	$+\infty$								
$f'(x)$		+								
f		$+\infty$  $-\infty$								
4.	<ul style="list-style-type: none"> • f est continue et est strictement croissante sur $] -2; +\infty[$. • $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -\infty.$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty.$ • $0 \in \mathbb{R}.$ <p>Conclure avec le corollaire du TVI.</p> <p style="text-align: center;">$\alpha \approx 0,12$</p>									

D. BENMAKHOUF

5.	f est négative sur $] - 2; \alpha]$ et est positive sur $[\alpha; +\infty[$.																
6.	$f''(x) = \frac{2x^2 + 8x + 7}{(x + 2)^2}$ <p>Sur $] - 2; +\infty[$, f s'annule en $\frac{\sqrt{2}-4}{2}$.</p> <ul style="list-style-type: none"> $] - 2; \frac{\sqrt{2}-4}{2}[$, f est concave. $] \frac{\sqrt{2}-4}{2}; +\infty[$, f est convexe. Point d'inflexion en $\frac{\sqrt{2}-4}{2}$. 																
Partie C.																	
1.	$h(x) = JM^2 = (x_M - x_j)^2 + (y_M - y_j)^2$ $= (x - 0)^2 + (g(x) - 1)^2$ $= x^2 + (\ln(x + 2) - 1)^2$																
2.a.	<p>$h'(x)$ est du même signe que $f(x)$ sur $] - 2; +\infty[$.</p> <p>h est donc décroissante sur $] - 2; \alpha[$ puis croissante sur $]\alpha; +\infty[$.</p> <div style="border: 2px solid black; padding: 5px; margin: 10px auto; width: fit-content;"> <table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="padding: 2px 10px;">x</td> <td style="padding: 2px 10px;">-2</td> <td style="padding: 2px 10px;">α</td> <td style="padding: 2px 10px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 10px;">$f(x)$</td> <td style="padding: 2px 10px;"> </td> <td style="padding: 2px 10px;">- 0 +</td> <td style="padding: 2px 10px;">+</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 10px;">$h'(x)$</td> <td style="padding: 2px 10px;"> </td> <td style="padding: 2px 10px;">- 0 +</td> <td style="padding: 2px 10px;">+</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 10px;">h</td> <td colspan="3" style="padding: 2px 10px;">  </td> </tr> </table> </div>	x	-2	α	$+\infty$	$f(x)$		- 0 +	+	$h'(x)$		- 0 +	+	h			
x	-2	α	$+\infty$														
$f(x)$		- 0 +	+														
$h'(x)$		- 0 +	+														
h																	
2.b.	Comme $h(x) = JM^2$, JM est minimale lorsque h est minimale. Cela se produit lorsque $x = \alpha$ d'après la question précédente.																

3.a.	<p>En ce point M_α d'abscisse α, la dérivée h' s'annule car h admet un minimum en cette valeur α d'après la question précédente et oui encore...</p> <p>Ainsi, $h'(\alpha) = 0 \Leftrightarrow \frac{2f(\alpha)}{\alpha+2} = 0 \Leftrightarrow f(\alpha) = 0$</p> $\Leftrightarrow \alpha^2 + 2\alpha - 1 + \ln(\alpha + 2) = 0$ $\Leftrightarrow \ln(\alpha + 2) = 1 - 2\alpha - \alpha^2.$
3.b.	<p>Méthode 1. On doit établir l'égalité :</p> $g'(\alpha) \times \frac{g(\alpha) - 1}{\alpha} = -1$ <ul style="list-style-type: none"> $g'(\alpha)$ désigne le coefficient directeur de la tangente à C_g au point d'abscisse α $\frac{g(\alpha)-1}{\alpha}$ désigne le coefficient directeur de la droite (JM_α) $g'(\alpha) \times \frac{g(\alpha) - 1}{\alpha} = \frac{1}{\alpha + 2} \times \frac{\ln(\alpha + 2) - 1}{\alpha}$ $= \frac{1}{\alpha + 2} \times \frac{-2\alpha - \alpha^2}{\alpha}$ $= \frac{1}{\alpha + 2} \times \frac{-\alpha(\alpha + 2)}{\alpha}$ $= -1$ <p>Méthode 2. On aurait pu démontrer simplement la colinéarité d'un vecteur normal à la tangente avec $\overrightarrow{JM_\alpha}$. Cela implique d'utiliser l'équation réduite puis de revenir à l'équation cartésienne pour extraire ses coordonnées.</p> <p>Méthode 3. On aurait pu utiliser la formule analytique du produit scalaire dans le plan, en montrant simplement</p>

D. BENMAKHOUF

	l'orthogonalité d'un vecteur directeur de la tangente avec $\overrightarrow{JM_\alpha}$.
--	---

Ex.4.	
AFFIRMATION1	<p>A, C et D définissent le plan d'équation $8x - 5y + 4z - 16 = 0$ si et seulement si les coordonnées de ces points vérifient l'équation cartésiennes de ce plan.</p> <p>Pour A : $8 \times 2 - 5 \times 0 + 4 \times 0 - 16 = 0$.</p> <p>Pour C : $8 \times 4 - 5 \times 4 + 4 \times 1 - 16 = 0$.</p> <p>Pour D : $8 \times 0 - 5 \times 0 + 4 \times 4 - 16 = 0$.</p> <p>VRAIE</p>
AFFIRMATION2	<p>Vu que A, C et D sont dans un même plan, il suffit de vérifier que B est également dans ce plan. On raisonne de la même manière que précédemment.</p> <p>Pour B : $8 \times 0 - 5 \times 4 + 4 \times 3 - 16 \neq 0$.</p> <p>FAUX</p>
AFFIRMATION3	<p>On établie les représentations paramétriques des droites et on égalise ligne à ligne :</p> $\begin{cases} 2 + 2t = -k \\ 4t = 4 - 3k \\ t = 3 - k \end{cases}$ <p>On trouve : $(t ; k) = (-5 ; 8)$</p> <p>Ce système ayant une solution qui est le couple précédent. Les droites sont bien sécantes.</p> <p>VRAIE</p>

AFFIRMATION4	<p>Vérifions déjà si \overrightarrow{DH} est colinéaire au vecteur normal au plan $\vec{n} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$.</p> <p>$\overrightarrow{DH} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{DH} = -\vec{n}$. \overrightarrow{DH} et \vec{n} sont colinéaires.</p> <p>Vérifions maintenant si $H \in (ABC)$.</p> $x_H - y_H + 2z_H - 2 = -1 - 1 + 4 - 2 = 0$ <p>On a bien $H \in (ABC)$.</p> <p>VRAIE</p>
---------------------	---