

Corrigé de l'épreuve du baccalauréat de  
spécialité mathématiques

Amérique du nord  
21 mai 2025

<http://specialite.mathematiques.free.fr/>  
[fabien.vinsu@ac-besancon.fr](mailto:fabien.vinsu@ac-besancon.fr)

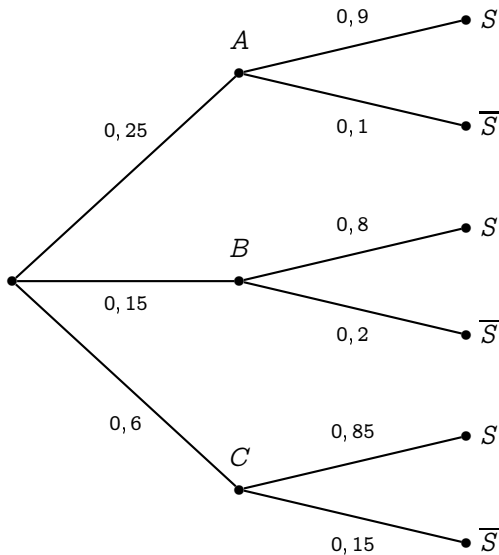
# Exercice 1 - Partie A

# Exercice 1 - Partie A

1. On obtient l'arbre :

# Exercice 1 - Partie A

1. On obtient l'arbre :



2. Il s'agit de calculer  $P(B \cap S)$  :

2. Il s'agit de calculer  $P(B \cap S)$  :

$$P(B \cap S) =$$

2. Il s'agit de calculer  $P(B \cap S)$  :

$$P(B \cap S) = P(B) \times P_B(S)$$

2. Il s'agit de calculer  $P(B \cap S)$  :

$$P(B \cap S) = P(B) \times P_B(S) = 0,15 \times 0,8$$

2. Il s'agit de calculer  $P(B \cap S)$  :

$$P(B \cap S) = P(B) \times P_B(S) = 0,15 \times 0,8 = 0,12$$

2. Il s'agit de calculer  $P(B \cap S)$  :

$$P(B \cap S) = P(B) \times P_B(S) = 0,15 \times 0,8 = 0,12$$

La probabilité que la connexion soit stable et passe par le serveur B est donc :

2. Il s'agit de calculer  $P(B \cap S)$  :

$$P(B \cap S) = P(B) \times P_B(S) = 0,15 \times 0,8 = 0,12$$

La probabilité que la connexion soit stable et passe par le serveur B est donc :

$$P(B \cap S) = 0,12$$

3. On a :

$$P(C \cap \overline{S}) =$$

3. On a :

$$P(C \cap \overline{S}) = P(C) \times P_C(\overline{S})$$

3. On a :

$$P(C \cap \overline{S}) = P(C) \times P_C(\overline{S}) = 0,6 \times 0,15$$

3. On a :

$$P(C \cap \overline{S}) = P(C) \times P_C(\overline{S}) = 0,6 \times 0,15 = 0,09$$

3. On a :

$$P(C \cap \overline{S}) = P(C) \times P_C(\overline{S}) = 0,6 \times 0,15 = 0,09$$

La probabilité que la connexion passe par le serveur C et soit instable est donc :

3. On a :

$$P(C \cap \overline{S}) = P(C) \times P_C(\overline{S}) = 0,6 \times 0,15 = 0,09$$

La probabilité que la connexion passe par le serveur C et soit instable est donc :

$$P(C \cap \overline{S}) = 0,09$$

4. Les événements  $A$ ,  $B$  et  $C$  forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

4. Les événements  $A$ ,  $B$  et  $C$  forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$P(S) =$$

4. Les événements  $A$ ,  $B$  et  $C$  forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$P(S) = P(A) \times P_A(S) + P(B) \times P_B(S) + P(C) \times P_C(S)$$

4. Les événements  $A$ ,  $B$  et  $C$  forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned}P(S) &= P(A) \times P_A(S) + P(B) \times P_B(S) + P(C) \times P_C(S) \\ &= 0,25 \times 0,9 + 0,15 \times 0,8 + 0,6 \times 0,85\end{aligned}$$

4. Les événements  $A$ ,  $B$  et  $C$  forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned}P(S) &= P(A) \times P_A(S) + P(B) \times P_B(S) + P(C) \times P_C(S) \\&= 0,25 \times 0,9 + 0,15 \times 0,8 + 0,6 \times 0,85 \\&= 0,855\end{aligned}$$

4. Les événements  $A$ ,  $B$  et  $C$  forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned}P(S) &= P(A) \times P_A(S) + P(B) \times P_B(S) + P(C) \times P_C(S) \\&= 0,25 \times 0,9 + 0,15 \times 0,8 + 0,6 \times 0,85 \\&= 0,855\end{aligned}$$

La probabilité que la connexion soit stable est donc :

4. Les événements  $A$ ,  $B$  et  $C$  forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned}P(S) &= P(A) \times P_A(S) + P(B) \times P_B(S) + P(C) \times P_C(S) \\&= 0,25 \times 0,9 + 0,15 \times 0,8 + 0,6 \times 0,85 \\&= 0,855\end{aligned}$$

La probabilité que la connexion soit stable est donc :

$$P(S) = 0,855$$

5. Il s'agit de calculer  $P_S(B)$  :

5. Il s'agit de calculer  $P_S(B)$  :

$$P_S(B) =$$

5. Il s'agit de calculer  $P_S(B)$  :

$$P_S(B) = \frac{P(B \cap S)}{P(S)}$$

5. Il s'agit de calculer  $P_S(B)$  :

$$P_S(B) = \frac{P(B \cap S)}{P(S)} = \frac{0,12}{0,855}$$

5. Il s'agit de calculer  $P_S(B)$  :

$$P_S(B) = \frac{P(B \cap S)}{P(S)} = \frac{0,12}{0,855} \approx 0,140$$

5. Il s'agit de calculer  $P_S(B)$  :

$$P_S(B) = \frac{P(B \cap S)}{P(S)} = \frac{0,12}{0,855} \approx 0,140$$

La probabilité que la connexion ait eu lieu depuis le serveur B sachant que la connexion est stable est donc :

5. Il s'agit de calculer  $P_S(B)$  :

$$P_S(B) = \frac{P(B \cap S)}{P(S)} = \frac{0,12}{0,855} \approx 0,140$$

La probabilité que la connexion ait eu lieu depuis le serveur B sachant que la connexion est stable est donc :

$$P_S(B) \approx 0,140$$

1. (a) On répète 50 fois, de façon identique et indépendante, une épreuve de Bernoulli dont la probabilité de succès est égale à 0,145.

1. (a) On répète 50 fois, de façon identique et indépendante, une épreuve de Bernoulli dont la probabilité de succès est égale à  $0,145$ . La variable aléatoire  $X$  compte le nombre de succès donc :

1. (a) On répète 50 fois, de façon identique et indépendante, une épreuve de Bernoulli dont la probabilité de succès est égale à 0,145. La variable aléatoire  $X$  compte le nombre de succès donc :

$X$  suit une loi binomiale de paramètres  $n = 50$  et  $p = 0,145$

1. (b) Il s'agit de calculer  $P(X \leq 8)$ .

- (b) Il s'agit de calculer  $P(X \leq 8)$ . On obtient, à l'aide de la calculatrice que la probabilité qu'au plus huit connexions soient instables est :

1. (b) Il s'agit de calculer  $P(X \leq 8)$ . On obtient, à l'aide de la calculatrice que la probabilité qu'au plus huit connexions soient instables est :

$$P(X \leq 8) \approx 0,704$$

2. (a) Il s'agit de déterminer  $P(X_n \geq 1)$ .

2. (a) Il s'agit de déterminer  $P(X_n \geq 1)$ . On a  
 $P(X_n = 0) =$

2. (a) Il s'agit de déterminer  $P(X_n \geq 1)$ . On a  
 $P(X_n = 0) = (1 - 0,145)^n$

2. (a) Il s'agit de déterminer  $P(X_n \geq 1)$ . On a  
 $P(X_n = 0) = (1 - 0,145)^n = 0,855^n$

2. (a) Il s'agit de déterminer  $P(X_n \geq 1)$ . On a  $P(X_n = 0) = (1 - 0,145)^n = 0,855^n$  et, en passant à l'événement contraire, on obtient :

2. (a) Il s'agit de déterminer  $P(X_n \geq 1)$ . On a  $P(X_n = 0) = (1 - 0,145)^n = 0,855^n$  et, en passant à l'événement contraire, on obtient :

$$P(X_n \geq 1) =$$

2. (a) Il s'agit de déterminer  $P(X_n \geq 1)$ . On a  $P(X_n = 0) = (1 - 0,145)^n = 0,855^n$  et, en passant à l'événement contraire, on obtient :

$$P(X_n \geq 1) = 1 - P(X = 0)$$

2. (a) Il s'agit de déterminer  $P(X_n \geq 1)$ . On a  $P(X_n = 0) = (1 - 0,145)^n = 0,855^n$  et, en passant à l'événement contraire, on obtient :

$$P(X_n \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0,855^n$$

2. (a) Il s'agit de déterminer  $P(X_n \geq 1)$ . On a  $P(X_n = 0) = (1 - 0,145)^n = 0,855^n$  et, en passant à l'événement contraire, on obtient :

$$P(X_n \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0,855^n$$

La probabilité  $p_n$  qu'au moins une connexion de cet échantillon soit instable est donc :

2. (a) Il s'agit de déterminer  $P(X_n \geq 1)$ . On a  $P(X_n = 0) = (1 - 0,145)^n = 0,855^n$  et, en passant à l'événement contraire, on obtient :

$$P(X_n \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0,855^n$$

La probabilité  $p_n$  qu'au moins une connexion de cet échantillon soit instable est donc :

$$p_n = 1 - 0,855^n$$

2. (b) Il s'agit de résoudre l'inéquation  $p_n \geq 0,99$ .

2. (b) Il s'agit de résoudre l'inéquation  $p_n \geq 0,99$ . Pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ , on a :

$$p_n \geq 0,99 \iff$$

2. (b) Il s'agit de résoudre l'inéquation  $p_n \geq 0,99$ . Pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ , on a :

$$p_n \geq 0,99 \iff 1 - 0,855^n \geq 0,99$$

2. (b) Il s'agit de résoudre l'inéquation  $p_n \geq 0,99$ . Pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ , on a :

$$\begin{aligned} p_n \geq 0,99 &\iff 1 - 0,855^n \geq 0,99 \\ &\iff 0,855^n \leq 0,01 \end{aligned}$$

2. (b) Il s'agit de résoudre l'inéquation  $p_n \geq 0,99$ . Pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ , on a :

$$\begin{aligned} p_n \geq 0,99 &\iff 1 - 0,855^n \geq 0,99 \\ &\iff 0,855^n \leq 0,01 \\ &\iff \ln(0,855^n) \leq \ln(0,01) \end{aligned}$$

2. (b) Il s'agit de résoudre l'inéquation  $p_n \geq 0,99$ . Pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ , on a :

$$p_n \geq 0,99 \iff 1 - 0,855^n \geq 0,99$$

$$\iff 0,855^n \leq 0,01$$

$$\iff \ln(0,855^n) \leq \ln(0,01)$$

$$\iff n \ln(0,855) \leq \ln(0,01)$$

2. (b) Il s'agit de résoudre l'inéquation  $p_n \geq 0,99$ . Pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ , on a :

$$\begin{aligned} p_n \geq 0,99 &\iff 1 - 0,855^n \geq 0,99 \\ &\iff 0,855^n \leq 0,01 \\ &\iff \ln(0,855^n) \leq \ln(0,01) \\ &\iff n \ln(0,855) \leq \ln(0,01) \\ &\iff n \geq \frac{\ln(0,01)}{\ln(0,855)} \quad (\text{car } \ln(0,855) < 0) \end{aligned}$$

2. (b) Il s'agit de résoudre l'inéquation  $p_n \geq 0,99$ . Pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ , on a :

$$\begin{aligned} p_n \geq 0,99 &\iff 1 - 0,855^n \geq 0,99 \\ &\iff 0,855^n \leq 0,01 \\ &\iff \ln(0,855^n) \leq \ln(0,01) \\ &\iff n \ln(0,855) \leq \ln(0,01) \\ &\iff n \geq \frac{\ln(0,01)}{\ln(0,855)} \quad (\text{car } \ln(0,855) < 0) \end{aligned}$$

$$\text{Or } \frac{\ln(0,01)}{\ln(0,855)} \approx 29,4$$

2. (b) Il s'agit de résoudre l'inéquation  $p_n \geq 0,99$ . Pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ , on a :

$$\begin{aligned} p_n \geq 0,99 &\iff 1 - 0,855^n \geq 0,99 \\ &\iff 0,855^n \leq 0,01 \\ &\iff \ln(0,855^n) \leq \ln(0,01) \\ &\iff n \ln(0,855) \leq \ln(0,01) \\ &\iff n \geq \frac{\ln(0,01)}{\ln(0,855)} \quad (\text{car } \ln(0,855) < 0) \end{aligned}$$

Or  $\frac{\ln(0,01)}{\ln(0,855)} \approx 29,4$  donc la plus petite valeur de l'entier naturel  $n$  telle que la probabilité  $p_n$  est supérieure ou égale à 0,99 est :

2. (b) Il s'agit de résoudre l'inéquation  $p_n \geq 0,99$ . Pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ , on a :

$$\begin{aligned} p_n \geq 0,99 &\iff 1 - 0,855^n \geq 0,99 \\ &\iff 0,855^n \leq 0,01 \\ &\iff \ln(0,855^n) \leq \ln(0,01) \\ &\iff n \ln(0,855) \leq \ln(0,01) \\ &\iff n \geq \frac{\ln(0,01)}{\ln(0,855)} \quad (\text{car } \ln(0,855) < 0) \end{aligned}$$

Or  $\frac{\ln(0,01)}{\ln(0,855)} \approx 29,4$  donc la plus petite valeur de l'entier naturel  $n$  telle que la probabilité  $p_n$  est supérieure ou égale à 0,99 est :

$$n = 30$$

3. (a) La variable aléatoire  $X_n$  suit une loi binomiale de paramètres  $n$  et  $p = 0,145$ ,

3. (a) La variable aléatoire  $X_n$  suit une loi binomiale de paramètres  $n$  et  $p = 0,145$ , son espérance est donc :

$$E(X_n) =$$

3. (a) La variable aléatoire  $X_n$  suit une loi binomiale de paramètres  $n$  et  $p = 0,145$ , son espérance est donc :

$$E(X_n) = n \times p$$

3. (a) La variable aléatoire  $X_n$  suit une loi binomiale de paramètres  $n$  et  $p = 0,145$ , son espérance est donc :

$$E(X_n) = n \times p = 0,145n$$

3. (a) La variable aléatoire  $X_n$  suit une loi binomiale de paramètres  $n$  et  $p = 0,145$ , son espérance est donc :

$$E(X_n) = n \times p = 0,145n$$

Et, par linéarité de l'espérance :

$$E\left(\frac{X_n}{n}\right) =$$

3. (a) La variable aléatoire  $X_n$  suit une loi binomiale de paramètres  $n$  et  $p = 0,145$ , son espérance est donc :

$$E(X_n) = n \times p = 0,145n$$

Et, par linéarité de l'espérance :

$$E\left(\frac{X_n}{n}\right) = \frac{1}{n}E(X_n)$$

3. (a) La variable aléatoire  $X_n$  suit une loi binomiale de paramètres  $n$  et  $p = 0,145$ , son espérance est donc :

$$E(X_n) = n \times p = 0,145n$$

Et, par linéarité de l'espérance :

$$E\left(\frac{X_n}{n}\right) = \frac{1}{n} E(X_n) = \frac{1}{n} \times 0,145n$$

3. (a) La variable aléatoire  $X_n$  suit une loi binomiale de paramètres  $n$  et  $p = 0,145$ , son espérance est donc :

$$E(X_n) = n \times p = 0,145n$$

Et, par linéarité de l'espérance :

$$E\left(\frac{X_n}{n}\right) = \frac{1}{n} E(X_n) = \frac{1}{n} \times 0,145n = 0,145$$

3. (a) La variable aléatoire  $X_n$  suit une loi binomiale de paramètres  $n$  et  $p = 0,145$ , son espérance est donc :

$$E(X_n) = n \times p = 0,145n$$

Et, par linéarité de l'espérance :

$$E\left(\frac{X_n}{n}\right) = \frac{1}{n} E(X_n) = \frac{1}{n} \times 0,145n = 0,145$$

Soit :

$$E(F_n) = 0,145$$

3. (b) En appliquant l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev à la variable aléatoire  $F_n$ , on obtient :

3. (b) En appliquant l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev à la variable aléatoire  $F_n$ , on obtient :

$$P(|F_n - E(F_n)| \geq 0,1) \leq \frac{V(F_n)}{0,1^2}$$

3. (b) En appliquant l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev à la variable aléatoire  $F_n$ , on obtient :

$$P (|F_n - E(F_n)| \geq 0,1) \leq \frac{V(F_n)}{0,1^2}$$

Soit :

$$P (|F_n - 0,145| \geq 0,1) \leq \frac{0,123975}{n \times 0,01}$$

3. (b) En appliquant l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev à la variable aléatoire  $F_n$ , on obtient :

$$P (|F_n - E(F_n)| \geq 0,1) \leq \frac{V(F_n)}{0,1^2}$$

Soit :

$$P (|F_n - 0,145| \geq 0,1) \leq \frac{0,123975}{n \times 0,01}$$

D'où :

$$P (|F_n - 0,145| \geq 0,1) \leq \frac{12,3975}{n}$$

3. (b) En appliquant l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev à la variable aléatoire  $F_n$ , on obtient :

$$P (|F_n - E(F_n)| \geq 0,1) \leq \frac{V(F_n)}{0,1^2}$$

Soit :

$$P (|F_n - 0,145| \geq 0,1) \leq \frac{0,123975}{n \times 0,01}$$

D'où :

$$P (|F_n - 0,145| \geq 0,1) \leq \frac{12,3975}{n}$$

Et a fortiori :

$$P (|F_n - 0,145| \geq 0,1) \leq \frac{12,5}{n}$$

3. (c) D'après la question précédente, en prenant  $n = 1\,000$ , on a :

3. (c) D'après la question précédente, en prenant  $n = 1\,000$ , on a :

$$P(|F_{1\,000} - 0,145| \geq 0,1) \leq 0,0125$$

3. (c) D'après la question précédente, en prenant  $n = 1\,000$ , on a :

$$P(|F_{1\,000} - 0,145| \geq 0,1) \leq 0,0125$$

Ou encore, en passant à l'événement contraire :

3. (c) D'après la question précédente, en prenant  $n = 1\,000$ , on a :

$$P(|F_{1\,000} - 0,145| \geq 0,1) \leq 0,0125$$

Ou encore, en passant à l'événement contraire :

$$P(0,045 < F_{1\,000} < 0,245) \geq 0,9875$$

3. (c) D'après la question précédente, en prenant  $n = 1\,000$ , on a :

$$P(|F_{1\,000} - 0,145| \geq 0,1) \leq 0,0125$$

Ou encore, en passant à l'événement contraire :

$$P(0,045 < F_{1\,000} < 0,245) \geq 0,9875$$

Cela signifie qu'en fonctionnement normal, il y a plus de 98,75 % de chances pour que  $F_{1\,000}$  soit compris entre 0,045 et 0,245.

3. (c) D'après la question précédente, en prenant  $n = 1\,000$ , on a :

$$P(|F_{1\,000} - 0,145| \geq 0,1) \leq 0,0125$$

Ou encore, en passant à l'événement contraire :

$$P(0,045 < F_{1\,000} < 0,245) \geq 0,9875$$

Cela signifie qu'en fonctionnement normal, il y a plus de 98,75 % de chances pour que  $F_{1\,000}$  soit compris entre 0,045 et 0,245. Or 0,3 est en dehors de cet intervalle donc on en déduit que :

3. (c) D'après la question précédente, en prenant  $n = 1\,000$ , on a :

$$P(|F_{1\,000} - 0,145| \geq 0,1) \leq 0,0125$$

Ou encore, en passant à l'événement contraire :

$$P(0,045 < F_{1\,000} < 0,245) \geq 0,9875$$

Cela signifie qu'en fonctionnement normal, il y a plus de 98,75 % de chances pour que  $F_{1\,000}$  soit compris entre 0,045 et 0,245. Or 0,3 est en dehors de cet intervalle donc on en déduit que :

Le responsable a raison de soupçonner un dysfonctionnement

# Exercice 2

## Exercice 2

1. On a :

$$u_1 =$$

1. On a :

$$u_1 = \frac{2u_0 + 1}{u_0 + 2}$$

1. On a :

$$u_1 = \frac{2u_0 + 1}{u_0 + 2} = \frac{2 \times 2 + 1}{2 + 2}$$

1. On a :

$$u_1 = \frac{2u_0 + 1}{u_0 + 2} = \frac{2 \times 2 + 1}{2 + 2} = \frac{5}{4}$$

1. On a :

$$u_1 = \frac{2u_0 + 1}{u_0 + 2} = \frac{2 \times 2 + 1}{2 + 2} = \frac{5}{4}$$

Soit :

$$\boxed{u_1 = \frac{5}{4}}$$

2. (a) On a :

$$a_0 =$$

2. (a) On a :

$$a_0 = \frac{u_0}{u_0 - 1}$$

2. (a) On a :

$$a_0 = \frac{u_0}{u_0 - 1} = \frac{2}{2 - 1}$$

2. (a) On a :

$$a_0 = \frac{u_0}{u_0 - 1} = \frac{2}{2 - 1} = 2$$

2. (a) On a :

$$a_0 = \frac{u_0}{u_0 - 1} = \frac{2}{2 - 1} = 2 \quad \text{et} \quad a_1 =$$

2. (a) On a :

$$a_0 = \frac{u_0}{u_0 - 1} = \frac{2}{2 - 1} = 2 \quad \text{et} \quad a_1 = \frac{u_1}{u_1 - 1}$$

2. (a) On a :

$$a_0 = \frac{u_0}{u_0 - 1} = \frac{2}{2 - 1} = 2 \quad \text{et} \quad a_1 = \frac{u_1}{u_1 - 1} = \frac{\frac{5}{4}}{\frac{5}{4} - 1}$$

2. (a) On a :

$$a_0 = \frac{u_0}{u_0 - 1} = \frac{2}{2 - 1} = 2 \quad \text{et} \quad a_1 = \frac{u_1}{u_1 - 1} = \frac{\frac{5}{4}}{\frac{5}{4} - 1} = \frac{\frac{5}{4}}{\frac{1}{4}} = 5$$

2. (a) On a :

$$a_0 = \frac{u_0}{u_0 - 1} = \frac{2}{2 - 1} = 2 \quad \text{et} \quad a_1 = \frac{u_1}{u_1 - 1} = \frac{\frac{5}{4}}{\frac{5}{4} - 1} = \frac{\frac{5}{4}}{\frac{1}{4}} = 5$$

Soit :

$$\boxed{a_0 = 2} \quad \text{et} \quad \boxed{a_1 = 5}$$

2. (b) Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , on a d'une part :

2. (b) Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , on a d'une part :

$$a_{n+1} =$$

2. (b) Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , on a d'une part :

$$a_{n+1} = \frac{u_{n+1}}{u_{n+1} - 1}$$

2. (b) Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , on a d'une part :

$$a_{n+1} = \frac{u_{n+1}}{u_{n+1} - 1} = \frac{\frac{2u_n + 1}{u_n + 2}}{\frac{2u_n + 1}{u_n + 2} - 1}$$

2. (b) Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , on a d'une part :

$$a_{n+1} = \frac{u_{n+1}}{u_{n+1} - 1} = \frac{\frac{2u_n + 1}{u_n + 2}}{\frac{2u_n + 1}{u_n + 2} - 1} = \frac{\frac{2u_n + 1}{u_n + 2}}{\frac{u_n - 1}{u_n + 2}}$$

2. (b) Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , on a d'une part :

$$a_{n+1} = \frac{u_{n+1}}{u_{n+1} - 1} = \frac{\frac{2u_n + 1}{u_n + 2}}{\frac{2u_n + 1}{u_n + 2} - 1} = \frac{\frac{2u_n + 1}{u_n + 2}}{\frac{u_n - 1}{u_n + 2}} = \frac{2u_n + 1}{u_n + 2} \times \frac{u_n + 2}{u_n - 1}$$

2. (b) Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , on a d'une part :

$$a_{n+1} = \frac{u_{n+1}}{u_{n+1} - 1} = \frac{\frac{2u_n + 1}{u_n + 2}}{\frac{2u_n + 1}{u_n + 2} - 1} = \frac{\frac{2u_n + 1}{u_n + 2}}{\frac{u_n - 1}{u_n + 2}} = \frac{2u_n + 1}{u_n + 2} \times \frac{u_n + 2}{u_n - 1} = \frac{2u_n + 1}{u_n - 1}$$

2. (b) Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , on a d'une part :

$$a_{n+1} = \frac{u_{n+1}}{u_{n+1} - 1} = \frac{\frac{2u_n + 1}{u_n + 2}}{\frac{2u_n + 1}{u_n + 2} - 1} = \frac{\frac{2u_n + 1}{u_n + 2}}{\frac{u_n - 1}{u_n + 2}} = \frac{2u_n + 1}{u_n + 2} \times \frac{u_n + 2}{u_n - 1} = \frac{2u_n + 1}{u_n - 1}$$

Et d'autre part :

$$3a_n - 1 =$$

2. (b) Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , on a d'une part :

$$a_{n+1} = \frac{u_{n+1}}{u_{n+1} - 1} = \frac{\frac{2u_n + 1}{u_n + 2}}{\frac{2u_n + 1}{u_n + 2} - 1} = \frac{\frac{2u_n + 1}{u_n + 2}}{\frac{u_n - 1}{u_n + 2}} = \frac{2u_n + 1}{u_n + 2} \times \frac{u_n + 2}{u_n - 1} = \frac{2u_n + 1}{u_n - 1}$$

Et d'autre part :

$$3a_n - 1 = \frac{3u_n}{u_n - 1} - 1$$

2. (b) Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , on a d'une part :

$$a_{n+1} = \frac{u_{n+1}}{u_{n+1} - 1} = \frac{\frac{2u_n + 1}{u_n + 2}}{\frac{2u_n + 1}{u_n + 2} - 1} = \frac{\frac{2u_n + 1}{u_n + 2}}{\frac{u_n - 1}{u_n + 2}} = \frac{2u_n + 1}{u_n + 2} \times \frac{u_n + 2}{u_n - 1} = \frac{2u_n + 1}{u_n - 1}$$

Et d'autre part :

$$3a_n - 1 = \frac{3u_n}{u_n - 1} - 1 = \frac{3u_n}{u_n - 1} - \frac{u_n - 1}{u_n - 1}$$

2. (b) Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , on a d'une part :

$$a_{n+1} = \frac{u_{n+1}}{u_{n+1} - 1} = \frac{\frac{2u_n + 1}{u_n + 2}}{\frac{2u_n + 1}{u_n + 2} - 1} = \frac{\frac{2u_n + 1}{u_n + 2}}{\frac{u_n - 1}{u_n + 2}} = \frac{2u_n + 1}{u_n + 2} \times \frac{u_n + 2}{u_n - 1} = \frac{2u_n + 1}{u_n - 1}$$

Et d'autre part :

$$3a_n - 1 = \frac{3u_n}{u_n - 1} - 1 = \frac{3u_n}{u_n - 1} - \frac{u_n - 1}{u_n - 1} = \frac{3u_n - u_n + 1}{u_n - 1}$$

2. (b) Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , on a d'une part :

$$a_{n+1} = \frac{u_{n+1}}{u_{n+1} - 1} = \frac{\frac{2u_n + 1}{u_n + 2}}{\frac{2u_n + 1}{u_n + 2} - 1} = \frac{\frac{2u_n + 1}{u_n + 2}}{\frac{u_n - 1}{u_n + 2}} = \frac{2u_n + 1}{u_n + 2} \times \frac{u_n + 2}{u_n - 1} = \frac{2u_n + 1}{u_n - 1}$$

Et d'autre part :

$$3a_n - 1 = \frac{3u_n}{u_n - 1} - 1 = \frac{3u_n}{u_n - 1} - \frac{u_n - 1}{u_n - 1} = \frac{3u_n - u_n + 1}{u_n - 1} = \frac{2u_n + 1}{u_n - 1}$$

2. (b) Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , on a d'une part :

$$a_{n+1} = \frac{u_{n+1}}{u_{n+1} - 1} = \frac{\frac{2u_n + 1}{u_n + 2}}{\frac{2u_n + 1}{u_n + 2} - 1} = \frac{\frac{2u_n + 1}{u_n + 2}}{\frac{u_n - 1}{u_n + 2}} = \frac{2u_n + 1}{u_n + 2} \times \frac{u_n + 2}{u_n - 1} = \frac{2u_n + 1}{u_n - 1}$$

Et d'autre part :

$$3a_n - 1 = \frac{3u_n}{u_n - 1} - 1 = \frac{3u_n}{u_n - 1} - \frac{u_n - 1}{u_n - 1} = \frac{3u_n - u_n + 1}{u_n - 1} = \frac{2u_n + 1}{u_n - 1}$$

On a donc bien :

$$a_{n+1} = 3a_n - 1$$

2. (c) Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  
 $a_n \geq 3n - 1$ .

2. (c) Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  
 $a_n \geq 3n - 1$ .

- **Initialisation :**

2. (c) Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  
 $a_n \geq 3n - 1$ .

- **Initialisation :**

Pour  $n = 1$ ,

2. (c) Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  
 $a_n \geq 3n - 1$ .

- **Initialisation :**

Pour  $n = 1$ , on a  $a_1 = 5$

2. (c) Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  
 $a_n \geq 3n - 1$ .

- **Initialisation :**

Pour  $n = 1$ , on a  $a_1 = 5$  et  $3 \times 1 - 1 = 2$ ,

2. (c) Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  
 $a_n \geq 3n - 1$ .

- **Initialisation :**

Pour  $n = 1$ , on a  $a_1 = 5$  et  $3 \times 1 - 1 = 2$ , on a donc bien  
 $a_1 \geq 3 \times 1 - 1$ .

2. (c) Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  
 $a_n \geq 3n - 1$ .

- **Initialisation :**

Pour  $n = 1$ , on a  $a_1 = 5$  et  $3 \times 1 - 1 = 2$ , on a donc bien  $a_1 \geq 3 \times 1 - 1$ . La propriété est vraie au rang  $n = 1$ .

2. (c) Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  
 $a_n \geq 3n - 1$ .

- **Initialisation :**

Pour  $n = 1$ , on a  $a_1 = 5$  et  $3 \times 1 - 1 = 2$ , on a donc bien  $a_1 \geq 3 \times 1 - 1$ . La propriété est vraie au rang  $n = 1$ .

- **Hérédité :**

Supposons la propriété vraie pour un certain rang  $n \in \mathbb{N}^*$ ,

2. (c) Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  
 $a_n \geq 3n - 1$ .

- **Initialisation :**

Pour  $n = 1$ , on a  $a_1 = 5$  et  $3 \times 1 - 1 = 2$ , on a donc bien  $a_1 \geq 3 \times 1 - 1$ . La propriété est vraie au rang  $n = 1$ .

- **Hérédité :**

Supposons la propriété vraie pour un certain rang  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  
c'est-à-dire que  $a_n \geq 3n - 1$ .

2. (c) Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  
 $a_n \geq 3n - 1$ .

- **Initialisation :**

Pour  $n = 1$ , on a  $a_1 = 5$  et  $3 \times 1 - 1 = 2$ , on a donc bien  $a_1 \geq 3 \times 1 - 1$ . La propriété est vraie au rang  $n = 1$ .

- **Hérédité :**

Supposons la propriété vraie pour un certain rang  $n \in \mathbb{N}^*$ , c'est-à-dire que  $a_n \geq 3n - 1$ . On a alors :

$$3a_n \geq 9n - 3$$

2. (c) Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  
 $a_n \geq 3n - 1$ .

- **Initialisation :**

Pour  $n = 1$ , on a  $a_1 = 5$  et  $3 \times 1 - 1 = 2$ , on a donc bien  $a_1 \geq 3 \times 1 - 1$ . La propriété est vraie au rang  $n = 1$ .

- **Hérédité :**

Supposons la propriété vraie pour un certain rang  $n \in \mathbb{N}^*$ , c'est-à-dire que  $a_n \geq 3n - 1$ . On a alors :

$$3a_n \geq 9n - 3$$

Puis :

$$3a_n - 1 \geq 9n - 4$$

2. (c) Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  
 $a_n \geq 3n - 1$ .

- **Initialisation :**

Pour  $n = 1$ , on a  $a_1 = 5$  et  $3 \times 1 - 1 = 2$ , on a donc bien  $a_1 \geq 3 \times 1 - 1$ . La propriété est vraie au rang  $n = 1$ .

- **Hérédité :**

Supposons la propriété vraie pour un certain rang  $n \in \mathbb{N}^*$ , c'est-à-dire que  $a_n \geq 3n - 1$ . On a alors :

$$3a_n \geq 9n - 3$$

Puis :

$$3a_n - 1 \geq 9n - 4$$

Or :

$$9n - 4 \geq 3(n + 1) - 1 \iff$$

2. (c) Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  
 $a_n \geq 3n - 1$ .

- **Initialisation :**

Pour  $n = 1$ , on a  $a_1 = 5$  et  $3 \times 1 - 1 = 2$ , on a donc bien  $a_1 \geq 3 \times 1 - 1$ . La propriété est vraie au rang  $n = 1$ .

- **Hérédité :**

Supposons la propriété vraie pour un certain rang  $n \in \mathbb{N}^*$ , c'est-à-dire que  $a_n \geq 3n - 1$ . On a alors :

$$3a_n \geq 9n - 3$$

Puis :

$$3a_n - 1 \geq 9n - 4$$

Or :

$$9n - 4 \geq 3(n + 1) - 1 \iff 9n - 4 \geq 3n + 2$$

2. (c) Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  
 $a_n \geq 3n - 1$ .

- **Initialisation :**

Pour  $n = 1$ , on a  $a_1 = 5$  et  $3 \times 1 - 1 = 2$ , on a donc bien  
 $a_1 \geq 3 \times 1 - 1$ . La propriété est vraie au rang  $n = 1$ .

- **Hérédité :**

Supposons la propriété vraie pour un certain rang  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  
c'est-à-dire que  $a_n \geq 3n - 1$ . On a alors :

$$3a_n \geq 9n - 3$$

Puis :

$$3a_n - 1 \geq 9n - 4$$

Or :

$$9n - 4 \geq 3(n + 1) - 1 \iff 9n - 4 \geq 3n + 2 \iff 6n \geq 6$$

2. (c) Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  
 $a_n \geq 3n - 1$ .

- **Initialisation :**

Pour  $n = 1$ , on a  $a_1 = 5$  et  $3 \times 1 - 1 = 2$ , on a donc bien  $a_1 \geq 3 \times 1 - 1$ . La propriété est vraie au rang  $n = 1$ .

- **Hérédité :**

Supposons la propriété vraie pour un certain rang  $n \in \mathbb{N}^*$ , c'est-à-dire que  $a_n \geq 3n - 1$ . On a alors :

$$3a_n \geq 9n - 3$$

Puis :

$$3a_n - 1 \geq 9n - 4$$

Or :

$$9n - 4 \geq 3(n + 1) - 1 \iff 9n - 4 \geq 3n + 2 \iff 6n \geq 6 \iff n \geq 1$$

2. (c) Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  
 $a_n \geq 3n - 1$ .

- **Initialisation :**

Pour  $n = 1$ , on a  $a_1 = 5$  et  $3 \times 1 - 1 = 2$ , on a donc bien  $a_1 \geq 3 \times 1 - 1$ . La propriété est vraie au rang  $n = 1$ .

- **Hérédité :**

Supposons la propriété vraie pour un certain rang  $n \in \mathbb{N}^*$ , c'est-à-dire que  $a_n \geq 3n - 1$ . On a alors :

$$3a_n \geq 9n - 3$$

Puis :

$$3a_n - 1 \geq 9n - 4$$

Or :

$$9n - 4 \geq 3(n + 1) - 1 \iff 9n - 4 \geq 3n + 2 \iff 6n \geq 6 \iff n \geq 1$$

On a donc, pour tout  $n \geq 1$ ,  $9n - 4 \geq 3(n + 1) - 1$

2. (c) Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  
 $a_n \geq 3n - 1$ .

- **Initialisation :**

Pour  $n = 1$ , on a  $a_1 = 5$  et  $3 \times 1 - 1 = 2$ , on a donc bien  $a_1 \geq 3 \times 1 - 1$ . La propriété est vraie au rang  $n = 1$ .

- **Hérédité :**

Supposons la propriété vraie pour un certain rang  $n \in \mathbb{N}^*$ , c'est-à-dire que  $a_n \geq 3n - 1$ . On a alors :

$$3a_n \geq 9n - 3$$

Puis :

$$3a_n - 1 \geq 9n - 4$$

Or :

$$9n - 4 \geq 3(n + 1) - 1 \iff 9n - 4 \geq 3n + 2 \iff 6n \geq 6 \iff n \geq 1$$

On a donc, pour tout  $n \geq 1$ ,  $9n - 4 \geq 3(n + 1) - 1$  et donc :

$$a_{n+1} \geq 3(n + 1) - 1$$

2. (c) Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  
 $a_n \geq 3n - 1$ .

• **Initialisation :**

Pour  $n = 1$ , on a  $a_1 = 5$  et  $3 \times 1 - 1 = 2$ , on a donc bien  
 $a_1 \geq 3 \times 1 - 1$ . La propriété est vraie au rang  $n = 1$ .

• **Hérédité :**

Supposons la propriété vraie pour un certain rang  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  
c'est-à-dire que  $a_n \geq 3n - 1$ . On a alors :

$$3a_n \geq 9n - 3$$

Puis :

$$3a_n - 1 \geq 9n - 4$$

Or :

$$9n - 4 \geq 3(n + 1) - 1 \iff 9n - 4 \geq 3n + 2 \iff 6n \geq 6 \iff n \geq 1$$

On a donc, pour tout  $n \geq 1$ ,  $9n - 4 \geq 3(n + 1) - 1$  et donc :

$$a_{n+1} \geq 3(n + 1) - 1$$

La propriété est donc vraie au rang  $n + 1$ .

2. (c) Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  
 $a_n \geq 3n - 1$ .

- **Initialisation :**

Pour  $n = 1$ , on a  $a_1 = 5$  et  $3 \times 1 - 1 = 2$ , on a donc bien  $a_1 \geq 3 \times 1 - 1$ . La propriété est vraie au rang  $n = 1$ .

- **Hérédité :**

Supposons la propriété vraie pour un certain rang  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  
c'est-à-dire que  $a_n \geq 3n - 1$ . On a alors :

$$3a_n \geq 9n - 3$$

Puis :

$$3a_n - 1 \geq 9n - 4$$

Or :

$$9n - 4 \geq 3(n + 1) - 1 \iff 9n - 4 \geq 3n + 2 \iff 6n \geq 6 \iff n \geq 1$$

On a donc, pour tout  $n \geq 1$ ,  $9n - 4 \geq 3(n + 1) - 1$  et donc :

$$a_{n+1} \geq 3(n + 1) - 1$$

La propriété est donc vraie au rang  $n + 1$ .

- **Conclusion :**

2. (c) Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  
 $a_n \geq 3n - 1$ .

- **Initialisation :**

Pour  $n = 1$ , on a  $a_1 = 5$  et  $3 \times 1 - 1 = 2$ , on a donc bien  $a_1 \geq 3 \times 1 - 1$ . La propriété est vraie au rang  $n = 1$ .

- **Hérédité :**

Supposons la propriété vraie pour un certain rang  $n \in \mathbb{N}^*$ , c'est-à-dire que  $a_n \geq 3n - 1$ . On a alors :

$$3a_n \geq 9n - 3$$

Puis :

$$3a_n - 1 \geq 9n - 4$$

Or :

$$9n - 4 \geq 3(n + 1) - 1 \iff 9n - 4 \geq 3n + 2 \iff 6n \geq 6 \iff n \geq 1$$

On a donc, pour tout  $n \geq 1$ ,  $9n - 4 \geq 3(n + 1) - 1$  et donc :

$$a_{n+1} \geq 3(n + 1) - 1$$

La propriété est donc vraie au rang  $n + 1$ .

- **Conclusion :**

La propriété est vraie pour  $n = 1$  et elle est héréditaire à partir de  $n = 1$ , elle est donc vraie pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ .

2. (d) D'après la question précédente, pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ , on a  $a_n \geq 3n - 1$ .

2. (d) D'après la question précédente, pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ , on a  $a_n \geq 3n - 1$ .

$$\text{Or } \lim_{n \rightarrow +\infty} (3n - 1) = +\infty$$

2. (d) D'après la question précédente, pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ , on a  $a_n \geq 3n - 1$ .  
Or  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (3n - 1) = +\infty$  donc, d'après le théorème de minoration :

2. (d) D'après la question précédente, pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ , on a  $a_n \geq 3n - 1$ .  
Or  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (3n - 1) = +\infty$  donc, d'après le théorème de minoration :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = +\infty$$

3. (a) Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , on a :

$$a_n = \frac{u_n}{u_n - 1} \iff$$

3. (a) Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , on a :

$$a_n = \frac{u_n}{u_n - 1} \iff a_n(u_n - 1) = u_n$$

3. (a) Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , on a :

$$\begin{aligned} a_n = \frac{u_n}{u_n - 1} &\iff a_n(u_n - 1) = u_n \\ &\iff a_n u_n - a_n = u_n \end{aligned}$$

3. (a) Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , on a :

$$\begin{aligned} a_n = \frac{u_n}{u_n - 1} &\iff a_n(u_n - 1) = u_n \\ &\iff a_n u_n - a_n = u_n \\ &\iff a_n u_n - u_n = a_n \end{aligned}$$

3. (a) Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , on a :

$$\begin{aligned} a_n = \frac{u_n}{u_n - 1} &\iff a_n(u_n - 1) = u_n \\ &\iff a_n u_n - a_n = u_n \\ &\iff a_n u_n - u_n = a_n \\ &\iff u_n(a_n - 1) = a_n \end{aligned}$$

3. (a) Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , on a :

$$\begin{aligned} a_n = \frac{u_n}{u_n - 1} &\iff a_n(u_n - 1) = u_n \\ &\iff a_n u_n - a_n = u_n \\ &\iff a_n u_n - u_n = a_n \\ &\iff u_n(a_n - 1) = a_n \\ &\iff u_n = \frac{a_n}{a_n - 1} \quad (\text{car } a_n \neq 1) \end{aligned}$$

3. (a) Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , on a :

$$\begin{aligned} a_n = \frac{u_n}{u_n - 1} &\iff a_n(u_n - 1) = u_n \\ &\iff a_n u_n - a_n = u_n \\ &\iff a_n u_n - u_n = a_n \\ &\iff u_n(a_n - 1) = a_n \\ &\iff u_n = \frac{a_n}{a_n - 1} \quad (\text{car } a_n \neq 1) \end{aligned}$$

On a donc bien :

$$\boxed{u_n = \frac{a_n}{a_n - 1}}$$

3. (b) On peut alors écrire, pour tout  $n \in \mathbb{N}$  :

3. (b) On peut alors écrire, pour tout  $n \in \mathbb{N}$  :

$$u_n = \frac{a_n - 1 + 1}{a_n - 1} =$$

3. (b) On peut alors écrire, pour tout  $n \in \mathbb{N}$  :

$$u_n = \frac{a_n - 1 + 1}{a_n - 1} = \frac{a_n - 1}{a_n - 1} + \frac{1}{a_n - 1}$$

3. (b) On peut alors écrire, pour tout  $n \in \mathbb{N}$  :

$$u_n = \frac{a_n - 1 + 1}{a_n - 1} = \frac{a_n - 1}{a_n - 1} + \frac{1}{a_n - 1} = 1 + \frac{1}{a_n - 1}$$

3. (b) On peut alors écrire, pour tout  $n \in \mathbb{N}$  :

$$u_n = \frac{a_n - 1 + 1}{a_n - 1} = \frac{a_n - 1}{a_n - 1} + \frac{1}{a_n - 1} = 1 + \frac{1}{a_n - 1}$$

$$\text{Or } \lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \frac{1}{a_n - 1} \right) = 0$$

3. (b) On peut alors écrire, pour tout  $n \in \mathbb{N}$  :

$$u_n = \frac{a_n - 1 + 1}{a_n - 1} = \frac{a_n - 1}{a_n - 1} + \frac{1}{a_n - 1} = 1 + \frac{1}{a_n - 1}$$

Or  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \frac{1}{a_n - 1} \right) = 0$  donc :

$$\boxed{\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1}$$

4. (a) La valeur de  $n$  est le plus petit entier tel que  $u_n - 1 \leq p$ ,

4. (a) La valeur de  $n$  est le plus petit entier tel que  $u_n - 1 \leq p$ , c'est-à-dire le rang à partir duquel l'écart entre la suite et sa limite 1 est inférieure à  $p$ .

4. (a) La valeur de  $n$  est le plus petit entier tel que  $u_n - 1 \leq p$ , c'est-à-dire le rang à partir duquel l'écart entre la suite et sa limite 1 est inférieure à  $p$ . Et la valeur de  $u$  est le terme de la suite correspondant.

4. (b) Pour  $p = 0,001$ , on obtient :

4. (b) Pour  $p = 0,001$ , on obtient :

$$n = 6$$

# Exercice 3

- **Affirmation 1 : Vrai**

## Exercice 3

- **Affirmation 1 : Vrai**

D'après sa représentation paramétrique, la droite ( $d$ ) est dirigée par le

vecteur  $\vec{u} \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ -6 \end{pmatrix}$ .

# Exercice 3

- **Affirmation 1 : Vrai**

D'après sa représentation paramétrique, la droite ( $d$ ) est dirigée par le vecteur  $\vec{u} \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ -6 \end{pmatrix}$ . L'axe des ordonnées est dirigé par le vecteur  $\vec{j} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ .

# Exercice 3

- **Affirmation 1 : Vrai**

D'après sa représentation paramétrique, la droite ( $d$ ) est dirigée par le vecteur  $\vec{u} \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ -6 \end{pmatrix}$ . L'axe des ordonnées est dirigé par le vecteur  $\vec{j} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ .

Les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{j}$  ne sont pas colinéaires donc les droites ne sont pas parallèles.

## Exercice 3

- **Affirmation 1 : Vrai**

D'après sa représentation paramétrique, la droite  $(d)$  est dirigée par le vecteur  $\vec{u} \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ -6 \end{pmatrix}$ . L'axe des ordonnées est dirigé par le vecteur  $\vec{j} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ .

Les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{j}$  ne sont pas colinéaires donc les droites ne sont pas parallèles. Étudions alors leur intersection.

- **Affirmation 1 : Vrai**

D'après sa représentation paramétrique, la droite  $(d)$  est dirigée par le vecteur  $\vec{u} \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ -6 \end{pmatrix}$ . L'axe des ordonnées est dirigé par le vecteur  $\vec{j} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ .

Les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{j}$  ne sont pas colinéaires donc les droites ne sont pas parallèles. Étudions alors leur intersection. L'axe des ordonnées admet la

représentation paramétrique  $\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}$  avec  $t \in \mathbb{R}$ ,

# Exercice 3

- **Affirmation 1 : Vrai**

D'après sa représentation paramétrique, la droite  $(d)$  est dirigée par le vecteur  $\vec{u} \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ -6 \end{pmatrix}$ . L'axe des ordonnées est dirigé par le vecteur  $\vec{j} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ .

Les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{j}$  ne sont pas colinéaires donc les droites ne sont pas parallèles. Étudions alors leur intersection. L'axe des ordonnées admet la

représentation paramétrique  $\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}$  avec  $t \in \mathbb{R}$ , on a alors :

$$\begin{cases} 3 - 2t = 0 \\ -1 = t \\ 2 - 6t = 0 \end{cases} \iff$$

● **Affirmation 1 : Vrai**

D'après sa représentation paramétrique, la droite  $(d)$  est dirigée par le vecteur  $\vec{u} \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ -6 \end{pmatrix}$ . L'axe des ordonnées est dirigé par le vecteur  $\vec{j} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ .

Les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{j}$  ne sont pas colinéaires donc les droites ne sont pas parallèles. Étudions alors leur intersection. L'axe des ordonnées admet la

représentation paramétrique  $\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}$  avec  $t \in \mathbb{R}$ , on a alors :

$$\begin{cases} 3 - 2t = 0 \\ -1 = t \\ 2 - 6t = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} t = \frac{3}{2} \\ t = -1 \\ t = \frac{1}{3} \end{cases}$$

● **Affirmation 1 : Vrai**

D'après sa représentation paramétrique, la droite  $(d)$  est dirigée par le vecteur  $\vec{u} \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ -6 \end{pmatrix}$ . L'axe des ordonnées est dirigé par le vecteur  $\vec{j} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ .

Les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{j}$  ne sont pas colinéaires donc les droites ne sont pas parallèles. Étudions alors leur intersection. L'axe des ordonnées admet la

représentation paramétrique  $\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}$  avec  $t \in \mathbb{R}$ , on a alors :

$$\begin{cases} 3 - 2t = 0 \\ -1 = t \\ 2 - 6t = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} t = \frac{3}{2} \\ t = -1 \\ t = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Ce système n'admet aucune solution donc les deux droites ne sont pas sécantes.

# Exercice 3

## ● Affirmation 1 : Vrai

D'après sa représentation paramétrique, la droite  $(d)$  est dirigée par le vecteur  $\vec{u} \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ -6 \end{pmatrix}$ . L'axe des ordonnées est dirigé par le vecteur  $\vec{j} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ .

Les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{j}$  ne sont pas colinéaires donc les droites ne sont pas parallèles. Étudions alors leur intersection. L'axe des ordonnées admet la

représentation paramétrique  $\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}$  avec  $t \in \mathbb{R}$ , on a alors :

$$\begin{cases} 3 - 2t = 0 \\ -1 = t \\ 2 - 6t = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} t = \frac{3}{2} \\ t = -1 \\ t = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Ce système n'admet aucune solution donc les deux droites ne sont pas sécantes.

Finalement les droites ne sont ni sécantes ni parallèles, on en déduit qu'elles ne sont pas coplanaires.

- **Affirmation 2 : Vrai**

- **Affirmation 2 : Vrai**

Le plan d'équation  $x + 3z + 3 = 0$  admet le vecteur  $\vec{n} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$  pour

vecteur normal

- **Affirmation 2 : Vrai**

Le plan d'équation  $x + 3z + 3 = 0$  admet le vecteur  $\vec{n} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$  pour vecteur normal et ce vecteur est colinéaire au vecteur  $\vec{u} \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ -6 \end{pmatrix}$  qui dirige la droite ( $d$ ).

- **Affirmation 2 : Vrai**

Le plan d'équation  $x + 3z + 3 = 0$  admet le vecteur  $\vec{n} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$  pour vecteur normal et ce vecteur est colinéaire au vecteur  $\vec{u} \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ -6 \end{pmatrix}$  qui dirige la droite  $(d)$ . Ce plan est donc bien orthogonal à la droite  $(d)$ .

- **Affirmation 2 : Vrai**

Le plan d'équation  $x + 3z + 3 = 0$  admet le vecteur  $\vec{n} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$  pour vecteur normal et ce vecteur est colinéaire au vecteur  $\vec{u} \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ -6 \end{pmatrix}$  qui dirige la droite  $(d)$ . Ce plan est donc bien orthogonal à la droite  $(d)$ . De plus les coordonnées du point  $A$  vérifient son équation,

- **Affirmation 2 : Vrai**

Le plan d'équation  $x + 3z + 3 = 0$  admet le vecteur  $\vec{n} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$  pour vecteur normal et ce vecteur est colinéaire au vecteur  $\vec{u} \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ -6 \end{pmatrix}$  qui dirige la droite  $(d)$ . Ce plan est donc bien orthogonal à la droite  $(d)$ . De plus les coordonnées du point  $A$  vérifient son équation, en effet  $3 + 3 \times (-2) + 3 = 3 - 6 + 3 = 0$ .

- **Affirmation 2 : Vrai**

Le plan d'équation  $x + 3z + 3 = 0$  admet le vecteur  $\vec{n} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$  pour vecteur normal et ce vecteur est colinéaire au vecteur  $\vec{u} \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ -6 \end{pmatrix}$  qui dirige la droite  $(d)$ . Ce plan est donc bien orthogonal à la droite  $(d)$ . De plus les coordonnées du point  $A$  vérifient l'équation, en effet  $3 + 3 \times (-2) + 3 = 3 - 6 + 3 = 0$ . Il s'agit donc bien du plan passant par  $A$  et orthogonal à la droite  $(d)$ .

- **Affirmation 3 : Faux**

- **Affirmation 3 : Faux**

Le point  $C$  étant le point de la droite  $(d)$  d'abscisse 2,

- **Affirmation 3 : Faux**

Le point  $C$  étant le point de la droite  $(d)$  d'abscisse 2, c'est le point de paramètre  $t = \frac{1}{2}$ ,

- **Affirmation 3 : Faux**

Le point  $C$  étant le point de la droite ( $d$ ) d'abscisse 2, c'est le point de paramètre  $t = \frac{1}{2}$ , soit  $C(2; -1; -1)$ .

• **Affirmation 3 : Faux**

Le point  $C$  étant le point de la droite  $(d)$  d'abscisse 2, c'est le point de paramètre  $t = \frac{1}{2}$ , soit  $C(2; -1; -1)$ . Exprimons alors de deux

façons le produit scalaire  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ .

● **Affirmation 3 : Faux**

Le point  $C$  étant le point de la droite  $(d)$  d'abscisse 2, c'est le point de paramètre  $t = \frac{1}{2}$ , soit  $C(2; -1; -1)$ . Exprimons alors de deux

façons le produit scalaire  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ . On a  $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

• **Affirmation 3 : Faux**

Le point  $C$  étant le point de la droite  $(d)$  d'abscisse 2, c'est le point de paramètre  $t = \frac{1}{2}$ , soit  $C(2; -1; -1)$ . Exprimons alors de deux

façons le produit scalaire  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ . On a  $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$  et  $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

- **Affirmation 3 : Faux**

Le point  $C$  étant le point de la droite  $(d)$  d'abscisse 2, c'est le point de paramètre  $t = \frac{1}{2}$ , soit  $C(2; -1; -1)$ . Exprimons alors de deux

façons le produit scalaire  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ . On a  $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$  et  $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

- D'une part, on a :

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} =$$

- **Affirmation 3 : Faux**

Le point  $C$  étant le point de la droite  $(d)$  d'abscisse 2, c'est le point de paramètre  $t = \frac{1}{2}$ , soit  $C(2; -1; -1)$ . Exprimons alors de deux

façons le produit scalaire  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ . On a  $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$  et  $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

- D'une part, on a :

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 2 \times (-1) + (-1) \times 2 + 1 \times 1$$

- **Affirmation 3 : Faux**

Le point  $C$  étant le point de la droite  $(d)$  d'abscisse 2, c'est le point de paramètre  $t = \frac{1}{2}$ , soit  $C(2; -1; -1)$ . Exprimons alors de deux

façons le produit scalaire  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ . On a  $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$  et  $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

- D'une part, on a :

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 2 \times (-1) + (-1) \times 2 + 1 \times 1 = -3$$

- **Affirmation 3 : Faux**

Le point  $C$  étant le point de la droite  $(d)$  d'abscisse 2, c'est le point de paramètre  $t = \frac{1}{2}$ , soit  $C(2; -1; -1)$ . Exprimons alors de deux

façons le produit scalaire  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ . On a  $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$  et  $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

- D'une part, on a :

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 2 \times (-1) + (-1) \times 2 + 1 \times 1 = -3$$

- D'autre part  $\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{2^2 + (-1)^2 + 1^2} = \sqrt{6}$

- **Affirmation 3 : Faux**

Le point  $C$  étant le point de la droite  $(d)$  d'abscisse 2, c'est le point de paramètre  $t = \frac{1}{2}$ , soit  $C(2; -1; -1)$ . Exprimons alors de deux

façons le produit scalaire  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ . On a  $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$  et  $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

- D'une part, on a :

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 2 \times (-1) + (-1) \times 2 + 1 \times 1 = -3$$

- D'autre part  $\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{2^2 + (-1)^2 + 1^2} = \sqrt{6}$  et  $\|\overrightarrow{AC}\| = \sqrt{((-1)^2 + 2^2 + 1^2)} = \sqrt{6}$

- **Affirmation 3 : Faux**

Le point  $C$  étant le point de la droite  $(d)$  d'abscisse 2, c'est le point de paramètre  $t = \frac{1}{2}$ , soit  $C(2; -1; -1)$ . Exprimons alors de deux

façons le produit scalaire  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ . On a  $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$  et  $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

- D'une part, on a :

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 2 \times (-1) + (-1) \times 2 + 1 \times 1 = -3$$

- D'autre part  $\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{2^2 + (-1)^2 + 1^2} = \sqrt{6}$  et  $\|\overrightarrow{AC}\| = \sqrt{((-1)^2 + 2^2 + 1^2)} = \sqrt{6}$  et donc :

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} =$$

• **Affirmation 3 : Faux**

Le point  $C$  étant le point de la droite  $(d)$  d'abscisse 2, c'est le point de paramètre  $t = \frac{1}{2}$ , soit  $C(2; -1; -1)$ . Exprimons alors de deux

façons le produit scalaire  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ . On a  $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$  et  $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

- D'une part, on a :

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 2 \times (-1) + (-1) \times 2 + 1 \times 1 = -3$$

- D'autre part  $\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{2^2 + (-1)^2 + 1^2} = \sqrt{6}$  et  $\|\overrightarrow{AC}\| = \sqrt{((-1)^2 + 2^2 + 1^2)} = \sqrt{6}$  et donc :

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \|\overrightarrow{AB}\| \times \|\overrightarrow{AC}\| \times \cos(\widehat{BAC})$$

● **Affirmation 3 : Faux**

Le point  $C$  étant le point de la droite  $(d)$  d'abscisse 2, c'est le point de paramètre  $t = \frac{1}{2}$ , soit  $C(2; -1; -1)$ . Exprimons alors de deux

façons le produit scalaire  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ . On a  $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$  et  $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

- D'une part, on a :

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 2 \times (-1) + (-1) \times 2 + 1 \times 1 = -3$$

- D'autre part  $\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{2^2 + (-1)^2 + 1^2} = \sqrt{6}$  et  
 $\|\overrightarrow{AC}\| = \sqrt{(-1)^2 + 2^2 + 1^2} = \sqrt{6}$  et donc :

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \|\overrightarrow{AB}\| \times \|\overrightarrow{AC}\| \times \cos(\widehat{BAC}) = \sqrt{6} \times \sqrt{6} \times \cos(\widehat{BAC})$$

● **Affirmation 3 : Faux**

Le point  $C$  étant le point de la droite  $(d)$  d'abscisse 2, c'est le point de paramètre  $t = \frac{1}{2}$ , soit  $C(2; -1; -1)$ . Exprimons alors de deux

façons le produit scalaire  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ . On a  $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$  et  $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

- D'une part, on a :

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 2 \times (-1) + (-1) \times 2 + 1 \times 1 = -3$$

- D'autre part  $\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{2^2 + (-1)^2 + 1^2} = \sqrt{6}$  et  
 $\|\overrightarrow{AC}\| = \sqrt{(-1)^2 + 2^2 + 1^2} = \sqrt{6}$  et donc :

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \|\overrightarrow{AB}\| \times \|\overrightarrow{AC}\| \times \cos(\widehat{BAC}) = \sqrt{6} \times \sqrt{6} \times \cos(\widehat{BAC}) = 6 \cos(\widehat{BAC})$$

● **Affirmation 3 : Faux**

Le point  $C$  étant le point de la droite  $(d)$  d'abscisse 2, c'est le point de paramètre  $t = \frac{1}{2}$ , soit  $C(2; -1; -1)$ . Exprimons alors de deux

façons le produit scalaire  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ . On a  $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$  et  $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

- D'une part, on a :

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 2 \times (-1) + (-1) \times 2 + 1 \times 1 = -3$$

- D'autre part  $\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{2^2 + (-1)^2 + 1^2} = \sqrt{6}$  et  $\|\overrightarrow{AC}\| = \sqrt{(-1)^2 + 2^2 + 1^2} = \sqrt{6}$  et donc :

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \|\overrightarrow{AB}\| \times \|\overrightarrow{AC}\| \times \cos(\widehat{BAC}) = \sqrt{6} \times \sqrt{6} \times \cos(\widehat{BAC}) = 6 \cos(\widehat{BAC})$$

On en déduit l'égalité  $6 \cos(\widehat{BAC}) = -3$

● **Affirmation 3 : Faux**

Le point  $C$  étant le point de la droite  $(d)$  d'abscisse 2, c'est le point de paramètre  $t = \frac{1}{2}$ , soit  $C(2; -1; -1)$ . Exprimons alors de deux

façons le produit scalaire  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ . On a  $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$  et  $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

- D'une part, on a :

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 2 \times (-1) + (-1) \times 2 + 1 \times 1 = -3$$

- D'autre part  $\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{2^2 + (-1)^2 + 1^2} = \sqrt{6}$  et  $\|\overrightarrow{AC}\| = \sqrt{(-1)^2 + 2^2 + 1^2} = \sqrt{6}$  et donc :

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \|\overrightarrow{AB}\| \times \|\overrightarrow{AC}\| \times \cos(\widehat{BAC}) = \sqrt{6} \times \sqrt{6} \times \cos(\widehat{BAC}) = 6 \cos(\widehat{BAC})$$

On en déduit l'égalité  $6 \cos(\widehat{BAC}) = -3$  et donc

$$\cos(\widehat{BAC}) = -\frac{1}{2}.$$

● **Affirmation 3 : Faux**

Le point  $C$  étant le point de la droite  $(d)$  d'abscisse 2, c'est le point de paramètre  $t = \frac{1}{2}$ , soit  $C(2; -1; -1)$ . Exprimons alors de deux

façons le produit scalaire  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ . On a  $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$  et  $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

- D'une part, on a :

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 2 \times (-1) + (-1) \times 2 + 1 \times 1 = -3$$

- D'autre part  $\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{2^2 + (-1)^2 + 1^2} = \sqrt{6}$  et  $\|\overrightarrow{AC}\| = \sqrt{(-1)^2 + 2^2 + 1^2} = \sqrt{6}$  et donc :

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \|\overrightarrow{AB}\| \times \|\overrightarrow{AC}\| \times \cos(\widehat{BAC}) = \sqrt{6} \times \sqrt{6} \times \cos(\widehat{BAC}) = 6 \cos(\widehat{BAC})$$

On en déduit l'égalité  $6 \cos(\widehat{BAC}) = -3$  et donc

$\cos(\widehat{BAC}) = -\frac{1}{2}$ . Une mesure, exprimée en radian, de l'angle géométrique  $\widehat{BAC}$  est donc  $\frac{2\pi}{3}$ .

- **Affirmation 4 : Vrai**

- **Affirmation 4 : Vrai**

La droite  $\Delta$  passant par  $B$  orthogonalement à  $\mathcal{P}$  admet pour représentation paramétrique :

- **Affirmation 4 : Vrai**

La droite  $\Delta$  passant par  $B$  orthogonalement à  $\mathcal{P}$  admet pour représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = 5 + t \\ y = -4 \\ z = -1 + 3t \end{cases} \quad \text{avec } t \in \mathbb{R}$$

● **Affirmation 4 : Vrai**

La droite  $\Delta$  passant par  $B$  orthogonalement à  $\mathcal{P}$  admet pour représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = 5 + t \\ y = -4 \\ z = -1 + 3t \end{cases} \quad \text{avec } t \in \mathbb{R}$$

Déterminons alors les coordonnées de  $H$ , point d'intersection de  $\Delta$  et  $\mathcal{P}$ .

● **Affirmation 4 : Vrai**

La droite  $\Delta$  passant par  $B$  orthogonalement à  $\mathcal{P}$  admet pour représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = 5 + t \\ y = -4 \\ z = -1 + 3t \end{cases} \quad \text{avec } t \in \mathbb{R}$$

Déterminons alors les coordonnées de  $H$ , point d'intersection de  $\Delta$  et  $\mathcal{P}$ . On injecte les coordonnées de la représentation paramétrique de  $\Delta$  dans l'équation cartésienne de  $\mathcal{P}$  :

● **Affirmation 4 : Vrai**

La droite  $\Delta$  passant par  $B$  orthogonalement à  $\mathcal{P}$  admet pour représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = 5 + t \\ y = -4 \\ z = -1 + 3t \end{cases} \quad \text{avec } t \in \mathbb{R}$$

Déterminons alors les coordonnées de  $H$ , point d'intersection de  $\Delta$  et  $\mathcal{P}$ . On injecte les coordonnées de la représentation paramétrique de  $\Delta$  dans l'équation cartésienne de  $\mathcal{P}$  :

$$5+t+3(-1+3t)-7 = 0 \iff$$

● **Affirmation 4 : Vrai**

La droite  $\Delta$  passant par  $B$  orthogonalement à  $\mathcal{P}$  admet pour représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = 5 + t \\ y = -4 \\ z = -1 + 3t \end{cases} \quad \text{avec } t \in \mathbb{R}$$

Déterminons alors les coordonnées de  $H$ , point d'intersection de  $\Delta$  et  $\mathcal{P}$ . On injecte les coordonnées de la représentation paramétrique de  $\Delta$  dans l'équation cartésienne de  $\mathcal{P}$  :

$$5+t+3(-1+3t)-7=0 \iff 5+t-3+9t-7=0$$

● **Affirmation 4 : Vrai**

La droite  $\Delta$  passant par  $B$  orthogonalement à  $\mathcal{P}$  admet pour représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = 5 + t \\ y = -4 \\ z = -1 + 3t \end{cases} \quad \text{avec } t \in \mathbb{R}$$

Déterminons alors les coordonnées de  $H$ , point d'intersection de  $\Delta$  et  $\mathcal{P}$ . On injecte les coordonnées de la représentation paramétrique de  $\Delta$  dans l'équation cartésienne de  $\mathcal{P}$  :

$$5+t+3(-1+3t)-7 = 0 \iff 5+t-3+9t-7 = 0 \iff 10t = 5$$

● **Affirmation 4 : Vrai**

La droite  $\Delta$  passant par  $B$  orthogonalement à  $\mathcal{P}$  admet pour représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = 5 + t \\ y = -4 \\ z = -1 + 3t \end{cases} \quad \text{avec } t \in \mathbb{R}$$

Déterminons alors les coordonnées de  $H$ , point d'intersection de  $\Delta$  et  $\mathcal{P}$ . On injecte les coordonnées de la représentation paramétrique de  $\Delta$  dans l'équation cartésienne de  $\mathcal{P}$  :

$$5+t+3(-1+3t)-7=0 \iff 5+t-3+9t-7=0 \iff 10t=5 \iff t=\frac{1}{2}$$

● **Affirmation 4 : Vrai**

La droite  $\Delta$  passant par  $B$  orthogonalement à  $\mathcal{P}$  admet pour représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = 5 + t \\ y = -4 \\ z = -1 + 3t \end{cases} \quad \text{avec } t \in \mathbb{R}$$

Déterminons alors les coordonnées de  $H$ , point d'intersection de  $\Delta$  et  $\mathcal{P}$ . On injecte les coordonnées de la représentation paramétrique de  $\Delta$  dans l'équation cartésienne de  $\mathcal{P}$  :

$$5+t+3(-1+3t)-7=0 \iff 5+t-3+9t-7=0 \iff 10t=5 \iff t=\frac{1}{2}$$

On a donc :

$$H \left( \frac{11}{2}; -4; \frac{1}{2} \right)$$

Et finalement :

$$BH =$$

Et finalement :

$$BH = \sqrt{\left(\frac{11}{2} - 5\right)^2 + (-4 + 4)^2 + \left(\frac{1}{2} + 1\right)^2}$$

Et finalement :

$$\begin{aligned} BH &= \sqrt{\left(\frac{11}{2} - 5\right)^2 + (-4 + 4)^2 + \left(\frac{1}{2} + 1\right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{9}{4}} \end{aligned}$$

Et finalement :

$$\begin{aligned} BH &= \sqrt{\left(\frac{11}{2} - 5\right)^2 + (-4 + 4)^2 + \left(\frac{1}{2} + 1\right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{9}{4}} \\ &= \sqrt{\frac{10}{4}} \end{aligned}$$

Et finalement :

$$\begin{aligned} BH &= \sqrt{\left(\frac{11}{2} - 5\right)^2 + (-4 + 4)^2 + \left(\frac{1}{2} + 1\right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{9}{4}} \\ &= \sqrt{\frac{10}{4}} \\ &= \frac{\sqrt{10}}{2} \end{aligned}$$

1. Notons  $f_1$  la fonction représentée par la courbe  $\mathcal{C}_1$  et  $f_2$  la fonction représentée par la courbe  $\mathcal{C}_2$ .

1. Notons  $f_1$  la fonction représentée par la courbe  $\mathcal{C}_1$  et  $f_2$  la fonction représentée par la courbe  $\mathcal{C}_2$ . On peut remarquer que :
  - Sur l'intervalle  $]-\infty; -2]$ ,

1. Notons  $f_1$  la fonction représentée par la courbe  $\mathcal{C}_1$  et  $f_2$  la fonction représentée par la courbe  $\mathcal{C}_2$ . On peut remarquer que :
  - Sur l'intervalle  $]-\infty; -2]$ , la fonction  $f_2$  est négative et la fonction  $f_1$  est décroissante.

1. Notons  $f_1$  la fonction représentée par la courbe  $\mathcal{C}_1$  et  $f_2$  la fonction représentée par la courbe  $\mathcal{C}_2$ . On peut remarquer que :
  - Sur l'intervalle  $]-\infty; -2]$ , la fonction  $f_2$  est négative et la fonction  $f_1$  est décroissante.
  - Sur l'intervalle  $[-2; 1]$ ,

1. Notons  $f_1$  la fonction représentée par la courbe  $\mathcal{C}_1$  et  $f_2$  la fonction représentée par la courbe  $\mathcal{C}_2$ . On peut remarquer que :
  - Sur l'intervalle  $]-\infty; -2]$ , la fonction  $f_2$  est négative et la fonction  $f_1$  est décroissante.
  - Sur l'intervalle  $[-2; 1]$ , la fonction  $f_2$  est positive et la fonction  $f_1$  est croissante.

1. Notons  $f_1$  la fonction représentée par la courbe  $\mathcal{C}_1$  et  $f_2$  la fonction représentée par la courbe  $\mathcal{C}_2$ . On peut remarquer que :
- Sur l'intervalle  $]-\infty; -2]$ , la fonction  $f_2$  est négative et la fonction  $f_1$  est décroissante.
  - Sur l'intervalle  $[-2; 1]$ , la fonction  $f_2$  est positive et la fonction  $f_1$  est croissante.
  - Sur l'intervalle  $[1; +\infty[$ ,

1. Notons  $f_1$  la fonction représentée par la courbe  $\mathcal{C}_1$  et  $f_2$  la fonction représentée par la courbe  $\mathcal{C}_2$ . On peut remarquer que :
  - Sur l'intervalle  $]-\infty; -2]$ , la fonction  $f_2$  est négative et la fonction  $f_1$  est décroissante.
  - Sur l'intervalle  $[-2; 1]$ , la fonction  $f_2$  est positive et la fonction  $f_1$  est croissante.
  - Sur l'intervalle  $[1; +\infty[$ , la fonction  $f_2$  est négative et la fonction  $f_1$  est décroissante.

1. Notons  $f_1$  la fonction représentée par la courbe  $\mathcal{C}_1$  et  $f_2$  la fonction représentée par la courbe  $\mathcal{C}_2$ . On peut remarquer que :
- Sur l'intervalle  $]-\infty; -2]$ , la fonction  $f_2$  est négative et la fonction  $f_1$  est décroissante.
  - Sur l'intervalle  $[-2; 1]$ , la fonction  $f_2$  est positive et la fonction  $f_1$  est croissante.
  - Sur l'intervalle  $[1; +\infty[$ , la fonction  $f_2$  est négative et la fonction  $f_1$  est décroissante.

On en déduit que :

$g$  est représentée par  $\mathcal{C}_1$  et  $g'$  par  $\mathcal{C}_2$

2. On sait que  $g(0) = 1$  et  $g'(0) = 2$ .

2. On sait que  $g(0) = 1$  et  $g'(0) = 2$ . La tangente à la courbe représentative de la fonction  $g$  au point d'abscisse 0 est donc  $y = 2(x - 0) + 1$

2. On sait que  $g(0) = 1$  et  $g'(0) = 2$ . La tangente à la courbe représentative de la fonction  $g$  au point d'abscisse 0 est donc  $y = 2(x - 0) + 1$  soit :

$$y = 2x + 1$$

1. La fonction  $f_0$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$  et, pour tout  $x \in \mathbb{R}$  :

1. La fonction  $f_0$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$  et, pour tout  $x \in \mathbb{R}$  :

$$f'(x) =$$

1. La fonction  $f_0$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$  et, pour tout  $x \in \mathbb{R}$  :

$$f'(x) = (2x + 3)e^{-x} + (x^2 + 3x) \times (-e^{-x})$$

1. La fonction  $f_0$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$  et, pour tout  $x \in \mathbb{R}$  :

$$f'(x) = (2x + 3)e^{-x} + (x^2 + 3x) \times (-e^{-x}) = (-x^2 - x + 3)e^{-x}$$

1. La fonction  $f_0$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$  et, pour tout  $x \in \mathbb{R}$  :

$$f'(x) = (2x + 3)e^{-x} + (x^2 + 3x) \times (-e^{-x}) = (-x^2 - x + 3)e^{-x}$$

Et donc :

$$f_0(x) + f'_0(x) =$$

1. La fonction  $f_0$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$  et, pour tout  $x \in \mathbb{R}$  :

$$f'(x) = (2x + 3)e^{-x} + (x^2 + 3x) \times (-e^{-x}) = (-x^2 - x + 3)e^{-x}$$

Et donc :

$$f_0(x) + f'_0(x) = (x^2 + 3x)e^{-x} + (-x^2 - x + 3)e^{-x}$$

1. La fonction  $f_0$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$  et, pour tout  $x \in \mathbb{R}$  :

$$f'(x) = (2x + 3)e^{-x} + (x^2 + 3x) \times (-e^{-x}) = (-x^2 - x + 3)e^{-x}$$

Et donc :

$$\begin{aligned} f_0(x) + f'_0(x) &= (x^2 + 3x)e^{-x} + (-x^2 - x + 3)e^{-x} \\ &= (x^2 + 3x - x^2 - x + 3)e^{-x} \end{aligned}$$

1. La fonction  $f_0$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$  et, pour tout  $x \in \mathbb{R}$  :

$$f'(x) = (2x + 3)e^{-x} + (x^2 + 3x) \times (-e^{-x}) = (-x^2 - x + 3)e^{-x}$$

Et donc :

$$\begin{aligned} f_0(x) + f'_0(x) &= (x^2 + 3x)e^{-x} + (-x^2 - x + 3)e^{-x} \\ &= (x^2 + 3x - x^2 - x + 3)e^{-x} \\ &= (2x + 3)e^{-x} \end{aligned}$$

1. La fonction  $f_0$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$  et, pour tout  $x \in \mathbb{R}$  :

$$f'(x) = (2x + 3)e^{-x} + (x^2 + 3x) \times (-e^{-x}) = (-x^2 - x + 3)e^{-x}$$

Et donc :

$$\begin{aligned}f_0(x) + f'_0(x) &= (x^2 + 3x)e^{-x} + (-x^2 - x + 3)e^{-x} \\ &= (x^2 + 3x - x^2 - x + 3)e^{-x} \\ &= (2x + 3)e^{-x}\end{aligned}$$

On en déduit que :

La fonction  $f_0$  est solution de (E)

2. L'équation  $(E_0)$  s'écrit  $y' = -y$ ,

2. L'équation  $(E_0)$  s'écrit  $y' = -y$ , les solutions sont donc les fonctions de la forme :

$$x \mapsto \lambda e^{-x} \quad \text{avec } \lambda \in \mathbb{R}$$

3. Les solutions de l'équation différentielle  $(E)$  sont les fonctions qui s'écrivent comme la somme d'une solution de l'équation homogène associée  $(E_0)$  et de la fonction  $f_0$ , solution particulière de  $(E)$ ,

3. Les solutions de l'équation différentielle  $(E)$  sont les fonctions qui s'écrivent comme la somme d'une solution de l'équation homogène associée  $(E_0)$  et de la fonction  $f_0$ , solution particulière de  $(E)$ , soit les fonctions de la forme :

3. Les solutions de l'équation différentielle  $(E)$  sont les fonctions qui s'écrivent comme la somme d'une solution de l'équation homogène associée  $(E_0)$  et de la fonction  $f_0$ , solution particulière de  $(E)$ , soit les fonctions de la forme :

$$x \mapsto (x^2 + 3x + \lambda)e^{-x} \quad \text{avec } \lambda \in \mathbb{R}$$

4. La fonction  $g$  étant une solution de  $(E)$ , il existe un réel  $\lambda$  tel que, pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $g(x) = (x^2 + 3x + \lambda)e^{-x}$ .

4. La fonction  $g$  étant une solution de  $(E)$ , il existe un réel  $\lambda$  tel que, pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $g(x) = (x^2 + 3x + \lambda)e^{-x}$ . De plus, on sait que  $g(0) = 1$ .

4. La fonction  $g$  étant une solution de  $(E)$ , il existe un réel  $\lambda$  tel que, pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $g(x) = (x^2 + 3x + \lambda)e^{-x}$ . De plus, on sait que  $g(0) = 1$ . On a alors :

$$g(0) = 1 \iff$$

4. La fonction  $g$  étant une solution de  $(E)$ , il existe un réel  $\lambda$  tel que, pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $g(x) = (x^2 + 3x + \lambda)e^{-x}$ . De plus, on sait que  $g(0) = 1$ . On a alors :

$$g(0) = 1 \iff \lambda e^0 = 1$$

4. La fonction  $g$  étant une solution de  $(E)$ , il existe un réel  $\lambda$  tel que, pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $g(x) = (x^2 + 3x + \lambda)e^{-x}$ . De plus, on sait que  $g(0) = 1$ . On a alors :

$$\begin{aligned}g(0) = 1 &\iff \lambda e^0 = 1 \\ &\iff \lambda = 1\end{aligned}$$

4. La fonction  $g$  étant une solution de  $(E)$ , il existe un réel  $\lambda$  tel que, pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $g(x) = (x^2 + 3x + \lambda)e^{-x}$ . De plus, on sait que  $g(0) = 1$ . On a alors :

$$\begin{aligned}g(0) = 1 &\iff \lambda e^0 = 1 \\ &\iff \lambda = 1\end{aligned}$$

Et donc :

$$g(x) = (x^2 + 3x + 1)e^{-x}$$

5. Soit  $h$  une solution de  $(E)$ , il existe donc un réel  $\lambda$  tel que, pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $h(x) = (x^2 + 3x + \lambda)e^{-x}$ .

5. Soit  $h$  une solution de  $(E)$ , il existe donc un réel  $\lambda$  tel que, pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $h(x) = (x^2 + 3x + \lambda)e^{-x}$ . La fonction  $h$  est deux fois dérivable sur  $\mathbb{R}$  et, pour tout  $x \in \mathbb{R}$  :

$$h'(x) =$$

5. Soit  $h$  une solution de  $(E)$ , il existe donc un réel  $\lambda$  tel que, pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $h(x) = (x^2 + 3x + \lambda)e^{-x}$ . La fonction  $h$  est deux fois dérivable sur  $\mathbb{R}$  et, pour tout  $x \in \mathbb{R}$  :

$$h'(x) = (2x + 3 - x^2 - 3x - \lambda)e^{-x}$$

5. Soit  $h$  une solution de  $(E)$ , il existe donc un réel  $\lambda$  tel que, pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $h(x) = (x^2 + 3x + \lambda)e^{-x}$ . La fonction  $h$  est deux fois dérivable sur  $\mathbb{R}$  et, pour tout  $x \in \mathbb{R}$  :

$$h'(x) = (2x + 3 - x^2 - 3x - \lambda)e^{-x} = (-x^2 - x + 3 - \lambda)e^{-x}$$

5. Soit  $h$  une solution de  $(E)$ , il existe donc un réel  $\lambda$  tel que, pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $h(x) = (x^2 + 3x + \lambda)e^{-x}$ . La fonction  $h$  est deux fois dérivable sur  $\mathbb{R}$  et, pour tout  $x \in \mathbb{R}$  :

$$h'(x) = (2x + 3 - x^2 - 3x - \lambda)e^{-x} = (-x^2 - x + 3 - \lambda)e^{-x}$$

Et :

$$h''(x) =$$

5. Soit  $h$  une solution de  $(E)$ , il existe donc un réel  $\lambda$  tel que, pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $h(x) = (x^2 + 3x + \lambda)e^{-x}$ . La fonction  $h$  est deux fois dérivable sur  $\mathbb{R}$  et, pour tout  $x \in \mathbb{R}$  :

$$h'(x) = (2x + 3 - x^2 - 3x - \lambda)e^{-x} = (-x^2 - x + 3 - \lambda)e^{-x}$$

Et :

$$h''(x) = (-2x - 1 + x^2 + x - 3 + \lambda)e^{-x}$$

5. Soit  $h$  une solution de  $(E)$ , il existe donc un réel  $\lambda$  tel que, pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $h(x) = (x^2 + 3x + \lambda)e^{-x}$ . La fonction  $h$  est deux fois dérivable sur  $\mathbb{R}$  et, pour tout  $x \in \mathbb{R}$  :

$$h'(x) = (2x + 3 - x^2 - 3x - \lambda)e^{-x} = (-x^2 - x + 3 - \lambda)e^{-x}$$

Et :

$$h''(x) = (-2x - 1 + x^2 + x - 3 + \lambda)e^{-x} = (x^2 - x + \lambda - 4)e^{-x}$$

5. Soit  $h$  une solution de  $(E)$ , il existe donc un réel  $\lambda$  tel que, pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $h(x) = (x^2 + 3x + \lambda)e^{-x}$ . La fonction  $h$  est deux fois dérivable sur  $\mathbb{R}$  et, pour tout  $x \in \mathbb{R}$  :

$$h'(x) = (2x + 3 - x^2 - 3x - \lambda)e^{-x} = (-x^2 - x + 3 - \lambda)e^{-x}$$

Et :

$$h''(x) = (-2x - 1 + x^2 + x - 3 + \lambda)e^{-x} = (x^2 - x + \lambda - 4)e^{-x}$$

On a alors, pour tout  $x \in \mathbb{R}$  :

$$h''(x) = 0 \iff x^2 - x + \lambda - 4$$

5. Soit  $h$  une solution de  $(E)$ , il existe donc un réel  $\lambda$  tel que, pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $h(x) = (x^2 + 3x + \lambda)e^{-x}$ . La fonction  $h$  est deux fois dérivable sur  $\mathbb{R}$  et, pour tout  $x \in \mathbb{R}$  :

$$h'(x) = (2x + 3 - x^2 - 3x - \lambda)e^{-x} = (-x^2 - x + 3 - \lambda)e^{-x}$$

Et :

$$h''(x) = (-2x - 1 + x^2 + x - 3 + \lambda)e^{-x} = (x^2 - x + \lambda - 4)e^{-x}$$

On a alors, pour tout  $x \in \mathbb{R}$  :

$$h''(x) = 0 \iff x^2 - x + \lambda - 4$$

$x^2 - x + \lambda - 4$  est un polynôme du second degré qui admet pour discriminant  $\Delta =$

5. Soit  $h$  une solution de  $(E)$ , il existe donc un réel  $\lambda$  tel que, pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $h(x) = (x^2 + 3x + \lambda)e^{-x}$ . La fonction  $h$  est deux fois dérivable sur  $\mathbb{R}$  et, pour tout  $x \in \mathbb{R}$  :

$$h'(x) = (2x + 3 - x^2 - 3x - \lambda)e^{-x} = (-x^2 - x + 3 - \lambda)e^{-x}$$

Et :

$$h''(x) = (-2x - 1 + x^2 + x - 3 + \lambda)e^{-x} = (x^2 - x + \lambda - 4)e^{-x}$$

On a alors, pour tout  $x \in \mathbb{R}$  :

$$h''(x) = 0 \iff x^2 - x + \lambda - 4$$

$x^2 - x + \lambda - 4$  est un polynôme du second degré qui admet pour discriminant  $\Delta = 1 - 4(\lambda - 4)$

5. Soit  $h$  une solution de  $(E)$ , il existe donc un réel  $\lambda$  tel que, pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $h(x) = (x^2 + 3x + \lambda)e^{-x}$ . La fonction  $h$  est deux fois dérivable sur  $\mathbb{R}$  et, pour tout  $x \in \mathbb{R}$  :

$$h'(x) = (2x + 3 - x^2 - 3x - \lambda)e^{-x} = (-x^2 - x + 3 - \lambda)e^{-x}$$

Et :

$$h''(x) = (-2x - 1 + x^2 + x - 3 + \lambda)e^{-x} = (x^2 - x + \lambda - 4)e^{-x}$$

On a alors, pour tout  $x \in \mathbb{R}$  :

$$h''(x) = 0 \iff x^2 - x + \lambda - 4$$

$x^2 - x + \lambda - 4$  est un polynôme du second degré qui admet pour discriminant  $\Delta = 1 - 4(\lambda - 4) = 1 - 4\lambda + 16$

5. Soit  $h$  une solution de  $(E)$ , il existe donc un réel  $\lambda$  tel que, pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $h(x) = (x^2 + 3x + \lambda)e^{-x}$ . La fonction  $h$  est deux fois dérivable sur  $\mathbb{R}$  et, pour tout  $x \in \mathbb{R}$  :

$$h'(x) = (2x + 3 - x^2 - 3x - \lambda)e^{-x} = (-x^2 - x + 3 - \lambda)e^{-x}$$

Et :

$$h''(x) = (-2x - 1 + x^2 + x - 3 + \lambda)e^{-x} = (x^2 - x + \lambda - 4)e^{-x}$$

On a alors, pour tout  $x \in \mathbb{R}$  :

$$h''(x) = 0 \iff x^2 - x + \lambda - 4$$

$x^2 - x + \lambda - 4$  est un polynôme du second degré qui admet pour discriminant  $\Delta = 1 - 4(\lambda - 4) = 1 - 4\lambda + 16 = 17 - 4\lambda$ .

5. Soit  $h$  une solution de  $(E)$ , il existe donc un réel  $\lambda$  tel que, pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $h(x) = (x^2 + 3x + \lambda)e^{-x}$ . La fonction  $h$  est deux fois dérivable sur  $\mathbb{R}$  et, pour tout  $x \in \mathbb{R}$  :

$$h'(x) = (2x + 3 - x^2 - 3x - \lambda)e^{-x} = (-x^2 - x + 3 - \lambda)e^{-x}$$

Et :

$$h''(x) = (-2x - 1 + x^2 + x - 3 + \lambda)e^{-x} = (x^2 - x + \lambda - 4)e^{-x}$$

On a alors, pour tout  $x \in \mathbb{R}$  :

$$h''(x) = 0 \iff x^2 - x + \lambda - 4$$

$x^2 - x + \lambda - 4$  est un polynôme du second degré qui admet pour discriminant  $\Delta = 1 - 4(\lambda - 4) = 1 - 4\lambda + 16 = 17 - 4\lambda$ . Et donc :

$$\Delta > 0 \iff$$

5. Soit  $h$  une solution de  $(E)$ , il existe donc un réel  $\lambda$  tel que, pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $h(x) = (x^2 + 3x + \lambda)e^{-x}$ . La fonction  $h$  est deux fois dérivable sur  $\mathbb{R}$  et, pour tout  $x \in \mathbb{R}$  :

$$h'(x) = (2x + 3 - x^2 - 3x - \lambda)e^{-x} = (-x^2 - x + 3 - \lambda)e^{-x}$$

Et :

$$h''(x) = (-2x - 1 + x^2 + x - 3 + \lambda)e^{-x} = (x^2 - x + \lambda - 4)e^{-x}$$

On a alors, pour tout  $x \in \mathbb{R}$  :

$$h''(x) = 0 \iff x^2 - x + \lambda - 4$$

$x^2 - x + \lambda - 4$  est un polynôme du second degré qui admet pour discriminant  $\Delta = 1 - 4(\lambda - 4) = 1 - 4\lambda + 16 = 17 - 4\lambda$ . Et donc :

$$\Delta > 0 \iff 17 - 4\lambda > 0$$

5. Soit  $h$  une solution de  $(E)$ , il existe donc un réel  $\lambda$  tel que, pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $h(x) = (x^2 + 3x + \lambda)e^{-x}$ . La fonction  $h$  est deux fois dérivable sur  $\mathbb{R}$  et, pour tout  $x \in \mathbb{R}$  :

$$h'(x) = (2x + 3 - x^2 - 3x - \lambda)e^{-x} = (-x^2 - x + 3 - \lambda)e^{-x}$$

Et :

$$h''(x) = (-2x - 1 + x^2 + x - 3 + \lambda)e^{-x} = (x^2 - x + \lambda - 4)e^{-x}$$

On a alors, pour tout  $x \in \mathbb{R}$  :

$$h''(x) = 0 \iff x^2 - x + \lambda - 4$$

$x^2 - x + \lambda - 4$  est un polynôme du second degré qui admet pour discriminant  $\Delta = 1 - 4(\lambda - 4) = 1 - 4\lambda + 16 = 17 - 4\lambda$ . Et donc :

$$\Delta > 0 \iff 17 - 4\lambda > 0 \iff \lambda < \frac{17}{4}$$

5. Soit  $h$  une solution de  $(E)$ , il existe donc un réel  $\lambda$  tel que, pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $h(x) = (x^2 + 3x + \lambda)e^{-x}$ . La fonction  $h$  est deux fois dérivable sur  $\mathbb{R}$  et, pour tout  $x \in \mathbb{R}$  :

$$h'(x) = (2x + 3 - x^2 - 3x - \lambda)e^{-x} = (-x^2 - x + 3 - \lambda)e^{-x}$$

Et :

$$h''(x) = (-2x - 1 + x^2 + x - 3 + \lambda)e^{-x} = (x^2 - x + \lambda - 4)e^{-x}$$

On a alors, pour tout  $x \in \mathbb{R}$  :

$$h''(x) = 0 \iff x^2 - x + \lambda - 4$$

$x^2 - x + \lambda - 4$  est un polynôme du second degré qui admet pour discriminant  $\Delta = 1 - 4(\lambda - 4) = 1 - 4\lambda + 16 = 17 - 4\lambda$ . Et donc :

$$\Delta > 0 \iff 17 - 4\lambda > 0 \iff \lambda < \frac{17}{4}$$

Les solutions de l'équation différentielle  $(E)$  dont la courbe admet exactement deux points d'inflexion sont donc les fonctions de la forme  $x \mapsto (x^2 + 3x + \lambda)e^{-x}$  avec :

5. Soit  $h$  une solution de  $(E)$ , il existe donc un réel  $\lambda$  tel que, pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $h(x) = (x^2 + 3x + \lambda)e^{-x}$ . La fonction  $h$  est deux fois dérivable sur  $\mathbb{R}$  et, pour tout  $x \in \mathbb{R}$  :

$$h'(x) = (2x + 3 - x^2 - 3x - \lambda)e^{-x} = (-x^2 - x + 3 - \lambda)e^{-x}$$

Et :

$$h''(x) = (-2x - 1 + x^2 + x - 3 + \lambda)e^{-x} = (x^2 - x + \lambda - 4)e^{-x}$$

On a alors, pour tout  $x \in \mathbb{R}$  :

$$h''(x) = 0 \iff x^2 - x + \lambda - 4$$

$x^2 - x + \lambda - 4$  est un polynôme du second degré qui admet pour discriminant  $\Delta = 1 - 4(\lambda - 4) = 1 - 4\lambda + 16 = 17 - 4\lambda$ . Et donc :

$$\Delta > 0 \iff 17 - 4\lambda > 0 \iff \lambda < \frac{17}{4}$$

Les solutions de l'équation différentielle  $(E)$  dont la courbe admet exactement deux points d'inflexion sont donc les fonctions de la forme  $x \mapsto (x^2 + 3x + \lambda)e^{-x}$  avec :

$$\boxed{\lambda < \frac{17}{4}}$$

1. Pour tout  $x \in \mathbb{R}$ , on a :

$$f(x) = x^2e^{-x} + 3xe^{-x} + 3e^{-x}$$

1. Pour tout  $x \in \mathbb{R}$ , on a :

$$f(x) = x^2e^{-x} + 3xe^{-x} + 3e^{-x}$$

Or  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2e^{-x} = 0$  par croissances comparées,

1. Pour tout  $x \in \mathbb{R}$ , on a :

$$f(x) = x^2e^{-x} + 3xe^{-x} + 3e^{-x}$$

Or  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2e^{-x} = 0$  par croissances comparées,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} 3xe^{-x} = 0$   
par croissances comparées

1. Pour tout  $x \in \mathbb{R}$ , on a :

$$f(x) = x^2e^{-x} + 3xe^{-x} + 3e^{-x}$$

Or  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2e^{-x} = 0$  par croissances comparées,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} 3xe^{-x} = 0$   
par croissances comparées et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} 3e^{-x} = 0$

1. Pour tout  $x \in \mathbb{R}$ , on a :

$$f(x) = x^2e^{-x} + 3xe^{-x} + 3e^{-x}$$

Or  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2e^{-x} = 0$  par croissances comparées,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} 3xe^{-x} = 0$   
par croissances comparées et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} 3e^{-x} = 0$  donc :

$$\boxed{\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0}$$

2. (a) Pour tout  $x \in \mathbb{R}$ , on a :

$$f'(x) =$$

2. (a) Pour tout  $x \in \mathbb{R}$ , on a :

$$f'(x) = (2x + 3)e^{-x} + (x^2 + 3x + 2) \times (-e^{-x})$$

2. (a) Pour tout  $x \in \mathbb{R}$ , on a :

$$\begin{aligned}f'(x) &= (2x + 3)e^{-x} + (x^2 + 3x + 2) \times (-e^{-x}) \\ &= (2x + 3 - x^2 - 3x - 2)e^{-x}\end{aligned}$$

2. (a) Pour tout  $x \in \mathbb{R}$ , on a :

$$\begin{aligned}f'(x) &= (2x + 3)e^{-x} + (x^2 + 3x + 2) \times (-e^{-x}) \\ &= (2x + 3 - x^2 - 3x - 2)e^{-x} \\ &= (-x^2 - x + 1)e^{-x}\end{aligned}$$

2. (a) Pour tout  $x \in \mathbb{R}$ , on a :

$$\begin{aligned}f'(x) &= (2x + 3)e^{-x} + (x^2 + 3x + 2) \times (-e^{-x}) \\&= (2x + 3 - x^2 - 3x - 2)e^{-x} \\&= (-x^2 - x + 1)e^{-x}\end{aligned}$$

Soit :

$$f'(x) = (-x^2 - x + 1)e^{-x}$$

2. (b) Pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $e^{-x} > 0$  donc  $f'(x)$  est du signe de  $-x^2 - x + 1$ .

2. (b) Pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $e^{-x} > 0$  donc  $f'(x)$  est du signe de  $-x^2 - x + 1$ . Il s'agit d'un polynôme du second degré qui admet deux racines :

$$x_1 = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \text{ et } x_2 = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}.$$

2. (b) Pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $e^{-x} > 0$  donc  $f'(x)$  est du signe de  $-x^2 - x + 1$ . Il s'agit d'un polynôme du second degré qui admet deux racines :  
 $x_1 = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$  et  $x_2 = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ . Il est négatif à l'extérieur de l'intervalle des racines d'où le tableau :

2. (b) Pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $e^{-x} > 0$  donc  $f'(x)$  est du signe de  $-x^2 - x + 1$ . Il s'agit d'un polynôme du second degré qui admet deux racines :  $x_1 = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$  et  $x_2 = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ . Il est négatif à l'extérieur de l'intervalle des racines d'où le tableau :

$x$	$-\infty$	$\frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$	$\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$	$+\infty$			
$f'(x)$		-	0	+	0	-	
$f(x)$	$+\infty$						0

3. On a  $f(0) = 2$

3. On a  $f(0) = 2$  puis la fonction  $f$  est croissante sur l'intervalle  $[0; x_2]$

3. On a  $f(0) = 2$  puis la fonction  $f$  est croissante sur l'intervalle  $[0; x_2]$  et décroissante sur l'intervalle  $[x_2; +\infty[$

3. On a  $f(0) = 2$  puis la fonction  $f$  est croissante sur l'intervalle  $[0; x_2]$  et décroissante sur l'intervalle  $[x_2; +\infty[$  avec  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ .

3. On a  $f(0) = 2$  puis la fonction  $f$  est croissante sur l'intervalle  $[0; x_2]$  et décroissante sur l'intervalle  $[x_2; +\infty[$  avec  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ . On en déduit que :

$f$  est positive sur l'intervalle  $[0; +\infty[$

4. La fonction  $f$  étant positive sur l'intervalle  $[0; \alpha]$ ,

4. La fonction  $f$  étant positive sur l'intervalle  $[0; \alpha]$ , il s'agit de calculer l'intégrale  $\int_0^{\alpha} f(x) dx$ .

4. La fonction  $f$  étant positive sur l'intervalle  $[0; \alpha]$ , il s'agit de calculer l'intégrale  $\int_0^\alpha f(x) dx$ .

$$\int_0^\alpha f(x) dx =$$

4. La fonction  $f$  étant positive sur l'intervalle  $[0; \alpha]$ , il s'agit de calculer l'intégrale  $\int_0^\alpha f(x) dx$ .

$$\int_0^\alpha f(x) dx = \left[ (-x^2 - 5x - 7)e^{-x} \right]_0^\alpha$$

4. La fonction  $f$  étant positive sur l'intervalle  $[0; \alpha]$ , il s'agit de calculer l'intégrale  $\int_0^\alpha f(x) dx$ .

$$\begin{aligned}\int_0^\alpha f(x) dx &= \left[(-x^2 - 5x - 7)e^{-x}\right]_0^\alpha \\ &= (-\alpha^2 - 5\alpha - 7)e^{-\alpha} + 7e^0\end{aligned}$$

4. La fonction  $f$  étant positive sur l'intervalle  $[0; \alpha]$ , il s'agit de calculer l'intégrale  $\int_0^\alpha f(x) dx$ .

$$\begin{aligned}\int_0^\alpha f(x) dx &= \left[(-x^2 - 5x - 7)e^{-x}\right]_0^\alpha \\ &= (-\alpha^2 - 5\alpha - 7)e^{-\alpha} + 7e^0 \\ &= (-\alpha^2 - 5\alpha - 7)e^{-\alpha} + 7\end{aligned}$$

4. La fonction  $f$  étant positive sur l'intervalle  $[0; \alpha]$ , il s'agit de calculer l'intégrale  $\int_0^\alpha f(x) dx$ .

$$\begin{aligned}\int_0^\alpha f(x) dx &= \left[(-x^2 - 5x - 7)e^{-x}\right]_0^\alpha \\ &= (-\alpha^2 - 5\alpha - 7)e^{-\alpha} + 7e^0 \\ &= (-\alpha^2 - 5\alpha - 7)e^{-\alpha} + 7\end{aligned}$$

L'aire exprimée en unité d'aire, du domaine du plan délimité par l'axe des abscisses, la courbe  $\mathcal{C}_f$  et les droites d'équation  $x = 0$  et  $x = \alpha$  est donc :

4. La fonction  $f$  étant positive sur l'intervalle  $[0; \alpha]$ , il s'agit de calculer l'intégrale  $\int_0^\alpha f(x) dx$ .

$$\begin{aligned}\int_0^\alpha f(x) dx &= \left[ (-x^2 - 5x - 7)e^{-x} \right]_0^\alpha \\ &= (-\alpha^2 - 5\alpha - 7)e^{-\alpha} + 7e^0 \\ &= (-\alpha^2 - 5\alpha - 7)e^{-\alpha} + 7\end{aligned}$$

L'aire exprimée en unité d'aire, du domaine du plan délimité par l'axe des abscisses, la courbe  $\mathcal{C}_f$  et les droites d'équation  $x = 0$  et  $x = \alpha$  est donc :

$$\mathcal{A}(\alpha) = (-\alpha^2 - 5\alpha - 7)e^{-\alpha} + 7$$

Tous les sujets corrigés avec sources L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X :

<http://specialite.mathematiques.free.fr/>

Pour toute remarque :

[fabien.vinsu@ac-besancon.fr](mailto:fabien.vinsu@ac-besancon.fr)