Corrigé de l'épreuve du baccalauréat de spécialité mathématiques

Amérique du nord (sujet de secours) 22 mai 2025

http://specialite.mathematiques.free.fr/
fabien.vinsu@ac-besancon.fr

Exercice 1 - Partie A

1. On a :

$$\boxed{\lim_{x \longrightarrow -\infty} f(x) = -\infty}$$

Exercice 1 - Partie A

1. On a :

$$\boxed{\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty} \quad \text{car} \quad \begin{cases} \lim\limits_{x \to -\infty} x = -\infty \\ \lim\limits_{x \to -\infty} \mathrm{e}^{-x} = +\infty \\ \lim\limits_{x \to -\infty} (2x - 1) = -\infty \end{cases}$$

1. On a :

$$\boxed{\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty} \quad \text{car} \quad \begin{cases} \lim\limits_{x \to -\infty} x = -\infty \\ \lim\limits_{x \to -\infty} \mathrm{e}^{-x} = +\infty \\ \lim\limits_{x \to -\infty} (2x - 1) = -\infty \end{cases}$$

Et :

$$\boxed{\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty}$$

Exercice 1 - Partie A

1. On a :

$$\boxed{\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty} \quad \text{car} \quad \begin{cases} \lim\limits_{x \to -\infty} x = -\infty \\ \lim\limits_{x \to -\infty} \mathrm{e}^{-x} = +\infty \\ \lim\limits_{x \to -\infty} (2x-1) = -\infty \end{cases}$$

Et :

$$\boxed{\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty} \quad \text{car} \quad \begin{cases} \lim\limits_{x \to +\infty} x\mathrm{e}^{-x} = 0 \quad \textit{(par croissances comparées)} \\ \lim\limits_{x \to +\infty} (2x-1) = +\infty \end{cases}$$

2. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$f'(x) =$$

2. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$f'(x) = 1 \times \mathrm{e}^{-x} + x \times \left(-\mathrm{e}^{-x}\right) + 2$$

2. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned} f'(x) &= 1 \times \mathrm{e}^{-x} + x \times \left(-\mathrm{e}^{-x}\right) + 2 \\ &= \mathrm{e}^{-x} - x\mathrm{e}^{-x} + 2 \end{aligned}$$

2. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned} f'(x) &= 1 \times \mathrm{e}^{-x} + x \times \left(-\mathrm{e}^{-x}\right) + 2 \\ &= \mathrm{e}^{-x} - x\mathrm{e}^{-x} + 2 \\ &= (1-x)\mathrm{e}^{-x} + 2 \end{aligned}$$

2. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned} f'(x) &= 1 \times \mathrm{e}^{-x} + x \times \left(-\mathrm{e}^{-x}\right) + 2 \\ &= \mathrm{e}^{-x} - x\mathrm{e}^{-x} + 2 \\ &= (1 - x)\mathrm{e}^{-x} + 2 \end{aligned}$$

Soit :

$$\boxed{f'(x) = (1 - x)\mathrm{e}^{-x} + 2}$$

3. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$f''(x) =$$

3. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$f''(x) = -1 \times \mathrm{e}^{-x} + (1 - x) \times \left(-\mathrm{e}^{-x}\right)$$

3. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned} f''(x) &= -1 \times \mathrm{e}^{-x} + (1-x) \times \left(-\mathrm{e}^{-x}\right) \\ &= -\mathrm{e}^{-x} + (-1+x)\mathrm{e}^{-x} \end{aligned}$$

3. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned} f''(x) &= -1 \times \mathrm{e}^{-x} + (1-x) \times \left(-\mathrm{e}^{-x}\right) \\ &= -\mathrm{e}^{-x} + (-1+x)\mathrm{e}^{-x} \\ &= (x-2)\mathrm{e}^{-x} \end{aligned}$$

3. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned} f''(x) &= -1 \times \mathrm{e}^{-x} + (1-x) \times \left(-\mathrm{e}^{-x}\right) \\ &= -\mathrm{e}^{-x} + (-1+x)\mathrm{e}^{-x} \\ &= (x-2)\mathrm{e}^{-x} \end{aligned}$$

Soit :

$$\boxed{f''(x) = (x-2)\mathrm{e}^{-x}}$$

4. On a alors le tableau :

4. On a alors le tableau :

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f''(x)$		$-$	0	$+$	
f		concave		convexe	

5. On a le tableau :

5. On a le tableau :

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f''(x)$		$-$	0	$+$	
$f'(x)$		$\searrow$	$2-\mathrm{e}^{-2}$	$\nearrow$	

5. On a le tableau :

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f''(x)$		$-$	0	$+$	
$f'(x)$		$\searrow$	$2-\mathrm{e}^{-2}$	$\nearrow$	

Le minimum de f'' est atteint en 2 et vaut
$f'(2) = (1-2)\mathrm{e}^{-2} + 2 = 2 - \mathrm{e}^{-2}$.

6. On a $2 - e^{-2} \approx 1,86$

6. On a $2 - \mathrm{e}^{-2} \approx 1,86 > 0$

6. On a $2 - \mathrm{e}^{-2} \approx 1,86 > 0$ et comme il s'agit du minimum de f',

6. On a $2 - \mathrm{e}^{-2} \approx 1,86 > 0$ et comme il s'agit du minimum de f', on en déduit que, pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$\boxed{f'(x) > 0}$$

6. On a $2 - \mathrm{e}^{-2} \approx 1,86 > 0$ et comme il s'agit du minimum de f', on en déduit que, pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$\boxed{f'(x) > 0}$$

Et par conséquent :

$$\boxed{\text{La fonction } f \text{ est strictement croissante sur } \mathbb{R}}$$

7. Sur $\mathbb{R}$, la fonction f est continue et strictement croissante.

7. Sur $\mathbb{R}$, la fonction f est continue et strictement croissante. De plus $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$.

7. Sur $\mathbb{R}$, la fonction f est continue et strictement croissante. De plus $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$. Or $0 \in]-\infty\,;\,+\infty[$

7. Sur $\mathbb{R}$, la fonction f est continue et strictement croissante. De plus $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$. Or $0 \in]-\infty\,; +\infty[$ donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires,

7. Sur $\mathbb{R}$, la fonction f est continue et strictement croissante. De plus $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$. Or $0 \in]-\infty\,;+\infty[$ donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, il existe un unique réel α tel que $f(\alpha) = 0$.

7. Sur $\mathbb{R}$, la fonction f est continue et strictement croissante. De plus $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$. Or $0 \in]-\infty\,; +\infty[$ donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, il existe un unique réel α tel que $f(\alpha) = 0$.
On obtient, par balayage à la calculatrice :

7. Sur $\mathbb{R}$, la fonction f est continue et strictement croissante. De plus $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$. Or $0 \in]-\infty\,; +\infty[$ donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, il existe un unique réel α tel que $f(\alpha) = 0$.
   On obtient, par balayage à la calculatrice :
   - $f(0,37) \approx -0,004 < 0$

7. Sur $\mathbb{R}$, la fonction f est continue et strictement croissante. De plus $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$. Or $0 \in]-\infty\,; +\infty[$ donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, il existe un unique réel α tel que $f(\alpha) = 0$.
   On obtient, par balayage à la calculatrice :
   - $f(0,37) \approx -0,004 < 0$
   - $f(0,38) \approx 0,02 > 0$

7. Sur $\mathbb{R}$, la fonction f est continue et strictement croissante. De plus $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$. Or $0 \in]-\infty\,;+\infty[$ donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, il existe un unique réel α tel que $f(\alpha) = 0$.
   On obtient, par balayage à la calculatrice :
   - $f(0,37) \approx -0,004 < 0$
   - $f(0,38) \approx 0,02 > 0$

   On en déduit l'encadrement :

7. Sur $\mathbb{R}$, la fonction f est continue et strictement croissante. De plus $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$. Or $0 \in \left]-\infty\,;+\infty\right[$ donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, il existe un unique réel α tel que $f(\alpha) = 0$.

   On obtient, par balayage à la calculatrice :

   - $f(0,37) \approx -0,004 < 0$
   - $f(0,38) \approx 0,02 > 0$

   On en déduit l'encadrement :

$$\boxed{0,37 < \alpha < 0,38}$$

8. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$f(x) - (2x - 1) =$$

8. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$f(x) - (2x - 1) = x\mathrm{e}^{-x} + 2x - 1 - (2x - 1)$$

8. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned} f(x) - (2x-1) &= x\mathrm{e}^{-x} + 2x - 1 - (2x-1) \\ &= x\mathrm{e}^{-x} + 2x - 1 - 2x + 1 \end{aligned}$$

8. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned} f(x) - (2x-1) &= x\mathrm{e}^{-x} + 2x - 1 - (2x-1) \\ &= x\mathrm{e}^{-x} + 2x - 1 - 2x + 1 \\ &= x\mathrm{e}^{-x} \end{aligned}$$

8. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned} f(x) - (2x - 1) &= x\mathrm{e}^{-x} + 2x - 1 - (2x - 1) \\ &= x\mathrm{e}^{-x} + 2x - 1 - 2x + 1 \\ &= x\mathrm{e}^{-x} \end{aligned}$$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\mathrm{e}^{-x} > 0$

8. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned} f(x) - (2x-1) &= x\mathrm{e}^{-x} + 2x - 1 - (2x-1) \\ &= x\mathrm{e}^{-x} + 2x - 1 - 2x + 1 \\ &= x\mathrm{e}^{-x} \end{aligned}$$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\mathrm{e}^{-x} > 0$ donc $x\mathrm{e}^{-x}$ est du signe de x.

8. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned} f(x) - (2x-1) &= x\mathrm{e}^{-x} + 2x - 1 - (2x-1) \\ &= x\mathrm{e}^{-x} + 2x - 1 - 2x + 1 \\ &= x\mathrm{e}^{-x} \end{aligned}$$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\mathrm{e}^{-x} > 0$ donc $x\mathrm{e}^{-x}$ est du signe de x. On en déduit que :

8. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned} f(x) - (2x - 1) &= x\mathrm{e}^{-x} + 2x - 1 - (2x - 1) \\ &= x\mathrm{e}^{-x} + 2x - 1 - 2x + 1 \\ &= x\mathrm{e}^{-x} \end{aligned}$$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\mathrm{e}^{-x} > 0$ donc $x\mathrm{e}^{-x}$ est du signe de x. On en déduit que :

- Sur l'intervalle $]-\infty\,;0[$, $f(x) - (2x - 1) < 0$

8. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned} f(x) - (2x-1) &= x\mathrm{e}^{-x} + 2x - 1 - (2x-1) \\ &= x\mathrm{e}^{-x} + 2x - 1 - 2x + 1 \\ &= x\mathrm{e}^{-x} \end{aligned}$$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\mathrm{e}^{-x} > 0$ donc $x\mathrm{e}^{-x}$ est du signe de x. On en déduit que :

- Sur l'intervalle $]-\infty\,; 0[$, $f(x) - (2x-1) < 0$ donc $\mathscr{C}_f$ est en-dessous de Δ.

8. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned} f(x) - (2x-1) &= x\mathrm{e}^{-x} + 2x - 1 - (2x-1) \\ &= x\mathrm{e}^{-x} + 2x - 1 - 2x + 1 \\ &= x\mathrm{e}^{-x} \end{aligned}$$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\mathrm{e}^{-x} > 0$ donc $x\mathrm{e}^{-x}$ est du signe de x. On en déduit que :

- Sur l'intervalle $]-\infty\,;0[$, $f(x) - (2x-1) < 0$ donc $\mathscr{C}_f$ est en-dessous de Δ.
- Sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$, $f(x) - (2x-1) > 0$

8. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned} f(x) - (2x-1) &= x\mathrm{e}^{-x} + 2x - 1 - (2x-1) \\ &= x\mathrm{e}^{-x} + 2x - 1 - 2x + 1 \\ &= x\mathrm{e}^{-x} \end{aligned}$$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\mathrm{e}^{-x} > 0$ donc $x\mathrm{e}^{-x}$ est du signe de x. On en déduit que :

- Sur l'intervalle $]-\infty\,;\,0[$, $f(x) - (2x-1) < 0$ donc $\mathscr{C}_f$ est en-dessous de Δ.
- Sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$, $f(x) - (2x-1) > 0$ donc $\mathscr{C}_f$ est au-dessus de Δ.

8. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned} f(x) - (2x-1) &= x\mathrm{e}^{-x} + 2x - 1 - (2x-1) \\ &= x\mathrm{e}^{-x} + 2x - 1 - 2x + 1 \\ &= x\mathrm{e}^{-x} \end{aligned}$$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\mathrm{e}^{-x} > 0$ donc $x\mathrm{e}^{-x}$ est du signe de x. On en déduit que :

- Sur l'intervalle $]-\infty\,; 0[$, $f(x) - (2x-1) < 0$ donc $\mathscr{C}_f$ est en-dessous de Δ.
- Sur l'intervalle $]0\,; +\infty[$, $f(x) - (2x-1) > 0$ donc $\mathscr{C}_f$ est au-dessus de Δ.
- En $x = 0$, $f(x) - (2x-1) = 0$

8. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned} f(x) - (2x-1) &= x\mathrm{e}^{-x} + 2x - 1 - (2x-1) \\ &= x\mathrm{e}^{-x} + 2x - 1 - 2x + 1 \\ &= x\mathrm{e}^{-x} \end{aligned}$$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\mathrm{e}^{-x} > 0$ donc $x\mathrm{e}^{-x}$ est du signe de x. On en déduit que :

- Sur l'intervalle $]-\infty\,; 0[$, $f(x) - (2x-1) < 0$ donc $\mathscr{C}_f$ est en-dessous de Δ.
- Sur l'intervalle $]0\,; +\infty[$, $f(x) - (2x-1) > 0$ donc $\mathscr{C}_f$ est au-dessus de Δ.
- En $x = 0$, $f(x) - (2x-1) = 0$ donc $\mathscr{C}_f$ coupe Δ.

Partie B

1. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on pose :

$$\begin{cases} u(x) = x \\ v'(x) = \mathrm{e}^{-x} \end{cases}$$

Partie B

1. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on pose :

$$\begin{cases} u(x) = x \\ v'(x) = \mathrm{e}^{-x} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = 1 \\ v(x) = -\mathrm{e}^{-x} \end{cases}$$

Partie B

1. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on pose :

$$\begin{cases} u(x) = x \\ v'(x) = \mathrm{e}^{-x} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = 1 \\ v(x) = -\mathrm{e}^{-x} \end{cases}$$

   On a alors, par intégration par parties :

1. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on pose :

$$\begin{cases} u(x) = x \\ v'(x) = \mathrm{e}^{-x} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = 1 \\ v(x) = -\mathrm{e}^{-x} \end{cases}$$

On a alors, par intégration par parties :

$$I_n =$$

Partie B

1. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on pose :

$$\begin{cases} u(x) = x \\ v'(x) = \mathrm{e}^{-x} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = 1 \\ v(x) = -\mathrm{e}^{-x} \end{cases}$$

On a alors, par intégration par parties :

$$I_n = \Big[-x\mathrm{e}^{-x} \Big]_1^n + \int_1^n \mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x$$

Partie B

1. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on pose :

$$\begin{cases} u(x) = x \\ v'(x) = \mathrm{e}^{-x} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = 1 \\ v(x) = -\mathrm{e}^{-x} \end{cases}$$

   On a alors, par intégration par parties :

$$\begin{aligned} I_n &= \Big[- x\mathrm{e}^{-x} \Big]_1^n + \int_1^n \mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x \\ &= -n\mathrm{e}^{-n} + \mathrm{e}^{-1} + \Big[- \mathrm{e}^{-x} \Big]_1^n \end{aligned}$$

1. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on pose :

$$\begin{cases} u(x) = x \\ v'(x) = \mathrm{e}^{-x} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = 1 \\ v(x) = -\mathrm{e}^{-x} \end{cases}$$

On a alors, par intégration par parties :

$$\begin{aligned} I_n &= \Big[-x\mathrm{e}^{-x} \Big]_1^n + \int_1^n \mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x \\ &= -n\mathrm{e}^{-n} + \mathrm{e}^{-1} + \Big[-\mathrm{e}^{-x} \Big]_1^n \\ &= -n\mathrm{e}^{-n} + \mathrm{e}^{-1} - \mathrm{e}^{-n} + \mathrm{e}^{-1} \end{aligned}$$

Partie B

1. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on pose :

$$\begin{cases} u(x) = x \\ v'(x) = \mathrm{e}^{-x} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = 1 \\ v(x) = -\mathrm{e}^{-x} \end{cases}$$

On a alors, par intégration par parties :

$$\begin{aligned} I_n &= \Big[-x\mathrm{e}^{-x} \Big]_1^n + \int_1^n \mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x \\ &= -n\mathrm{e}^{-n} + \mathrm{e}^{-1} + \Big[-\mathrm{e}^{-x} \Big]_1^n \\ &= -n\mathrm{e}^{-n} + \mathrm{e}^{-1} - \mathrm{e}^{-n} + \mathrm{e}^{-1} \\ &= 2\mathrm{e}^{-1} - (n+1)\mathrm{e}^{-n} \end{aligned}$$

Partie B

1. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on pose :

$$\begin{cases} u(x) = x \\ v'(x) = \mathrm{e}^{-x} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = 1 \\ v(x) = -\mathrm{e}^{-x} \end{cases}$$

On a alors, par intégration par parties :

$$\begin{aligned} I_n &= \left[-x\mathrm{e}^{-x} \right]_1^n + \int_1^n \mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x \\ &= -n\mathrm{e}^{-n} + \mathrm{e}^{-1} + \left[-\mathrm{e}^{-x} \right]_1^n \\ &= -n\mathrm{e}^{-n} + \mathrm{e}^{-1} - \mathrm{e}^{-n} + \mathrm{e}^{-1} \\ &= 2\mathrm{e}^{-1} - (n+1)\mathrm{e}^{-n} \end{aligned}$$

Soit :

$$\boxed{I_n = 2\mathrm{e}^{-1} - (n+1)\mathrm{e}^{-n}}$$

2. (a) Pour tout $x \in [1\,;\,n]$, $f(x) > 2x - 1$

2. (a) Pour tout $x \in [1\,;\,n]$, $f(x) > 2x - 1$ et $f(x) - (2x-1) = x\mathrm{e}^{-x}$.

2. (a) Pour tout $x \in [1\,;\,n]$, $f(x) > 2x - 1$ et $f(x) - (2x - 1) = x\mathrm{e}^{-x}$. On a donc :

$$I_n = \int_1^n f(x) - (2x - 1)\,\mathrm{d}x$$

2. (a) Pour tout $x \in [1\,;\,n]$, $f(x) > 2x - 1$ et $f(x) - (2x - 1) = x\mathrm{e}^{-x}$. On a donc :

$$I_n = \int_1^n f(x) - (2x - 1)\,\mathrm{d}x$$

L'intégrale I_n est donc égale à l'aire, en unités d'aire, du domaine délimité par $\mathscr{C}_f$,

2. (a) Pour tout $x \in [1\,;\,n]$, $f(x) > 2x - 1$ et $f(x) - (2x-1) = x\mathrm{e}^{-x}$. On a donc :

$$I_n = \int_1^n f(x) - (2x-1)\,\mathrm{d}x$$

L'intégrale I_n est donc égale à l'aire, en unités d'aire, du domaine délimité par $\mathscr{C}_f$, Δ

2. (a) Pour tout $x \in [1\,;\,n]$, $f(x) > 2x - 1$ et $f(x) - (2x - 1) = x\mathrm{e}^{-x}$. On a donc :

$$I_n = \int_1^n f(x) - (2x - 1)\,\mathrm{d}x$$

L'intégrale I_n est donc égale à l'aire, en unités d'aire, du domaine délimité par $\mathscr{C}_f$, Δ et les droites verticales d'équations $x = 1$ et $x = n$.

2. (a) Pour tout $x \in [1\,;\,n]$, $f(x) > 2x - 1$ et $f(x) - (2x-1) = x\mathrm{e}^{-x}$. On a donc :

$$I_n = \int_1^n f(x) - (2x-1)\,\mathrm{d}x$$

L'intégrale I_n est donc égale à l'aire, en unités d'aire, du domaine délimité par $\mathscr{C}_f$, Δ et les droites verticales d'équations $x = 1$ et $x = n$. Soit :

$$\boxed{\text{L'aire du domaine } D_n \text{ est } I_n}$$

2. (b) Par croissances comparées, $\lim_{n \to +\infty} (n+1)e^{-n} = 0$

2. (b) Par croissances comparées, $\lim\limits_{n \to +\infty} (n+1)\mathrm{e}^{-n} = 0$ donc $\lim\limits_{n \to +\infty} I_n = 2\mathrm{e}^{-1}$.

2. (b) Par croissances comparées, $\lim_{n \to +\infty} (n+1)\mathrm{e}^{-n} = 0$ donc $\lim_{n \to +\infty} I_n = 2\mathrm{e}^{-1}$. La limite de l'aire du domaine D_n quand n tend vers $+\infty$ est donc :

2. (b) Par croissances comparées, $\lim\limits_{n \to +\infty} (n+1)\mathrm{e}^{-n} = 0$ donc $\lim\limits_{n \to +\infty} I_n = 2\mathrm{e}^{-1}$. La limite de l'aire du domaine D_n quand n tend vers $+\infty$ est donc :

$$\boxed{\lim_{n \to +\infty} I_n = \frac{2}{\mathrm{e}}}$$

Exercice 2

1. **Affirmation vraie**

Exercice 2

1. **Affirmation vraie**

   La droite D admet le vecteur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}-1\\3\\4\end{pmatrix}$ pour vecteur directeur.

1. **Affirmation vraie**

   La droite D admet le vecteur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}-1\\3\\4\end{pmatrix}$ pour vecteur directeur. La droite D'' admet le vecteur $\overrightarrow{u'}\begin{pmatrix}2\\-6\\-8\end{pmatrix}$ pour vecteur directeur.

Exercice 2

1. **Affirmation vraie**

   La droite D admet le vecteur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}-1\\3\\4\end{pmatrix}$ pour vecteur directeur. La droite D'' admet le vecteur $\overrightarrow{u'}\begin{pmatrix}2\\-6\\-8\end{pmatrix}$ pour vecteur directeur. On remarque que $\overrightarrow{u'} = -2\overrightarrow{u}$

1. **Affirmation vraie**

   La droite D admet le vecteur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}-1\\3\\4\end{pmatrix}$ pour vecteur directeur. La droite D'' admet le vecteur $\overrightarrow{u'}\begin{pmatrix}2\\-6\\-8\end{pmatrix}$ pour vecteur directeur. On remarque que $\overrightarrow{u'} = -2\overrightarrow{u}$ donc les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{u'}$ sont colinéaires.

Exercice 2

1. **Affirmation vraie**

   La droite D admet le vecteur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}-1\\3\\4\end{pmatrix}$ pour vecteur directeur. La droite D'' admet le vecteur $\overrightarrow{u'}\begin{pmatrix}2\\-6\\-8\end{pmatrix}$ pour vecteur directeur. On remarque que $\overrightarrow{u'}=-2\overrightarrow{u}$ donc les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{u'}$ sont colinéaires. On en déduit que les droites D et D' sont parallèles.

2. **Affirmation fausse**

2. **Affirmation fausse**

   La droite D est dirigée par le vecteur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}-1\\3\\4\end{pmatrix}$

2. **Affirmation fausse**

   La droite D est dirigée par le vecteur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}-1\\3\\4\end{pmatrix}$ et on a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}3\\0\\-5\end{pmatrix}$.

2. **Affirmation fausse**

La droite D est dirigée par le vecteur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}-1\\3\\4\end{pmatrix}$ et on a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}3\\0\\-5\end{pmatrix}$.

On a alors :

$$\overrightarrow{u}.\overrightarrow{AB} =$$

2. **Affirmation fausse**

La droite D est dirigée par le vecteur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}-1\\3\\4\end{pmatrix}$ et on a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}3\\0\\-5\end{pmatrix}$.

On a alors :

$$\overrightarrow{u}.\overrightarrow{AB} = -1\times 3+3\times 0+4\times(-5)$$

2. **Affirmation fausse**

La droite D est dirigée par le vecteur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}-1\\3\\4\end{pmatrix}$ et on a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}3\\0\\-5\end{pmatrix}$.

On a alors :

$$\overrightarrow{u}.\overrightarrow{AB} = -1\times 3+3\times 0+4\times(-5) = -23$$

2. **Affirmation fausse**

La droite D est dirigée par le vecteur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}-1\\3\\4\end{pmatrix}$ et on a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}3\\0\\-5\end{pmatrix}$.

On a alors :

$$\overrightarrow{u}.\overrightarrow{AB} = -1 \times 3 + 3 \times 0 + 4 \times (-5) = -23 \neq 0$$

2. **Affirmation fausse**

La droite D est dirigée par le vecteur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}-1\\3\\4\end{pmatrix}$ et on a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}3\\0\\-5\end{pmatrix}$.

On a alors :

$$\overrightarrow{u}.\overrightarrow{AB} = -1 \times 3 + 3 \times 0 + 4 \times (-5) = -23 \neq 0$$

Les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{AB}$ ne sont donc pas orthogonaux.

2. **Affirmation fausse**

La droite D est dirigée par le vecteur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}-1\\3\\4\end{pmatrix}$ et on a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}3\\0\\-5\end{pmatrix}$.

On a alors :

$$\overrightarrow{u}.\overrightarrow{AB} = -1\times 3 + 3\times 0 + 4\times(-5) = -23 \neq 0$$

Les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{AB}$ ne sont donc pas orthogonaux. La droite D ne peut donc pas être orthogonale au plan (ABC).

3. **Affirmation fausse**

3. **Affirmation fausse**

   Déterminons l'intersection des droites D et Δ.

3. **Affirmation fausse**

Déterminons l'intersection des droites D et Δ.

$$\begin{cases} 3 - t = -4 + 2t' \\ -2 + 3t = 1 - 3t' \\ 1 + 4t = 2 + t' \end{cases} \iff$$

3. **Affirmation fausse**

Déterminons l'intersection des droites D et Δ.

$$\begin{cases} 3 - t = -4 + 2t' \\ -2 + 3t = 1 - 3t' \\ 1 + 4t = 2 + t' \end{cases} \iff \begin{cases} t + 2t' = 7 \\ 3t + 3t' = 3 \\ 4t - t' = 1 \end{cases}$$

3. **Affirmation fausse**

Déterminons l'intersection des droites D et Δ.

$$\begin{cases} 3 - t = -4 + 2t' \\ -2 + 3t = 1 - 3t' \\ 1 + 4t = 2 + t' \end{cases} \iff \begin{cases} t + 2t' = 7 \\ 3t + 3t' = 3 \\ 4t - t' = 1 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} t + 2t' = 7 \\ -3t' = -18 \\ -9t' = -27 \end{cases}$$

3. **Affirmation fausse**

Déterminons l'intersection des droites D et Δ.

$$\begin{cases} 3-t=-4+2t' \\ -2+3t=1-3t' \\ 1+4t=2+t' \end{cases} \iff \begin{cases} t+2t'=7 \\ 3t+3t'=3 \\ 4t-t'=1 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} t+2t'=7 \\ -3t'=-18 \\ -9t'=-27 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} t+2t'=7 \\ t'=6 \\ t'=3 \end{cases}$$

3. **Affirmation fausse**

Déterminons l'intersection des droites D et Δ.

$$\begin{cases} 3 - t = -4 + 2t' \\ -2 + 3t = 1 - 3t' \\ 1 + 4t = 2 + t' \end{cases} \iff \begin{cases} t + 2t' = 7 \\ 3t + 3t' = 3 \\ 4t - t' = 1 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} t + 2t' = 7 \\ -3t' = -18 \\ -9t' = -27 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} t + 2t' = 7 \\ t' = 6 \\ t' = 3 \end{cases}$$

Ce système n'admet aucune solution donc les droites D et Δ ne sont pas sécantes.

4. **Affirmation vraie**

4. **Affirmation vraie**

On a $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$

4. **Affirmation vraie**

   On a $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix}2\\-3\\1\end{pmatrix}$ et, d'après l'équation cartésienne du plan P, ce vecteur est un vecteur normal au plan P.

4. **Affirmation vraie**

On a $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix}2\\-3\\1\end{pmatrix}$ et, d'après l'équation cartésienne du plan P, ce vecteur est un vecteur normal au plan P. De plus $2\times(-3)-3\times(-3)+3-6=-6+9+3-6=0$

4. **Affirmation vraie**

On a $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix}2\\-3\\1\end{pmatrix}$ et, d'après l'équation cartésienne du plan P, ce vecteur est un vecteur normal au plan P. De plus $2\times(-3)-3\times(-3)+3-6=-6+9+3-6=0$ donc les coordonnées de F vérifient l'équation du plan P.

4. **Affirmation vraie**

On a $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix}2\\-3\\1\end{pmatrix}$ et, d'après l'équation cartésienne du plan P, ce vecteur est un vecteur normal au plan P. De plus $2\times(-3)-3\times(-3)+3-6=-6+9+3-6=0$ donc les coordonnées de F vérifient l'équation du plan P. Le point F est donc un point du plan P et la droite (EF) est orthogonale à ce plan.

4. **Affirmation vraie**

On a $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$ et, d'après l'équation cartésienne du plan P, ce vecteur est un vecteur normal au plan P. De plus $2 \times (-3) - 3 \times (-3) + 3 - 6 = -6 + 9 + 3 - 6 = 0$ donc les coordonnées de F vérifient l'équation du plan P. Le point F est donc un point du plan P et la droite (EF) est orthogonale à ce plan. On en déduit que F est le projeté orthogonal de E sur le plan P.

5. **Affirmation fausse**

5. **Affirmation fausse**

Le plan P' admet le vecteur $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}-3\\1\\-a^2\end{pmatrix}$ pour vecteur normal

5. **Affirmation fausse**

Le plan P' admet le vecteur $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}-3\\1\\-a^2\end{pmatrix}$ pour vecteur normal et la droite D est dirigée par le vecteur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}-1\\3\\4\end{pmatrix}$.

5. **Affirmation fausse**

Le plan P' admet le vecteur $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}-3\\1\\-a^2\end{pmatrix}$ pour vecteur normal et la droite D est dirigée par le vecteur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}-1\\3\\4\end{pmatrix}$. On a alors :

D et P'' sont parallèles $\Longleftrightarrow$

5. **Affirmation fausse**

Le plan P' admet le vecteur $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}-3\\1\\-a^2\end{pmatrix}$ pour vecteur normal et la droite D est dirigée par le vecteur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}-1\\3\\4\end{pmatrix}$. On a alors :

D et P'' sont parallèles $\Longleftrightarrow$ $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont orthogonaux

5. **Affirmation fausse**

Le plan P' admet le vecteur $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}-3\\1\\-a^2\end{pmatrix}$ pour vecteur normal et la droite D est dirigée par le vecteur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}-1\\3\\4\end{pmatrix}$. On a alors :

$$\begin{aligned} D \text{ et } P'' \text{ sont parallèles} &\iff \overrightarrow{u} \text{ et } \overrightarrow{v} \text{ sont orthogonaux} \\ &\iff \overrightarrow{u}.\overrightarrow{v} = 0 \end{aligned}$$

5. **Affirmation fausse**

Le plan P' admet le vecteur $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}-3\\1\\-a^2\end{pmatrix}$ pour vecteur normal et la droite D est dirigée par le vecteur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}-1\\3\\4\end{pmatrix}$. On a alors :

$$\begin{aligned}
D \text{ et } P'' \text{ sont parallèles} &\iff \overrightarrow{u} \text{ et } \overrightarrow{v} \text{ sont orthogonaux}\\
&\iff \overrightarrow{u}.\overrightarrow{v} = 0\\
&\iff -1\times(-3)+3\times 1+4\times(-a^2) = 0
\end{aligned}$$

5. **Affirmation fausse**

Le plan P' admet le vecteur $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}-3\\1\\-a^2\end{pmatrix}$ pour vecteur normal et la droite D est dirigée par le vecteur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}-1\\3\\4\end{pmatrix}$. On a alors :

$$\begin{aligned}
D \text{ et } P'' \text{ sont parallèles} &\iff \overrightarrow{u} \text{ et } \overrightarrow{v} \text{ sont orthogonaux}\\
&\iff \overrightarrow{u}.\overrightarrow{v} = 0\\
&\iff -1\times(-3)+3\times 1+4\times(-a^2)=0\\
&\iff 6-4a^2=0
\end{aligned}$$

5. **Affirmation fausse**

Le plan P' admet le vecteur $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}-3\\1\\-a^2\end{pmatrix}$ pour vecteur normal et la droite D est dirigée par le vecteur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}-1\\3\\4\end{pmatrix}$. On a alors :

$$\begin{aligned}
D \text{ et } P'' \text{ sont parallèles} &\iff \overrightarrow{u} \text{ et } \overrightarrow{v} \text{ sont orthogonaux}\\
&\iff \overrightarrow{u}.\overrightarrow{v} = 0\\
&\iff -1\times(-3)+3\times 1+4\times(-a^2)=0\\
&\iff 6-4a^2=0\\
&\iff a^2=\frac{3}{2}
\end{aligned}$$

5. **Affirmation fausse**

Le plan P' admet le vecteur $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}-3\\1\\-a^2\end{pmatrix}$ pour vecteur normal et la droite D est dirigée par le vecteur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}-1\\3\\4\end{pmatrix}$. On a alors :

$$\begin{aligned}
D \text{ et } P'' \text{ sont parallèles} &\iff \overrightarrow{u} \text{ et } \overrightarrow{v} \text{ sont orthogonaux}\\
&\iff \overrightarrow{u}.\overrightarrow{v} = 0\\
&\iff -1\times(-3)+3\times 1+4\times(-a^2)=0\\
&\iff 6-4a^2=0\\
&\iff a^2=\frac{3}{2}\\
&\iff a=\sqrt{\frac{3}{2}} \quad \text{ou} \quad a=-\sqrt{\frac{3}{2}}
\end{aligned}$$

5. **Affirmation fausse**

Le plan P' admet le vecteur $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}-3\\1\\-a^2\end{pmatrix}$ pour vecteur normal et la droite D est dirigée par le vecteur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}-1\\3\\4\end{pmatrix}$. On a alors :

$$\begin{aligned}
D \text{ et } P'' \text{ sont parallèles} &\iff \overrightarrow{u} \text{ et } \overrightarrow{v} \text{ sont orthogonaux}\\
&\iff \overrightarrow{u}.\overrightarrow{v} = 0\\
&\iff -1\times(-3)+3\times 1+4\times(-a^2)=0\\
&\iff 6-4a^2=0\\
&\iff a^2=\frac{3}{2}\\
&\iff a=\sqrt{\frac{3}{2}} \quad \text{ou} \quad a=-\sqrt{\frac{3}{2}}
\end{aligned}$$

Il existe donc deux valeurs du paramètre réel a telle que le plan P' d'équation $-3x+y-a^2z+3=0$ soit parallèle à la droite D.

Exercice 3

1. On sait que 2 % de la population a été contaminée donc :

Exercice 3

1. On sait que 2 % de la population a été contaminée donc :

$$\boxed{P(C) = 0,02}$$

Exercice 3

1. On sait que 2 % de la population a été contaminée donc :

$$\boxed{P(C) = 0,02}$$

On sait que 90 % de la population a été vaccinée donc :

Exercice 3

1. On sait que 2 % de la population a été contaminée donc :

$$\boxed{P(C) = 0,02}$$

   On sait que 90 % de la population a été vaccinée donc :

$$\boxed{P(V) = 0,9}$$

Exercice 3

1. On sait que 2 % de la population a été contaminée donc :

   $$\boxed{P(C) = 0,02}$$

   On sait que 90 % de la population a été vaccinée donc :

   $$\boxed{P(V) = 0,9}$$

   On sait que parmi les personnes contaminées 62 % avaient été vaccinées donc :

Exercice 3

1. On sait que 2 % de la population a été contaminée donc :

$$\boxed{P(C) = 0,02}$$

On sait que 90 % de la population a été vaccinée donc :

$$\boxed{P(V) = 0,9}$$

On sait que parmi les personnes contaminées 62 % avaient été vaccinées donc :

$$\boxed{P_C(V) = 0,62}$$

2. (a) On a :

$$P(C \cap V) =$$

2. (a) On a :

$$P(C \cap V) = P(C) \times P_C(V)$$

2. (a) On a :

$$\begin{aligned} P(C \cap V) &= P(C) \times P_C(V) \\ &= 0,02 \times 0,62 \end{aligned}$$

2. (a) On a :

$$\begin{aligned} P(C \cap V) &= P(C) \times P_C(V) \\ &= 0,02 \times 0,62 \\ &= 0,0124 \end{aligned}$$

2. (a) On a :

$$\begin{aligned} P(C \cap V) &= P(C) \times P_C(V) \\ &= 0,02 \times 0,62 \\ &= 0,0124 \end{aligned}$$

Soit :

$$\boxed{P(C \cap V) = 0,0124}$$

2. (b) Les événements C et $\overline{C}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

2. (b) Les événements C et $\overline{C}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$P(V) = P(C \cap V) + P(\overline{C} \cap V)$$

2. (b) Les événements C et $\overline{C}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$P(V) = P(C \cap V) + P(\overline{C} \cap V)$$

D'où :

$$P(\overline{C} \cap V) =$$

2. (b) Les événements C et $\overline{C}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$P(V) = P(C \cap V) + P(\overline{C} \cap V)$$

D'où :

$$P(\overline{C} \cap V) = P(V) - P(C \cap V)$$

2. (b) Les événements C et $\overline{C}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$P(V) = P(C \cap V) + P(\overline{C} \cap V)$$

D'où :

$$\begin{aligned} P(\overline{C} \cap V) &= P(V) - P(C \cap V) \\ &= 0,9 - 0,0124 \end{aligned}$$

2. (b) Les événements C et $\overline{C}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$P(V) = P(C \cap V) + P(\overline{C} \cap V)$$

D'où :

$$\begin{aligned} P(\overline{C} \cap V) &= P(V) - P(C \cap V) \\ &= 0,9 - 0,0124 \\ &= 0,8876 \end{aligned}$$

2. (b) Les événements C et $\overline{C}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$P(V) = P(C \cap V) + P(\overline{C} \cap V)$$

D'où :

$$\begin{aligned} P(\overline{C} \cap V) &= P(V) - P(C \cap V) \\ &= 0,9 - 0,0124 \\ &= 0,8876 \end{aligned}$$

Soit :

$$\boxed{P(\overline{C} \cap V) = 0,8876}$$

3. Afin de compléter l'arbre, nous avons besoin de la probabilité conditionnelle $P_{\overline{C}}(V)$.

3. Afin de compléter l'arbre, nous avons besoin de la probabilité conditionnelle $P_{\overline{C}}(V)$. On a :

$$P_{\overline{C}}(V) =$$

3. Afin de compléter l'arbre, nous avons besoin de la probabilité conditionnelle $P_{\overline{C}}(V)$. On a :

$$P_{\overline{C}}(V) = \frac{P(\overline{C} \cap V)}{P(\overline{C})}$$

3. Afin de compléter l'arbre, nous avons besoin de la probabilité conditionnelle $P_{\overline{C}}(V)$. On a :

$$P_{\overline{C}}(V) = \frac{P(\overline{C} \cap V)}{P(\overline{C})} = \frac{0,8876}{0,98}$$

3. Afin de compléter l'arbre, nous avons besoin de la probabilité conditionnelle $P_{\overline{C}}(V)$. On a :

$$P_{\overline{C}}(V) = \frac{P(\overline{C} \cap V)}{P(\overline{C})} = \frac{0,8876}{0,98} \approx 0,9057$$

3. Afin de compléter l'arbre, nous avons besoin de la probabilité conditionnelle $P_{\overline{C}}(V)$. On a :

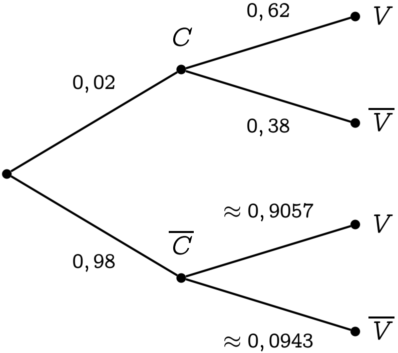
$$P_{\overline{C}}(V) = \frac{P(\overline{C} \cap V)}{P(\overline{C})} = \frac{0,8876}{0,98} \approx 0,9057$$

On obtient alors l'arbre suivant :

3. Afin de compléter l'arbre, nous avons besoin de la probabilité conditionnelle $P_{\overline{C}}(V)$. On a :

$$P_{\overline{C}}(V) = \frac{P(\overline{C} \cap V)}{P(\overline{C})} = \frac{0,8876}{0,98} \approx 0,9057$$

On obtient alors l'arbre suivant :



4. On a :

$$P_V(C) =$$

4. On a :

$$P_V(C) = \frac{P(C \cap V)}{P(C)}$$

4. On a :

$$\begin{aligned} P_V(C) &= \frac{P(C \cap V)}{P(C)} \\ &= \frac{0,0124}{0,9} \end{aligned}$$

4. On a :

$$\begin{aligned} P_V(C) &= \frac{P(C \cap V)}{P(C)} \\ &= \frac{0,0124}{0,9} \\ &\approx 0,0138 \end{aligned}$$

4. On a :

$$\begin{aligned} P_V(C) &= \frac{P(C \cap V)}{P(C)} \\ &= \frac{0,0124}{0,9} \\ &\approx 0,0138 \end{aligned}$$

La probabilité que la personne ait été contaminée sachant qu'elle avait été vaccinée est donc :

4. On a :

$$\begin{aligned} P_V(C) &= \frac{P(C \cap V)}{P(C)} \\ &= \frac{0,0124}{0,9} \\ &\approx 0,0138 \end{aligned}$$

La probabilité que la personne ait été contaminée sachant qu'elle avait été vaccinée est donc :

$$\boxed{P_V(C) \approx 0,0138}$$

4. On a :

$$\begin{aligned} P_V(C) &= \frac{P(C \cap V)}{P(C)} \\ &= \frac{0,0124}{0,9} \\ &\approx 0,0138 \end{aligned}$$

La probabilité que la personne ait été contaminée sachant qu'elle avait été vaccinée est donc :

$$\boxed{P_V(C) \approx 0,0138}$$

Autrement dit, parmi les personnes vaccinées, environ $1,38$ % avait été vaccinées.

5. (a) On a :

$$P_{\overline{C}}(V) \approx 0,9057 \quad \text{et} \quad P_{\overline{C}}(\overline{V}) \approx 0,0943$$

5. (a) On a :

$$P_{\overline{C}}(V) \approx 0,9057 \quad \text{et} \quad P_{\overline{C}}(\overline{V}) \approx 0,0943$$

L'affirmation est donc « presque vraie »

5. (a) On a :

$$P_{\overline{C}}(V) \approx 0,9057 \quad \text{et} \quad P_{\overline{C}}(\overline{V}) \approx 0,0943$$

L'affirmation est donc « presque vraie » car parmi les personnes non contaminées, il y a environ $9,43$ % de personnes non vaccinées

5. (a) On a :

$$P_{\overline{C}}(V) \approx 0,9057 \quad \text{et} \quad P_{\overline{C}}(\overline{V}) \approx 0,0943$$

L'affirmation est donc « presque vraie » car parmi les personnes non contaminées, il y a environ $9,43$ % de personnes non vaccinées et environ $90,57$ % de personnes vaccinées,

5. (a) On a :

$$P_{\overline{C}}(V) \approx 0,9057 \quad \text{et} \quad P_{\overline{C}}(\overline{V}) \approx 0,0943$$

L'affirmation est donc « presque vraie » car parmi les personnes non contaminées, il y a environ $9,43$ % de personnes non vaccinées et environ $90,57$ % de personnes vaccinées, soit presque 10 fois plus.

5. (b) Il s'agit de calculer $P_V(\overline{C})$:

5. (b) Il s'agit de calculer $P_V(\overline{C})$:

$$P_V(\overline{C}) =$$

5. (b) Il s'agit de calculer $P_V(\overline{C})$:

$$P_V(\overline{C}) = \frac{P(\overline{C} \cap V)}{P(V)}$$

5. (b) Il s'agit de calculer $P_V(\overline{C})$:

$$P_V(\overline{C}) = \frac{P(\overline{C} \cap V)}{P(V)}$$
$$= \frac{0,8876}{0,9}$$

5. (b) Il s'agit de calculer $P_V(\overline{C})$:

$$\begin{aligned}P_V(\overline{C}) &= \frac{P(\overline{C} \cap V)}{P(V)} \\ &= \frac{0,8876}{0,9} \\ &\approx 0,9862\end{aligned}$$

5. (b) Il s'agit de calculer $P_V(\overline{C})$:

$$P_V(\overline{C}) = \frac{P(\overline{C} \cap V)}{P(V)}$$
$$= \frac{0,8876}{0,9}$$
$$\approx 0,9862$$

L'affirmation est donc vraie car il y a plus de 98 % de la population vaccinée qui n'a pas été contaminée.

6. (a) On répète 20 fois, de façon identique et indépendante, une épreuve de Bernoulli dont la probabilité de succès est égale à $0,02$.

6. (a) On répète 20 fois, de façon identique et indépendante, une épreuve de Bernoulli dont la probabilité de succès est égale à $0,02$. La variable aléatoire X compte le nombre de succès donc :

6. (a) On répète 20 fois, de façon identique et indépendante, une épreuve de Bernoulli dont la probabilité de succès est égale à $0,02$. La variable aléatoire X compte le nombre de succès donc :

$$\boxed{X \text{ suit une loi binomiale de paramètres } n = 20 \text{ et } p = 0,02}$$

6. (b) Il s'agit de calculer $P(X = 4)$:

6. (b) Il s'agit de calculer $P(X = 4)$:

$$P(X = 4) =$$

6. (b) Il s'agit de calculer $P(X=4)$:

$$P(X=4)=\binom{20}{4}\times 0,02^4\times 0,98^{16}$$

6. (b) Il s'agit de calculer $P(X = 4)$:

$$P(X = 4) = \binom{20}{4} \times 0,02^4 \times 0,98^{16} \approx 0,0006$$

6. (b) Il s'agit de calculer $P(X = 4)$:

$$P(X = 4) = \binom{20}{4} \times 0,02^4 \times 0,98^{16} \approx 0,0006$$

La probabilité que 4 personnes exactement soient contaminées dans ce groupe de 20 personnes est donc :

6. (b) Il s'agit de calculer $P(X = 4)$:

$$P(X = 4) = \binom{20}{4} \times 0,02^4 \times 0,98^{16} \approx 0,0006$$

La probabilité que 4 personnes exactement soient contaminées dans ce groupe de 20 personnes est donc :

$$\boxed{P(X = 4) \approx 0,0006}$$

Exercice 4 - Partie A

1. On obtient les valeurs :

1. On obtient les valeurs :

n	0	1	2	3	4	5
u_n	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{32}$

2. En étudiant les termes de la suite (obtenus à l'aide de la calculatrice), on peut conjecturer que :

2. En étudiant les termes de la suite (obtenus à l'aide de la calculatrice), on peut conjecturer que :

$$\boxed{\lim_{n \to +\infty} u_n = 0}$$

Partie B

1. On a $w_0 =$

1. On a $w_0 = u_1 - \frac{1}{2}u_0$

1. On a $w_0 = u_1 - \frac{1}{2}u_0 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \times 0$

Partie B

1. On a $w_0 = u_1 - \frac{1}{2}u_0 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \times 0 = \frac{1}{2}$,

Partie B

1. On a $w_0 = u_1 - \frac{1}{2}u_0 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \times 0 = \frac{1}{2}$, soit :

$$\boxed{w_0 = \frac{1}{2}}$$

2. Pour tout entier naturel n, on a :

2. Pour tout entier naturel n, on a :

$$w_{n+1} =$$

2. Pour tout entier naturel n, on a :

$$w_{n+1} = u_{n+2} - \frac{1}{2}u_{n+1}$$

2. Pour tout entier naturel n, on a :

$$\begin{aligned} w_{n+1} &= u_{n+2} - \frac{1}{2}u_{n+1} \\ &= u_{n+1} - \frac{1}{4}u_n - \frac{1}{2}u_{n+1} \end{aligned}$$

2. Pour tout entier naturel n, on a :

$$\begin{aligned} w_{n+1} &= u_{n+2} - \frac{1}{2}u_{n+1} \\ &= u_{n+1} - \frac{1}{4}u_n - \frac{1}{2}u_{n+1} \\ &= \frac{1}{2}u_{n+1} - \frac{1}{4}u_n \end{aligned}$$

2. Pour tout entier naturel n, on a :

$$\begin{aligned} w_{n+1} &= u_{n+2} - \frac{1}{2}u_{n+1} \\ &= u_{n+1} - \frac{1}{4}u_n - \frac{1}{2}u_{n+1} \\ &= \frac{1}{2}u_{n+1} - \frac{1}{4}u_n \\ &= \frac{1}{2}\left(u_{n+1} - \frac{1}{2}u_n\right) \end{aligned}$$

2. Pour tout entier naturel n, on a :

$$\begin{aligned} w_{n+1} &= u_{n+2} - \frac{1}{2}u_{n+1} \\ &= u_{n+1} - \frac{1}{4}u_n - \frac{1}{2}u_{n+1} \\ &= \frac{1}{2}u_{n+1} - \frac{1}{4}u_n \\ &= \frac{1}{2}\left(u_{n+1} - \frac{1}{2}u_n\right) \\ &= \frac{1}{2}w_n \end{aligned}$$

2. Pour tout entier naturel n, on a :

$$\begin{aligned} w_{n+1} &= u_{n+2} - \frac{1}{2}u_{n+1} \\ &= u_{n+1} - \frac{1}{4}u_n - \frac{1}{2}u_{n+1} \\ &= \frac{1}{2}u_{n+1} - \frac{1}{4}u_n \\ &= \frac{1}{2}\left(u_{n+1} - \frac{1}{2}u_n\right) \\ &= \frac{1}{2}w_n \end{aligned}$$

On en déduit que :

$$\boxed{\text{La suite } (w_n) \text{ est géométrique de raison } \frac{1}{2} \text{ et de premier terme } w_0 = \frac{1}{2}}$$

3. D'après la question précédente, on a pour tout $n \in \mathbb{N}$,
$$w_n = w_0 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

3. D'après la question précédente, on a pour tout $n \in \mathbb{N}$,

$$w_n = w_0 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^n,$$

3. D'après la question précédente, on a pour tout $n \in \mathbb{N}$,
$w_n = w_0 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^n$, soit :

$$\boxed{w_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}$$

4. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $w_n = u_{n+1} - \dfrac{1}{2}u_n$

4. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $w_n = u_{n+1} - \dfrac{1}{2}u_n$ donc $u_{n+1} = w_n + \dfrac{1}{2}u_n$,

4. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $w_n = u_{n+1} - \frac{1}{2}u_n$ donc $u_{n+1} = w_n + \frac{1}{2}u_n$, soit :

$$\boxed{u_{n+1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} + \frac{1}{2}u_n}$$

5. Montrons par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = n\left(\frac{1}{2}\right)^n$.

5. Montrons par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = n\left(\dfrac{1}{2}\right)^n$.

- **Initialisation :**

5. Montrons par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = n\left(\dfrac{1}{2}\right)^n$.

- **Initialisation :**

  Pour $n = 0$, on a d'une part $u_0 = 0$

5. Montrons par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = n\left(\frac{1}{2}\right)^n$.

- **Initialisation :**

  Pour $n = 0$, on a d'une part $u_0 = 0$ et d'autre part $0 \times \left(\frac{1}{2}\right)^0 = 0$.

5. Montrons par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = n\left(\dfrac{1}{2}\right)^n$.

- **Initialisation :**

  Pour $n = 0$, on a d'une part $u_0 = 0$ et d'autre part $0 \times \left(\dfrac{1}{2}\right)^0 = 0$.

  On a donc $u_0 = 0 \times \left(\dfrac{1}{2}\right)^0$

5. Montrons par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = n\left(\frac{1}{2}\right)^n$.

- **Initialisation :**

  Pour $n = 0$, on a d'une part $u_0 = 0$ et d'autre part $0 \times \left(\frac{1}{2}\right)^0 = 0$.

  On a donc $u_0 = 0 \times \left(\frac{1}{2}\right)^0$ et la propriété est vraie au rang $n = 0$.

- **Hérédité :**

- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$,

- **Hérédité :**

  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire que $u_n = n\left(\dfrac{1}{2}\right)^n$. On a alors :

- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire que $u_n = n\left(\frac{1}{2}\right)^n$. On a alors :

$$u_{n+1} =$$

- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire que $u_n = n\left(\frac{1}{2}\right)^n$. On a alors :

$$u_{n+1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} + \frac{1}{2}u_n$$

- **Hérédité :**

  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire que $u_n = n\left(\frac{1}{2}\right)^n$. On a alors :

$$\begin{aligned} u_{n+1} &= \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} + \frac{1}{2}u_n \\ &= \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} + \frac{1}{2} \times n\left(\frac{1}{2}\right)^n \quad \textit{(hypothèse de récurrence)} \end{aligned}$$

- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire que $u_n = n\left(\frac{1}{2}\right)^n$. On a alors :

$$\begin{aligned} u_{n+1} &= \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} + \frac{1}{2}u_n \\ &= \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} + \frac{1}{2} \times n\left(\frac{1}{2}\right)^n \quad \textit{(hypothèse de récurrence)} \\ &= \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} + n\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} \end{aligned}$$

- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire que $u_n = n\left(\frac{1}{2}\right)^n$. On a alors :

$$\begin{aligned}
u_{n+1} &= \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} + \frac{1}{2}u_n \\
&= \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} + \frac{1}{2} \times n\left(\frac{1}{2}\right)^n \quad \textit{(hypothèse de récurrence)} \\
&= \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} + n\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} \\
&= \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}(1+n)
\end{aligned}$$

- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire que $u_n = n\left(\frac{1}{2}\right)^n$. On a alors :

$$\begin{aligned}
u_{n+1} &= \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} + \frac{1}{2}u_n \\
&= \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} + \frac{1}{2} \times n\left(\frac{1}{2}\right)^n \quad \textit{(hypothèse de récurrence)} \\
&= \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} + n\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} \\
&= \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}(1+n) \\
&= (n+1)\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}
\end{aligned}$$

- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire que $u_n = n\left(\frac{1}{2}\right)^n$. On a alors :

$$\begin{aligned}
u_{n+1} &= \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} + \frac{1}{2}u_n \\
&= \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} + \frac{1}{2} \times n\left(\frac{1}{2}\right)^n \quad \textit{(hypothèse de récurrence)} \\
&= \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} + n\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} \\
&= \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}(1+n) \\
&= (n+1)\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}
\end{aligned}$$

  La propriété est donc vraie au rang $n+1$.

- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire que $u_n = n\left(\frac{1}{2}\right)^n$. On a alors :

$$\begin{aligned} u_{n+1} &= \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} + \frac{1}{2}u_n \\ &= \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} + \frac{1}{2} \times n\left(\frac{1}{2}\right)^n \quad \textit{(hypothèse de récurrence)} \\ &= \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} + n\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} \\ &= \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}(1+n) \\ &= (n+1)\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} \end{aligned}$$

  La propriété est donc vraie au rang $n+1$.
- **Conclusion :**

- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire que $u_n = n\left(\frac{1}{2}\right)^n$. On a alors :

$$\begin{aligned}
u_{n+1} &= \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} + \frac{1}{2}u_n \\
&= \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} + \frac{1}{2} \times n\left(\frac{1}{2}\right)^n \quad \textit{(hypothèse de récurrence)} \\
&= \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} + n\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} \\
&= \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}(1+n) \\
&= (n+1)\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}
\end{aligned}$$

  La propriété est donc vraie au rang $n+1$.
- **Conclusion :**
  La propriété est vraie au rang $n = 0$ et elle est héréditaire, elle est donc vraie pour tout $n \in \mathbb{N}$.

Partie C

1. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a :

Partie C

1. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a :

$$u_{n+1} - u_n =$$

Partie C

1. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a :

$$u_{n+1} - u_n = (n+1)\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} - n\left(\frac{1}{2}\right)^n$$

1. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a :

$$\begin{aligned} u_{n+1} - u_n &= (n+1)\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} - n\left(\frac{1}{2}\right)^{n} \\ &= \left(\frac{1}{2}\right)^{n}\left(\frac{1}{2}(n+1) - n\right) \end{aligned}$$

Partie C

1. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a :

$$\begin{aligned} u_{n+1} - u_n &= (n+1)\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} - n\left(\frac{1}{2}\right)^n \\ &= \left(\frac{1}{2}\right)^n \left(\frac{1}{2}(n+1) - n\right) \\ &= \left(\frac{1}{2}\right)^n \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}n\right) \end{aligned}$$

Partie C

1. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a :

$$\begin{aligned}
u_{n+1} - u_n &= (n+1)\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} - n\left(\frac{1}{2}\right)^{n} \\
&= \left(\frac{1}{2}\right)^{n}\left(\frac{1}{2}(n+1) - n\right) \\
&= \left(\frac{1}{2}\right)^{n}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}n\right) \\
&= \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}(1-n)
\end{aligned}$$

Partie C

1. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a :

$$\begin{aligned} u_{n+1} - u_n &= (n+1)\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} - n\left(\frac{1}{2}\right)^n \\ &= \left(\frac{1}{2}\right)^n \left(\frac{1}{2}(n+1) - n\right) \\ &= \left(\frac{1}{2}\right)^n \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}n\right) \\ &= \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} (1-n) \end{aligned}$$

Pour tout $n \geqslant 1$, on a $\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} > 0$

Partie C

1. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a :

$$\begin{aligned} u_{n+1} - u_n &= (n+1)\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} - n\left(\frac{1}{2}\right)^n \\ &= \left(\frac{1}{2}\right)^n \left(\frac{1}{2}(n+1) - n\right) \\ &= \left(\frac{1}{2}\right)^n \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}n\right) \\ &= \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} (1-n) \end{aligned}$$

Pour tout $n \geqslant 1$, on a $\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} > 0$ et $1 - n \leqslant 0$

Partie C

1. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a :

$$\begin{aligned}
u_{n+1} - u_n &= (n+1)\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} - n\left(\frac{1}{2}\right)^{n} \\
&= \left(\frac{1}{2}\right)^{n}\left(\frac{1}{2}(n+1) - n\right) \\
&= \left(\frac{1}{2}\right)^{n}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}n\right) \\
&= \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}(1-n)
\end{aligned}$$

Pour tout $n \geqslant 1$, on a $\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} > 0$ et $1 - n \leqslant 0$ d'où $u_{n+1} - u_n \leqslant 0$.

Partie C

1. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a :

$$\begin{aligned} u_{n+1} - u_n &= (n+1)\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} - n\left(\frac{1}{2}\right)^n \\ &= \left(\frac{1}{2}\right)^n \left(\frac{1}{2}(n+1) - n\right) \\ &= \left(\frac{1}{2}\right)^n \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}n\right) \\ &= \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} (1-n) \end{aligned}$$

Pour tout $n \geqslant 1$, on a $\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} > 0$ et $1 - n \leqslant 0$ d'où $u_{n+1} - u_n \leqslant 0$. On en déduit que :

$$\boxed{\text{La suite } (u_n) \text{ est décroissante à partir du rang } n = 1}$$

2. D'après la question précédente, la suite (u_n) est décroissante.

2. D'après la question précédente, la suite (u_n) est décroissante. De plus, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $n \geqslant 0$ et $\left(\dfrac{1}{2}\right)^n \geqslant 0$

2. D'après la question précédente, la suite (u_n) est décroissante. De plus, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $n \geqslant 0$ et $\left(\dfrac{1}{2}\right)^n \geqslant 0$ donc $u_n \geqslant 0$.

2. D'après la question précédente, la suite (u_n) est décroissante. De plus, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $n \geqslant 0$ et $\left(\frac{1}{2}\right)^n \geqslant 0$ donc $u_n \geqslant 0$. La suite (u_n) est donc décroissante et minorée par 0, on en déduit que :

2. D'après la question précédente, la suite (u_n) est décroissante. De plus, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $n \geqslant 0$ et $\left(\frac{1}{2}\right)^n \geqslant 0$ donc $u_n \geqslant 0$. La suite (u_n) est donc décroissante et minorée par 0, on en déduit que :

$$\boxed{\text{La suite } (u_n) \text{ est convergente}}$$

3. Pour tout $l \in \mathbb{R}$, on a :

3. Pour tout $l \in \mathbb{R}$, on a :

$$l = l - \frac{1}{4} l \Longleftrightarrow$$

3. Pour tout $l \in \mathbb{R}$, on a :

$$l = l - \frac{1}{4}l \iff \frac{1}{4}l = 0$$

3. Pour tout $l \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned} l = l - \frac{1}{4}l &\iff \frac{1}{4}l = 0 \\ &\iff l = 0 \end{aligned}$$

3. Pour tout $l \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned} l = l - \frac{1}{4}l &\iff \frac{1}{4}l = 0 \\ &\iff l = 0 \end{aligned}$$

L'équation $l = l - \dfrac{1}{4}l$ admet donc 0 pour unique solution.

3. Pour tout $l \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned} l = l - \frac{1}{4}l &\iff \frac{1}{4}l = 0 \\ &\iff l = 0 \end{aligned}$$

L'équation $l = l - \dfrac{1}{4}l$ admet donc 0 pour unique solution. On en déduit que :

$$\boxed{\lim_{n \to +\infty} u_n = 0}$$

Tous les sujets corrigés avec sources LaTeX :

http://specialite.mathematiques.free.fr/

Pour toute remarque :

fabien.vinsu@ac-besancon.fr