Corrigé de l'épreuve du baccalauréat de spécialité mathématiques

Asie
11 juin 2025

http://specialite.mathematiques.free.fr/
fabien.vinsu@ac-besancon.fr

Exercice 1

Exercice 1

- **Affirmation 1 : Faux**

Exercice 1

- **Affirmation 1 : Faux**

  On a $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}\alpha-1\\2\\\alpha\end{pmatrix}$

Exercice 1

- **Affirmation 1 : Faux**

  On a $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}\alpha-1\\ 2\\ \alpha\end{pmatrix}$ et donc :

$$\overrightarrow{j}.\overrightarrow{AC}=$$

- **Affirmation 1 : Faux**

  On a $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}\alpha-1\\2\\\alpha\end{pmatrix}$ et donc :

$$\overrightarrow{j}.\overrightarrow{AC}=0\times(\alpha-1)+1\times 2+0\times\alpha$$

- **Affirmation 1 : Faux**

  On a $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}\alpha - 1\\ 2\\ \alpha\end{pmatrix}$ et donc :

$$\overrightarrow{j}.\overrightarrow{AC} = 0\times(\alpha-1)+1\times 2+0\times\alpha = 2$$

Exercice 1

- **Affirmation 1 : Faux**

  On a $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}\alpha - 1\\ 2\\ \alpha\end{pmatrix}$ et donc :

$$\overrightarrow{j}.\overrightarrow{AC} = 0 \times (\alpha - 1) + 1 \times 2 + 0 \times \alpha = 2 \neq 0$$

- **Affirmation 1 : Faux**

  On a $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}\alpha-1\\2\\\alpha\end{pmatrix}$ et donc :

$$\overrightarrow{j}.\overrightarrow{AC}=0\times(\alpha-1)+1\times2+0\times\alpha=2\neq0$$

Le vecteur $\overrightarrow{j}$ n'est donc pas orthogonal au vecteur $\overrightarrow{AC}$,

- **Affirmation 1 : Faux**

  On a $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}\alpha - 1\\ 2\\ \alpha\end{pmatrix}$ et donc :

  $$\overrightarrow{j}.\overrightarrow{AC} = 0 \times (\alpha - 1) + 1 \times 2 + 0 \times \alpha = 2 \neq 0$$

  Le vecteur $\overrightarrow{j}$ n'est donc pas orthogonal au vecteur $\overrightarrow{AC}$, il ne peut donc pas être orthogonal au plan (ABC),

- **Affirmation 1 : Faux**

On a $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}\alpha-1\\2\\\alpha\end{pmatrix}$ et donc :

$$\overrightarrow{j}.\overrightarrow{AC}=0\times(\alpha-1)+1\times2+0\times\alpha=2\neq0$$

Le vecteur $\overrightarrow{j}$ n'est donc pas orthogonal au vecteur $\overrightarrow{AC}$, il ne peut donc pas être orthogonal au plan (ABC), si tant est que ce soit bien un plan.

- **Affirmation 2 : Faux**

- **Affirmation 2 : Faux**

  On a $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}\alpha - 1\\ 2\\ \alpha\end{pmatrix}$

- **Affirmation 2 : Faux**

  On a $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}\alpha-1\\2\\\alpha\end{pmatrix}$ et la droite d est dirigée par le vecteur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}1\\2\\-1\end{pmatrix}$.

- **Affirmation 2 : Faux**

  On a $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}\alpha-1\\2\\\alpha\end{pmatrix}$ et la droite d est dirigée par le vecteur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}1\\2\\-1\end{pmatrix}$. Les droites (AC) et d sont colinéaire si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{u}$ sont colinéaires,

- **Affirmation 2 : Faux**

  On a $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}\alpha-1\\2\\\alpha\end{pmatrix}$ et la droite d est dirigée par le vecteur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}1\\2\\-1\end{pmatrix}$. Les droites (AC) et d sont colinéaire si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{u}$ sont colinéaires, c'est-à-dire s'il existe un réel k tel que $\overrightarrow{AC}=k\overrightarrow{u}$.

- **Affirmation 2 : Faux**

On a $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}\alpha-1\\2\\\alpha\end{pmatrix}$ et la droite d est dirigée par le vecteur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}1\\2\\-1\end{pmatrix}$. Les droites (AC) et d sont colinéaire si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{u}$ sont colinéaires, c'est-à-dire s'il existe un réel k tel que $\overrightarrow{AC}=k\overrightarrow{u}$.

$$\overrightarrow{AC}=k\overrightarrow{u}\iff$$

- **Affirmation 2 : Faux**

  On a $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}\alpha-1\\2\\\alpha\end{pmatrix}$ et la droite d est dirigée par le vecteur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}1\\2\\-1\end{pmatrix}$. Les droites (AC) et d sont colinéaire si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{u}$ sont colinéaires, c'est-à-dire s'il existe un réel k tel que $\overrightarrow{AC}=k\overrightarrow{u}$.

$$\overrightarrow{AC}=k\overrightarrow{u}\iff\begin{cases}\alpha-1=k\\2=2k\\\alpha=-k\end{cases}$$

- **Affirmation 2 : Faux**

  On a $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}\alpha-1\\2\\\alpha\end{pmatrix}$ et la droite d est dirigée par le vecteur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}1\\2\\-1\end{pmatrix}$. Les droites (AC) et d sont colinéaire si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{u}$ sont colinéaires, c'est-à-dire s'il existe un réel k tel que $\overrightarrow{AC}=k\overrightarrow{u}$.

$$\overrightarrow{AC}=k\overrightarrow{u}\iff\begin{cases}\alpha-1=k\\2=2k\\\alpha=-k\end{cases}$$

$$\iff\begin{cases}-2=1\\k=1\\\alpha=-1\end{cases}$$

- **Affirmation 2 : Faux**

On a $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}\alpha-1\\2\\\alpha\end{pmatrix}$ et la droite d est dirigée par le vecteur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}1\\2\\-1\end{pmatrix}$. Les droites (AC) et d sont colinéaire si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{u}$ sont colinéaires, c'est-à-dire s'il existe un réel k tel que $\overrightarrow{AC}=k\overrightarrow{u}$.

$$\overrightarrow{AC}=k\overrightarrow{u}\iff\begin{cases}\alpha-1=k\\2=2k\\\alpha=-k\end{cases}$$

$$\iff\begin{cases}-2=1\\k=1\\\alpha=-1\end{cases}$$

Ce système n'admet donc aucune solution.

- **Affirmation 2 : Faux**

On a $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}\alpha-1\\2\\\alpha\end{pmatrix}$ et la droite d est dirigée par le vecteur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}1\\2\\-1\end{pmatrix}$. Les droites (AC) et d sont colinéaire si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{u}$ sont colinéaires, c'est-à-dire s'il existe un réel k tel que $\overrightarrow{AC}=k\overrightarrow{u}$.

$$\overrightarrow{AC}=k\overrightarrow{u} \iff \begin{cases}\alpha-1=k\\2=2k\\\alpha=-k\end{cases}$$

$$\iff \begin{cases}-2=1\\k=1\\\alpha=-1\end{cases}$$

Ce système n'admet donc aucune solution. Il n'existe donc aucune valeur de α telle que les droites (AC) et d sont parallèles.

- **Affirmation 3 : Vrai**

- **Affirmation 3 : Vrai**

  On a $\overrightarrow{AO}\begin{pmatrix}-1\\-1\\0\end{pmatrix}$

- **Affirmation 3 : Vrai**

  On a $\overrightarrow{AO}\begin{pmatrix}-1\\-1\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$

- **Affirmation 3 : Vrai**

  On a $\overrightarrow{AO}\begin{pmatrix}-1\\-1\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$ d'où $\|\overrightarrow{AO}\| = \sqrt{2}$

- **Affirmation 3 : Vrai**

  On a $\overrightarrow{AO}\begin{pmatrix}-1\\-1\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$ d'où $\|\overrightarrow{AO}\| = \sqrt{2}$ et $\|\overrightarrow{AB}\| = 1$.

- **Affirmation 3 : Vrai**

  On a $\overrightarrow{AO}\begin{pmatrix}-1\\-1\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$ d'où $\|\overrightarrow{AO}\| = \sqrt{2}$ et $\|\overrightarrow{AB}\| = 1$. On a alors :

  - D'une part :

$$\overrightarrow{AO}.\overrightarrow{AB} =$$

- **Affirmation 3 : Vrai**

  On a $\overrightarrow{AO}\begin{pmatrix}-1\\-1\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$ d'où $\|\overrightarrow{AO}\| = \sqrt{2}$ et $\|\overrightarrow{AB}\| = 1$. On a alors :

  - D'une part :

$$\overrightarrow{AO}.\overrightarrow{AB} = -1 \times 1 + (-1) \times 0 + 0 \times 0$$

- **Affirmation 3 : Vrai**

  On a $\overrightarrow{AO}\begin{pmatrix}-1\\-1\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$ d'où $\|\overrightarrow{AO}\| = \sqrt{2}$ et $\|\overrightarrow{AB}\| = 1$. On a alors :

  - D'une part :

$$\overrightarrow{AO}.\overrightarrow{AB} = -1 \times 1 + (-1) \times 0 + 0 \times 0 = -1$$

- **Affirmation 3 : Vrai**

  On a $\overrightarrow{AO}\begin{pmatrix}-1\\-1\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$ d'où $\|\overrightarrow{AO}\| = \sqrt{2}$ et $\|\overrightarrow{AB}\| = 1$. On a alors :

  - D'une part :

  $$\overrightarrow{AO}.\overrightarrow{AB} = -1\times 1 + (-1)\times 0 + 0\times 0 = -1$$

  - D'autre part :

  $$\overrightarrow{AO}.\overrightarrow{AB} =$$

- **Affirmation 3 : Vrai**

  On a $\overrightarrow{AO}\begin{pmatrix}-1\\-1\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$ d'où $\|\overrightarrow{AO}\| = \sqrt{2}$ et $\|\overrightarrow{AB}\| = 1$. On a alors :

  - D'une part :

  $$\overrightarrow{AO}.\overrightarrow{AB} = -1\times 1 + (-1)\times 0 + 0\times 0 = -1$$

  - D'autre part :

  $$\overrightarrow{AO}.\overrightarrow{AB} = \|\overrightarrow{AO}\| \times \|\overrightarrow{AO}\| \times \cos\left(\widehat{OAB}\right)$$

- **Affirmation 3 : Vrai**

  On a $\overrightarrow{AO}\begin{pmatrix}-1\\-1\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$ d'où $\|\overrightarrow{AO}\| = \sqrt{2}$ et $\|\overrightarrow{AB}\| = 1$. On a alors :

  - D'une part :

$$\overrightarrow{AO}.\overrightarrow{AB} = -1 \times 1 + (-1) \times 0 + 0 \times 0 = -1$$

  - D'autre part :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AO}.\overrightarrow{AB} &= \|\overrightarrow{AO}\| \times \|\overrightarrow{AO}\| \times \cos\left(\widehat{OAB}\right)\\ &= \sqrt{2} \times 1 \times \cos\left(\widehat{OAB}\right)\end{aligned}$$

- **Affirmation 3 : Vrai**

  On a $\overrightarrow{AO}\begin{pmatrix}-1\\-1\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$ d'où $\|\overrightarrow{AO}\| = \sqrt{2}$ et $\|\overrightarrow{AB}\| = 1$. On a alors :

  - D'une part :

  $$\overrightarrow{AO}.\overrightarrow{AB} = -1 \times 1 + (-1) \times 0 + 0 \times 0 = -1$$

  - D'autre part :

  $$\begin{aligned}\overrightarrow{AO}.\overrightarrow{AB} &= \|\overrightarrow{AO}\| \times \|\overrightarrow{AO}\| \times \cos\left(\widehat{OAB}\right)\\ &= \sqrt{2} \times 1 \times \cos\left(\widehat{OAB}\right)\\ &= \sqrt{2}\cos\left(\widehat{OAB}\right)\end{aligned}$$

- **Affirmation 3 : Vrai**

On a $\overrightarrow{AO}\begin{pmatrix}-1\\-1\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$ d'où $\|\overrightarrow{AO}\| = \sqrt{2}$ et $\|\overrightarrow{AB}\| = 1$. On a alors :

  - D'une part :

$$\overrightarrow{AO}.\overrightarrow{AB} = -1\times 1 + (-1)\times 0 + 0\times 0 = -1$$

  - D'autre part :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AO}.\overrightarrow{AB} &= \|\overrightarrow{AO}\| \times \|\overrightarrow{AO}\| \times \cos\left(\widehat{OAB}\right)\\ &= \sqrt{2}\times 1\times \cos\left(\widehat{OAB}\right)\\ &= \sqrt{2}\cos\left(\widehat{OAB}\right)\end{aligned}$$

On en déduit l'égalité $\sqrt{2}\cos\left(\widehat{OAB}\right) = -1$,

- **Affirmation 3 : Vrai**

  On a $\overrightarrow{AO}\begin{pmatrix}-1\\-1\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$ d'où $\|\overrightarrow{AO}\| = \sqrt{2}$ et $\|\overrightarrow{AB}\| = 1$. On a alors :

  - D'une part :

  $$\overrightarrow{AO}.\overrightarrow{AB} = -1 \times 1 + (-1) \times 0 + 0 \times 0 = -1$$

  - D'autre part :

  $$\begin{aligned}\overrightarrow{AO}.\overrightarrow{AB} &= \|\overrightarrow{AO}\| \times \|\overrightarrow{AO}\| \times \cos\left(\widehat{OAB}\right)\\ &= \sqrt{2} \times 1 \times \cos\left(\widehat{OAB}\right)\\ &= \sqrt{2}\cos\left(\widehat{OAB}\right)\end{aligned}$$

  On en déduit l'égalité $\sqrt{2}\cos\left(\widehat{OAB}\right) = -1$, puis

  $\cos\left(\widehat{OAB}\right) =$

- **Affirmation 3 : Vrai**

  On a $\overrightarrow{AO}\begin{pmatrix}-1\\-1\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$ d'où $\|\overrightarrow{AO}\| = \sqrt{2}$ et $\|\overrightarrow{AB}\| = 1$. On a alors :

  - D'une part :

  $$\overrightarrow{AO}.\overrightarrow{AB} = -1\times 1 + (-1)\times 0 + 0\times 0 = -1$$

  - D'autre part :

  $$\begin{aligned}\overrightarrow{AO}.\overrightarrow{AB} &= \|\overrightarrow{AO}\| \times \|\overrightarrow{AO}\| \times \cos\left(\widehat{OAB}\right)\\ &= \sqrt{2}\times 1\times \cos\left(\widehat{OAB}\right)\\ &= \sqrt{2}\cos\left(\widehat{OAB}\right)\end{aligned}$$

  On en déduit l'égalité $\sqrt{2}\cos\left(\widehat{OAB}\right) = -1$, puis

  $\cos\left(\widehat{OAB}\right) = -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

- **Affirmation 3 : Vrai**

  On a $\overrightarrow{AO}\begin{pmatrix}-1\\-1\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$ d'où $\|\overrightarrow{AO}\| = \sqrt{2}$ et $\|\overrightarrow{AB}\| = 1$. On a alors :

  - D'une part :

  $$\overrightarrow{AO}.\overrightarrow{AB} = -1\times 1 + (-1)\times 0 + 0\times 0 = -1$$

  - D'autre part :

  $$\begin{aligned}\overrightarrow{AO}.\overrightarrow{AB} &= \|\overrightarrow{AO}\| \times \|\overrightarrow{AO}\| \times \cos\left(\widehat{OAB}\right)\\ &= \sqrt{2}\times 1 \times \cos\left(\widehat{OAB}\right)\\ &= \sqrt{2}\cos\left(\widehat{OAB}\right)\end{aligned}$$

  On en déduit l'égalité $\sqrt{2}\cos\left(\widehat{OAB}\right) = -1$, puis

  $\cos\left(\widehat{OAB}\right) = -\dfrac{1}{\sqrt{2}} = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

- **Affirmation 3 : Vrai**

  On a $\overrightarrow{AO}\begin{pmatrix}-1\\-1\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$ d'où $\|\overrightarrow{AO}\| = \sqrt{2}$ et $\|\overrightarrow{AB}\| = 1$. On a alors :

  - D'une part :

  $$\overrightarrow{AO}.\overrightarrow{AB} = -1 \times 1 + (-1) \times 0 + 0 \times 0 = -1$$

  - D'autre part :

  $$\begin{aligned}\overrightarrow{AO}.\overrightarrow{AB} &= \|\overrightarrow{AO}\| \times \|\overrightarrow{AO}\| \times \cos\left(\widehat{OAB}\right)\\ &= \sqrt{2} \times 1 \times \cos\left(\widehat{OAB}\right)\\ &= \sqrt{2}\cos\left(\widehat{OAB}\right)\end{aligned}$$

  On en déduit l'égalité $\sqrt{2}\cos\left(\widehat{OAB}\right) = -1$, puis $\cos\left(\widehat{OAB}\right) = -\dfrac{1}{\sqrt{2}} = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ et donc $\widehat{OAB} = \dfrac{3\pi}{4}$.

- **Affirmation 3 : Vrai**

  On a $\overrightarrow{AO}\begin{pmatrix}-1\\-1\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$ d'où $\|\overrightarrow{AO}\| = \sqrt{2}$ et $\|\overrightarrow{AB}\| = 1$. On a alors :

  - D'une part :

  $$\overrightarrow{AO}.\overrightarrow{AB} = -1 \times 1 + (-1) \times 0 + 0 \times 0 = -1$$

  - D'autre part :

  $$\begin{aligned}\overrightarrow{AO}.\overrightarrow{AB} &= \|\overrightarrow{AO}\| \times \|\overrightarrow{AO}\| \times \cos\left(\widehat{OAB}\right)\\ &= \sqrt{2} \times 1 \times \cos\left(\widehat{OAB}\right)\\ &= \sqrt{2}\cos\left(\widehat{OAB}\right)\end{aligned}$$

  On en déduit l'égalité $\sqrt{2}\cos\left(\widehat{OAB}\right) = -1$, puis $\cos\left(\widehat{OAB}\right) = -\dfrac{1}{\sqrt{2}} = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ et donc $\widehat{OAB} = \dfrac{3\pi}{4}$. Une mesure de l'angle $\widehat{OAB}$ est donc bien 135°.

- **Affirmation 4 : Faux**

- **Affirmation 4 : Faux**
  Le point H n'appartient pas à la droite d,

- **Affirmation 4 : Faux**
  Le point H n'appartient pas à la droite d, en effet il n'existe pas de paramètre t réel tel que $\begin{cases} 1+t=1 \\ 2t=2 \\ -t=2 \end{cases}$.

- **Affirmation 4 : Faux**

  Le point H n'appartient pas à la droite d, en effet il n'existe pas de paramètre t réel tel que $\begin{cases} 1+t=1 \\ 2t=2 \\ -t=2 \end{cases}$. Le point H ne peut donc pas être le projeté orthogonal de A sur d.

- **Affirmation 5 : Vrai**

- **Affirmation 5 : Vrai**
  Soit $t \in \mathbb{R}$ et M le point de paramètre t dans la représentation paramétrique de la droite (d).

- **Affirmation 5 : Vrai**
  Soit $t \in \mathbb{R}$ et M le point de paramètre t dans la représentation paramétrique de la droite (d). On a donc $M(1+t\,;2t\,;-t)$

- **Affirmation 5 : Vrai**

  Soit $t \in \mathbb{R}$ et M le point de paramètre t dans la représentation paramétrique de la droite (d). On a donc $M(1+t\,;2t\,;-t)$ et :

  $$OM =$$

- **Affirmation 5 : Vrai**

  Soit $t \in \mathbb{R}$ et M le point de paramètre t dans la représentation paramétrique de la droite (d). On a donc $M(1+t\,;2t\,;-t)$ et :

  $$OM = \sqrt{(1+t)^2 + (2t)^2 + (-t)^2}$$

- **Affirmation 5 : Vrai**

  Soit $t \in \mathbb{R}$ et M le point de paramètre t dans la représentation paramétrique de la droite (d). On a donc $M(1+t\,;2t\,;-t)$ et :

$$\begin{aligned} OM &= \sqrt{(1+t)^2+(2t)^2+(-t)^2} \\ &= \sqrt{1+2t+t^2+4t^2+t^2} \end{aligned}$$

- **Affirmation 5 : Vrai**
  Soit $t \in \mathbb{R}$ et M le point de paramètre t dans la représentation paramétrique de la droite (d). On a donc $M(1+t\,;2t\,;-t)$ et :

$$\begin{aligned} OM &= \sqrt{(1+t)^2+(2t)^2+(-t)^2} \\ &= \sqrt{1+2t+t^2+4t^2+t^2} \\ &= \sqrt{6t^2+2t+1} \end{aligned}$$

- **Affirmation 5 : Vrai**

  Soit $t \in \mathbb{R}$ et M le point de paramètre t dans la représentation paramétrique de la droite (d). On a donc $M(1+t\,;\,2t\,;\,-t)$ et :

$$\begin{aligned} OM &= \sqrt{(1+t)^2+(2t)^2+(-t)^2} \\ &= \sqrt{1+2t+t^2+4t^2+t^2} \\ &= \sqrt{6t^2+2t+1} \end{aligned}$$

  On a alors :

$$OM = 1 \Longleftrightarrow$$

- **Affirmation 5 : Vrai**

  Soit $t \in \mathbb{R}$ et M le point de paramètre t dans la représentation paramétrique de la droite (d). On a donc $M(1+t\,;2t\,;-t)$ et :

$$\begin{aligned} OM &= \sqrt{(1+t)^2+(2t)^2+(-t)^2} \\ &= \sqrt{1+2t+t^2+4t^2+t^2} \\ &= \sqrt{6t^2+2t+1} \end{aligned}$$

  On a alors :

$$OM = 1 \Longleftrightarrow \sqrt{6t^2+2t+1} = 1$$

- **Affirmation 5 : Vrai**

  Soit $t \in \mathbb{R}$ et M le point de paramètre t dans la représentation paramétrique de la droite (d). On a donc $M(1+t\,;2t\,;-t)$ et :

$$\begin{aligned} OM &= \sqrt{(1+t)^2+(2t)^2+(-t)^2} \\ &= \sqrt{1+2t+t^2+4t^2+t^2} \\ &= \sqrt{6t^2+2t+1} \end{aligned}$$

  On a alors :

$$\begin{aligned} OM = 1 &\Longleftrightarrow \sqrt{6t^2+2t+1} = 1 \\ &\Longleftrightarrow 6t^2+2t+1 = 1 \end{aligned}$$

- **Affirmation 5 : Vrai**

  Soit $t \in \mathbb{R}$ et M le point de paramètre t dans la représentation paramétrique de la droite (d). On a donc $M(1+t\,;\,2t\,;\,-t)$ et :

$$\begin{aligned} OM &= \sqrt{(1+t)^2+(2t)^2+(-t)^2} \\ &= \sqrt{1+2t+t^2+4t^2+t^2} \\ &= \sqrt{6t^2+2t+1} \end{aligned}$$

  On a alors :

$$\begin{aligned} OM = 1 &\iff \sqrt{6t^2+2t+1} = 1 \\ &\iff 6t^2+2t+1 = 1 \\ &\iff 6t^2+2t = 0 \end{aligned}$$

- **Affirmation 5 : Vrai**

  Soit $t \in \mathbb{R}$ et M le point de paramètre t dans la représentation paramétrique de la droite (d). On a donc $M(1+t\,;2t\,;-t)$ et :

$$\begin{aligned} OM &= \sqrt{(1+t)^2+(2t)^2+(-t)^2} \\ &= \sqrt{1+2t+t^2+4t^2+t^2} \\ &= \sqrt{6t^2+2t+1} \end{aligned}$$

  On a alors :

$$\begin{aligned} OM = 1 &\iff \sqrt{6t^2+2t+1} = 1 \\ &\iff 6t^2+2t+1 = 1 \\ &\iff 6t^2+2t = 0 \\ &\iff 2t(3t+1) = 0 \end{aligned}$$

- **Affirmation 5 : Vrai**

  Soit $t \in \mathbb{R}$ et M le point de paramètre t dans la représentation paramétrique de la droite (d). On a donc $M(1+t\,;2t\,;-t)$ et :

$$\begin{aligned} OM &= \sqrt{(1+t)^2+(2t)^2+(-t)^2} \\ &= \sqrt{1+2t+t^2+4t^2+t^2} \\ &= \sqrt{6t^2+2t+1} \end{aligned}$$

  On a alors :

$$\begin{aligned} OM = 1 &\iff \sqrt{6t^2+2t+1} = 1 \\ &\iff 6t^2+2t+1 = 1 \\ &\iff 6t^2+2t = 0 \\ &\iff 2t(3t+1) = 0 \\ &\iff t = 0 \text{ ou } t = -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

- **Affirmation 5 : Vrai**

  Soit $t \in \mathbb{R}$ et M le point de paramètre t dans la représentation paramétrique de la droite (d). On a donc $M(1+t\,;2t\,;-t)$ et :

$$\begin{aligned} OM &= \sqrt{(1+t)^2+(2t)^2+(-t)^2} \\ &= \sqrt{1+2t+t^2+4t^2+t^2} \\ &= \sqrt{6t^2+2t+1} \end{aligned}$$

  On a alors :

$$\begin{aligned} OM=1 &\iff \sqrt{6t^2+2t+1}=1 \\ &\iff 6t^2+2t+1=1 \\ &\iff 6t^2+2t=0 \\ &\iff 2t(3t+1)=0 \\ &\iff t=0 \text{ ou } t=-\frac{1}{3} \end{aligned}$$

  Il existe donc deux points de la droite (d) qui sont à une distance de O égale à 1.

- **Affirmation 5 : Vrai**

  Soit $t \in \mathbb{R}$ et M le point de paramètre t dans la représentation paramétrique de la droite (d). On a donc $M(1+t\,;\,2t\,;\,-t)$ et :

$$\begin{aligned} OM &= \sqrt{(1+t)^2+(2t)^2+(-t)^2} \\ &= \sqrt{1+2t+t^2+4t^2+t^2} \\ &= \sqrt{6t^2+2t+1} \end{aligned}$$

  On a alors :

$$\begin{aligned} OM = 1 &\iff \sqrt{6t^2+2t+1} = 1 \\ &\iff 6t^2+2t+1 = 1 \\ &\iff 6t^2+2t = 0 \\ &\iff 2t(3t+1) = 0 \\ &\iff t = 0 \text{ ou } t = -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

  Il existe donc deux points de la droite (d) qui sont à une distance de O égale à 1. La droite et la sphère ont donc exactement deux points d'intersection.

1. D'après l'énoncé, on a :

Exercice 2 - Partie A

1. D'après l'énoncé, on a :

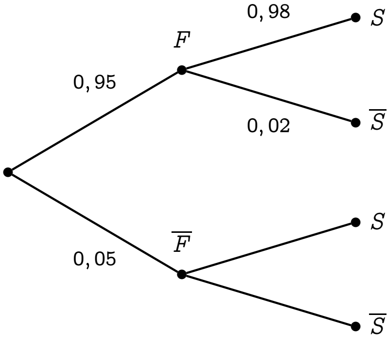
$$\boxed{P(F) = 0,95}$$

1. D'après l'énoncé, on a :

$$\boxed{P(F) = 0,95} \quad \text{et} \quad \boxed{P_F(S) = 0,98}$$

2. (a) On peut représenter la situation par l'arbre suivant :

2. (a) On peut représenter la situation par l'arbre suivant :



2. (b) D'après l'énoncé, 1 % des jouets ne réussissent aucun des deux tests

2. (b) D'après l'énoncé, 1 % des jouets ne réussissent aucun des deux tests donc $P(\overline{F} \cap \overline{S}) = 0,01$.

2. (b) D'après l'énoncé, 1 % des jouets ne réussissent aucun des deux tests donc $P(\overline{F} \cap \overline{S}) = 0,01$. On a alors :

$$P_{\overline{F}}(\overline{S}) =$$

2. (b) D'après l'énoncé, 1 % des jouets ne réussissent aucun des deux tests donc $P(\overline{F} \cap \overline{S}) = 0,01$. On a alors :

$$P_{\overline{F}}(\overline{S}) = \frac{P(\overline{F} \cap \overline{S})}{P(\overline{F})}$$

2. (b) D'après l'énoncé, 1 % des jouets ne réussissent aucun des deux tests donc $P(\overline{F} \cap \overline{S}) = 0,01$. On a alors :

$$\begin{aligned} P_{\overline{F}}(\overline{S}) &= \frac{P(\overline{F} \cap \overline{S})}{P(\overline{F})} \\ &= \frac{0,01}{0,05} \end{aligned}$$

2. (b) D'après l'énoncé, 1 % des jouets ne réussissent aucun des deux tests donc $P(\overline{F} \cap \overline{S}) = 0,01$. On a alors :

$$\begin{aligned} P_{\overline{F}}(\overline{S}) &= \frac{P(\overline{F} \cap \overline{S})}{P(\overline{F})} \\ &= \frac{0,01}{0,05} \\ &= 0,2 \end{aligned}$$

2. (b) D'après l'énoncé, 1 % des jouets ne réussissent aucun des deux tests donc $P(\overline{F} \cap \overline{S}) = 0,01$. On a alors :

$$\begin{aligned} P_{\overline{F}}(\overline{S}) &= \frac{P(\overline{F} \cap \overline{S})}{P(\overline{F})} \\ &= \frac{0,01}{0,05} \\ &= 0,2 \end{aligned}$$

On a donc bien :

$$\boxed{P_{\overline{F}}(\overline{S}) = 0,2}$$

3. Il s'agit de calculer $P(F \cap S)$:

3. Il s'agit de calculer $P(F \cap S)$:

$$P(F \cap S) =$$

3. Il s'agit de calculer $P(F \cap S)$:

$$P(F \cap S) = P(F) \times P_F(S)$$

3. Il s'agit de calculer $P(F \cap S)$:

$$P(F \cap S) = P(F) \times P_F(S) = 0,95 \times 0,98$$

3. Il s'agit de calculer $P(F \cap S)$:

$$P(F \cap S) = P(F) \times P_F(S) = 0,95 \times 0,98 = 0,931$$

3. Il s'agit de calculer $P(F \cap S)$:

$$P(F \cap S) = P(F) \times P_F(S) = 0,95 \times 0,98 = 0,931$$

La probabilité que le jouet choisi réussisse les deux tests est donc :

3. Il s'agit de calculer $P(F \cap S)$:

$$P(F \cap S) = P(F) \times P_F(S) = 0,95 \times 0,98 = 0,931$$

La probabilité que le jouet choisi réussisse les deux tests est donc :

$$\boxed{P(F \cap S) = 0,931}$$

4. Il s'agit de calculer $P(S)$.

4. Il s'agit de calculer $P(S)$. On sait que $P_{\overline{F}}(\overline{S}) = 0,2$,

4. Il s'agit de calculer $P(S)$. On sait que $P_{\overline{F}}(\overline{S}) = 0,2$, on en déduit que $P_{\overline{F}}(S) = 0,8$.

4. Il s'agit de calculer $P(S)$. On sait que $P_{\overline{F}}(\overline{S}) = 0,2$, on en déduit que $P_{\overline{F}}(S) = 0,8$. Les événement F et $\overline{F}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

4. Il s'agit de calculer $P(S)$. On sait que $P_{\overline{F}}(\overline{S}) = 0,2$, on en déduit que $P_{\overline{F}}(S) = 0,8$. Les événement F et $\overline{F}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$P(S) =$$

4. Il s'agit de calculer $P(S)$. On sait que $P_{\overline{F}}(\overline{S}) = 0,2$, on en déduit que $P_{\overline{F}}(S) = 0,8$. Les événement F et $\overline{F}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$P(S) = P(F \cap S) + P(\overline{F} \cap \overline{S})$$

4. Il s'agit de calculer $P(S)$. On sait que $P_{\overline{F}}(\overline{S}) = 0,2$, on en déduit que $P_{\overline{F}}(S) = 0,8$. Les événement F et $\overline{F}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(S) &= P(F \cap S) + P(\overline{F} \cap \overline{S}) \\ &= 0,931 + P(\overline{F}) \times P_{\overline{F}}(S) \end{aligned}$$

4. Il s'agit de calculer $P(S)$. On sait que $P_{\overline{F}}(\overline{S}) = 0,2$, on en déduit que $P_{\overline{F}}(S) = 0,8$. Les événement F et $\overline{F}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(S) &= P(F \cap S) + P(\overline{F} \cap \overline{S}) \\ &= 0,931 + P(\overline{F}) \times P_{\overline{F}}(S) \\ &= 0,931 + 0,05 \times 0,8 \end{aligned}$$

4. Il s'agit de calculer $P(S)$. On sait que $P_{\overline{F}}(\overline{S}) = 0,2$, on en déduit que $P_{\overline{F}}(S) = 0,8$. Les événement F et $\overline{F}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned}
P(S) &= P(F \cap S) + P(\overline{F} \cap \overline{S}) \\
&= 0,931 + P(\overline{F}) \times P_{\overline{F}}(S) \\
&= 0,931 + 0,05 \times 0,8 \\
&= 0,931 + 0,04
\end{aligned}$$

4. Il s'agit de calculer $P(S)$. On sait que $P_{\overline{F}}(\overline{S}) = 0,2$, on en déduit que $P_{\overline{F}}(S) = 0,8$. Les événement F et $\overline{F}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(S) &= P(F \cap S) + P(\overline{F} \cap \overline{S}) \\ &= 0,931 + P(\overline{F}) \times P_{\overline{F}}(S) \\ &= 0,931 + 0,05 \times 0,8 \\ &= 0,931 + 0,04 \\ &= 0,971 \end{aligned}$$

4. Il s'agit de calculer $P(S)$. On sait que $P_{\overline{F}}(\overline{S}) = 0,2$, on en déduit que $P_{\overline{F}}(S) = 0,8$. Les événement F et $\overline{F}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(S) &= P(F \cap S) + P(\overline{F} \cap \overline{S}) \\ &= 0,931 + P(\overline{F}) \times P_{\overline{F}}(S) \\ &= 0,931 + 0,05 \times 0,8 \\ &= 0,931 + 0,04 \\ &= 0,971 \end{aligned}$$

La probabilité que le jouet réussisse le test de sécurité est donc, en arrondissant au centième :

4. Il s'agit de calculer $P(S)$. On sait que $P_{\overline{F}}(\overline{S}) = 0,2$, on en déduit que $P_{\overline{F}}(S) = 0,8$. Les événement F et $\overline{F}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned}
P(S) &= P(F \cap S) + P(\overline{F} \cap \overline{S}) \\
&= 0,931 + P(\overline{F}) \times P_{\overline{F}}(S) \\
&= 0,931 + 0,05 \times 0,8 \\
&= 0,931 + 0,04 \\
&= 0,971
\end{aligned}$$

La probabilité que le jouet réussisse le test de sécurité est donc, en arrondissant au centième :

$$\boxed{P(S) \approx 0,97}$$

5. Il s'agit de calculer $P_S(F)$:

5. Il s'agit de calculer $P_S(F)$:

$$P_S(F) =$$

5. Il s'agit de calculer $P_S(F)$:

$$P_S(F) = \frac{P(F \cap S)}{P(S)}$$

5. Il s'agit de calculer $P_S(F)$:

$$\begin{aligned}P_S(F) &= \frac{P(F \cap S)}{P(S)} \\ &= \frac{0,931}{0,971}\end{aligned}$$

5. Il s'agit de calculer $P_S(F)$:

$$\begin{aligned} P_S(F) &= \frac{P(F \cap S)}{P(S)} \\ &= \frac{0,931}{0,971} \\ &\approx 0,96 \end{aligned}$$

5. Il s'agit de calculer $P_S(F)$:

$$\begin{aligned} P_S(F) &= \frac{P(F \cap S)}{P(S)} \\ &= \frac{0,931}{0,971} \\ &\approx 0,96 \end{aligned}$$

Lorsque le jouet a réussi le test de sécurité, la probabilité qu'il réussisse le test de fabrication est donc :

5. Il s'agit de calculer $P_S(F)$:

$$\begin{aligned} P_S(F) &= \frac{P(F \cap S)}{P(S)} \\ &= \frac{0,931}{0,971} \\ &\approx 0,96 \end{aligned}$$

Lorsque le jouet a réussi le test de sécurité, la probabilité qu'il réussisse le test de fabrication est donc :

$$\boxed{P_S(F) \approx 0,96}$$

Partie B

1. La variable aléatoire S_n suit une loi binomiale de paramètres n et $p = 0,95$.

Partie B

1. La variable aléatoire S_n suit une loi binomiale de paramètres n et $p = 0,95$. Son espérance est donc $E(S_n) =$

Partie B

1. La variable aléatoire S_n suit une loi binomiale de paramètres n et $p = 0,95$. Son espérance est donc $E(S_n) = n \times p$

Partie B

1. La variable aléatoire S_n suit une loi binomiale de paramètres n et $p = 0,95$. Son espérance est donc $E(S_n) = n \times p = 0,95n$

Partie B

1. La variable aléatoire S_n suit une loi binomiale de paramètres n et $p = 0,95$. Son espérance est donc $E(S_n) = n \times p = 0,95n$ et sa variance $V(S_n) =$

Partie B

1. La variable aléatoire S_n suit une loi binomiale de paramètres n et $p = 0,95$. Son espérance est donc $E(S_n) = n \times p = 0,95n$ et sa variance $V(S_n) = n \times p \times (1 - p)$

Partie B

1. La variable aléatoire S_n suit une loi binomiale de paramètres n et $p = 0,95$. Son espérance est donc $E(S_n) = n \times p = 0,95n$ et sa variance $V(S_n) = n \times p \times (1 - p) = n \times 0,95 \times 0,05$

Partie B

1. La variable aléatoire S_n suit une loi binomiale de paramètres n et $p = 0,95$. Son espérance est donc $E(S_n) = n \times p = 0,95n$ et sa variance $V(S_n) = n \times p \times (1 - p) = n \times 0,95 \times 0,05 = 0,0475n$.

Partie B

1. La variable aléatoire S_n suit une loi binomiale de paramètres n et $p = 0,95$. Son espérance est donc $E(S_n) = n \times p = 0,95n$ et sa variance $V(S_n) = n \times p \times (1 - p) = n \times 0,95 \times 0,05 = 0,0475n$.
   Soit :
   $$\boxed{E(S_n) = 0,95n}$$

1. La variable aléatoire S_n suit une loi binomiale de paramètres n et $p = 0,95$. Son espérance est donc $E(S_n) = n \times p = 0,95n$ et sa variance $V(S_n) = n \times p \times (1 - p) = n \times 0,95 \times 0,05 = 0,0475n$. Soit :

$$\boxed{E(S_n) = 0,95n} \quad \text{et} \quad \boxed{V(S_n) = 0,0475n}$$

2. (a) On obtient à l'aide de la calculatrice :

2. (a) On obtient à l'aide de la calculatrice :

$$\boxed{P(S_{150} = 145) \approx 0,109}$$

2. (a) On obtient à l'aide de la calculatrice :

$$\boxed{P(S_{150} = 145) \approx 0,109}$$

Il s'agit de la probabilité que, dans un lot de 150 jouets, exactement 145 jouets réussissent le test de fabrication.

2. (b) 94 % de 150 est égal à 141.

2. (b) 94 % de 150 est égal à 141. Il s'agit donc de déterminer la probabilité qu'aun moins 141 jouets réussissent le test de fabrication.

2. (b) 94 % de 150 est égal à 141. Il s'agit donc de déterminer la probabilité qu'aun moins 141 jouets réussissent le test de fabrication. On obtient, à l'aide de la calculatrice, que cette probabilité est :

2. (b) 94 % de 150 est égal à 141. Il s'agit donc de déterminer la probabilité qu'aun moins 141 jouets réussissent le test de fabrication. On obtient, à l'aide de la calculatrice, que cette probabilité est :

$$\boxed{P(S_{150} \geqslant 141) \approx 0,781}$$

3. (a) Par linéarité de l'espérance, on a :

3. (a) Par linéarité de l'espérance, on a :

$$E(F_n) =$$

3. (a) Par linéarité de l'espérance, on a :

$$E(F_n) = \frac{1}{n} E(S_n)$$

3. (a) Par linéarité de l'espérance, on a :

$$E(F_n) = \frac{1}{n}E(S_n) = \frac{1}{n} \times 0,95n$$

3. (a) Par linéarité de l'espérance, on a :

$$E(F_n) = \frac{1}{n} E(S_n) = \frac{1}{n} \times 0,95n = 0,95$$

3. (a) Par linéarité de l'espérance, on a :

$$E(F_n) = \frac{1}{n} E(S_n) = \frac{1}{n} \times 0,95n = 0,95$$

Et par une propriété de la variance, on a :

3. (a) Par linéarité de l'espérance, on a :

$$E(F_n) = \frac{1}{n}E(S_n) = \frac{1}{n} \times 0,95n = 0,95$$

Et par une propriété de la variance, on a :

$$V(F_n) =$$

3. (a) Par linéarité de l'espérance, on a :

$$E(F_n) = \frac{1}{n}E(S_n) = \frac{1}{n} \times 0,95n = 0,95$$

Et par une propriété de la variance, on a :

$$V(F_n) = \left(\frac{1}{n}\right)^2 V(S_n)$$

3. (a) Par linéarité de l'espérance, on a :

$$E(F_n) = \frac{1}{n}E(S_n) = \frac{1}{n} \times 0,95n = 0,95$$

Et par une propriété de la variance, on a :

$$V(F_n) = \left(\frac{1}{n}\right)^2 V(S_n) = \frac{1}{n^2} \times 0,0475n$$

3. (a) Par linéarité de l'espérance, on a :

$$E(F_n) = \frac{1}{n} E(S_n) = \frac{1}{n} \times 0,95n = 0,95$$

Et par une propriété de la variance, on a :

$$V(F_n) = \left(\frac{1}{n}\right)^2 V(S_n) = \frac{1}{n^2} \times 0,0475n = \frac{0,0475}{n}$$

3. (a) Par linéarité de l'espérance, on a :

$$E(F_n) = \frac{1}{n}E(S_n) = \frac{1}{n} \times 0,95n = 0,95$$

Et par une propriété de la variance, on a :

$$V(F_n) = \left(\frac{1}{n}\right)^2 V(S_n) = \frac{1}{n^2} \times 0,0475n = \frac{0,0475}{n}$$

Soit :

$$\boxed{E(F_n) = 0,95}$$

3. (a) Par linéarité de l'espérance, on a :

$$E(F_n) = \frac{1}{n}E(S_n) = \frac{1}{n} \times 0,95n = 0,95$$

Et par une propriété de la variance, on a :

$$V(F_n) = \left(\frac{1}{n}\right)^2 V(S_n) = \frac{1}{n^2} \times 0,0475n = \frac{0,0475}{n}$$

Soit :

$$\boxed{E(F_n) = 0,95} \quad \text{et} \quad \boxed{V(F_n) = \frac{0,0475}{n}}$$

3. (b) L'événement I correspond à l'événement $(0,93 < F_n < 0,97)$.

3. (b) L'événement I correspond à l'événement $(0,93 < F_n < 0,97)$.
D'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, pour tout $\delta > 0$:

3. (b) L'événement I correspond à l'événement $(0,93 < F_n < 0,97)$.
D'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, pour tout $\delta > 0$:

$$P\left(|F_n - E(F_n)| \geqslant \delta\right) \leqslant \frac{V(F_n)}{\delta^2}$$

3. (b) L'événement I correspond à l'événement $(0,93 < F_n < 0,97)$.
D'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, pour tout $\delta > 0$:

$$P\left(|F_n - E(F_n)| \geqslant \delta\right) \leqslant \frac{V(F_n)}{\delta^2}$$

Soit, en prenant $\delta = 0,02$:

3. (b) L'événement I correspond à l'événement $(0,93 < F_n < 0,97)$.
D'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, pour tout $\delta > 0$:

$$P\left(|F_n - E(F_n)| \geqslant \delta\right) \leqslant \frac{V(F_n)}{\delta^2}$$

Soit, en prenant $\delta = 0,02$:

$$P\left(|F_n - 0,95| \geqslant 0,02\right) \leqslant \frac{\frac{0,0475}{n}}{0,02^2}$$

3. (b) L'événement I correspond à l'événement $(0,93 < F_n < 0,97)$.
D'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, pour tout $\delta > 0$:

$$P\left(|F_n - E(F_n)| \geqslant \delta\right) \leqslant \frac{V(F_n)}{\delta^2}$$

Soit, en prenant $\delta = 0,02$:

$$P\left(|F_n - 0,95| \geqslant 0,02\right) \leqslant \frac{\frac{0,0475}{n}}{0,02^2}$$

D'où :

$$P\left(|F_n - 0,95| \geqslant 0,02\right) \leqslant \frac{118,75}{n}$$

3. (b) L'événement I correspond à l'événement $(0,93 < F_n < 0,97)$.
D'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, pour tout $\delta > 0$:

$$P\left(|F_n - E(F_n)| \geqslant \delta\right) \leqslant \frac{V(F_n)}{\delta^2}$$

Soit, en prenant $\delta = 0,02$:

$$P\left(|F_n - 0,95| \geqslant 0,02\right) \leqslant \frac{\frac{0,0475}{n}}{0,02^2}$$

D'où :

$$P\left(|F_n - 0,95| \geqslant 0,02\right) \leqslant \frac{118,75}{n}$$

Puis, en passant à l'événement contraire :

3. (b) L'événement I correspond à l'événement $(0,93 < F_n < 0,97)$.
D'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, pour tout $\delta > 0$:

$$P\left(|F_n - E(F_n)| \geqslant \delta\right) \leqslant \frac{V(F_n)}{\delta^2}$$

Soit, en prenant $\delta = 0,02$:

$$P\left(|F_n - 0,95| \geqslant 0,02\right) \leqslant \frac{\frac{0,0475}{n}}{0,02^2}$$

D'où :

$$P\left(|F_n - 0,95| \geqslant 0,02\right) \leqslant \frac{118,75}{n}$$

Puis, en passant à l'événement contraire :

$$P\left(|F_n - 0,95| < 0,02\right) \geqslant 1 - \frac{118,75}{n}$$

3. (b) L'événement I correspond à l'événement $(0,93 < F_n < 0,97)$.
D'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, pour tout $\delta > 0$:

$$P\left(|F_n - E(F_n)| \geqslant \delta\right) \leqslant \frac{V(F_n)}{\delta^2}$$

Soit, en prenant $\delta = 0,02$:

$$P\left(|F_n - 0,95| \geqslant 0,02\right) \leqslant \frac{\frac{0,0475}{n}}{0,02^2}$$

D'où :

$$P\left(|F_n - 0,95| \geqslant 0,02\right) \leqslant \frac{118,75}{n}$$

Puis, en passant à l'événement contraire :

$$P\left(|F_n - 0,95| < 0,02\right) \geqslant 1 - \frac{118,75}{n}$$

C'est-à-dire :

$$P\left(0,93 < F_n < 0,97\right) \geqslant 1 - \frac{118,75}{n}$$

Il suffit alors de déterminer un entier n tel que $1 - \dfrac{118,75}{n} \geqslant 0,96$:

Il suffit alors de déterminer un entier n tel que $1 - \dfrac{118,75}{n} \geqslant 0,96$:

$$1 - \frac{118,75}{n} \geqslant 0,96 \Longleftrightarrow$$

Il suffit alors de déterminer un entier n tel que $1 - \dfrac{118,75}{n} \geqslant 0,96$:

$$1 - \frac{118,75}{n} \geqslant 0,96 \Longleftrightarrow \frac{118,75}{n} \leqslant 0,04$$

Il suffit alors de déterminer un entier n tel que $1 - \dfrac{118,75}{n} \geqslant 0,96$:

$$\begin{aligned} 1 - \frac{118,75}{n} \geqslant 0,96 &\iff \frac{118,75}{n} \leqslant 0,04 \\ &\iff \frac{n}{118,75} \geqslant \frac{1}{0,04} \end{aligned}$$

Il suffit alors de déterminer un entier n tel que $1 - \dfrac{118,75}{n} \geqslant 0,96$:

$$\begin{aligned} 1 - \frac{118,75}{n} \geqslant 0,96 &\Longleftrightarrow \frac{118,75}{n} \leqslant 0,04 \\ &\Longleftrightarrow \frac{n}{118,75} \geqslant \frac{1}{0,04} \\ &\Longleftrightarrow n \geqslant 25 \times 118,75 \end{aligned}$$

Il suffit alors de déterminer un entier n tel que $1 - \dfrac{118,75}{n} \geqslant 0,96$:

$$\begin{aligned}
1 - \frac{118,75}{n} \geqslant 0,96 &\iff \frac{118,75}{n} \leqslant 0,04 \\
&\iff \frac{n}{118,75} \geqslant \frac{1}{0,04} \\
&\iff n \geqslant 25 \times 118,75 \\
&\iff n \geqslant 2\,968{,}75
\end{aligned}$$

Il suffit alors de déterminer un entier n tel que $1 - \dfrac{118,75}{n} \geqslant 0,96$:

$$\begin{aligned}
1 - \frac{118,75}{n} \geqslant 0,96 &\iff \frac{118,75}{n} \leqslant 0,04 \\
&\iff \frac{n}{118,75} \geqslant \frac{1}{0,04} \\
&\iff n \geqslant 25 \times 118,75 \\
&\iff n \geqslant 2\,968{,}75
\end{aligned}$$

La probabilité de l'événement I est supérieure ou égale à $0,96$ à partir de :

Il suffit alors de déterminer un entier n tel que $1 - \dfrac{118,75}{n} \geqslant 0,96$:

$$\begin{aligned} 1 - \frac{118,75}{n} \geqslant 0,96 &\iff \frac{118,75}{n} \leqslant 0,04 \\ &\iff \frac{n}{118,75} \geqslant \frac{1}{0,04} \\ &\iff n \geqslant 25 \times 118,75 \\ &\iff n \geqslant 2\,968{,}75 \end{aligned}$$

La probabilité de l'événement I est supérieure ou égale à $0,96$ à partir de :

$$\boxed{n = 2\,969}$$

Il suffit alors de déterminer un entier n tel que $1 - \dfrac{118,75}{n} \geqslant 0,96$:

$$\begin{aligned} 1 - \frac{118,75}{n} \geqslant 0,96 &\Longleftrightarrow \frac{118,75}{n} \leqslant 0,04 \\ &\Longleftrightarrow \frac{n}{118,75} \geqslant \frac{1}{0,04} \\ &\Longleftrightarrow n \geqslant 25 \times 118,75 \\ &\Longleftrightarrow n \geqslant 2\,968{,}75 \end{aligned}$$

La probabilité de l'événement I est supérieure ou égale à $0,96$ à partir de :

$$\boxed{n = 2\,969}$$

Il s'agit ici d'une condition suffisante, une valeur de n plus petite peut sans doute convenir.

Exercice 3 - Partie A

1. On a $u_2 =$

1. On a $u_2 = 2 + 0,8 \times u_1$

Exercice 3 - Partie A

1. On a $u_2 = 2 + 0,8 \times u_1 = 2 + 0,8 \times 2$

Exercice 3 - Partie A

1. On a $u_2 = 2 + 0,8 \times u_1 = 2 + 0,8 \times 2 = 3,6$,

1. On a $u_2 = 2 + 0,8 \times u_1 = 2 + 0,8 \times 2 = 3,6$, soit :

$$\boxed{u_2 = 3,6}$$

2. Montrons par que, pour tout $n \geqslant 1$, $u_n = 10 - 8 \times 0,8^{n-1}$.

2. Montrons par que, pour tout $n \geqslant 1$, $u_n = 10 - 8 \times 0,8^{n-1}$.

- **Initialisation :**

2. Montrons par que, pour tout $n \geqslant 1$, $u_n = 10 - 8 \times 0,8^{n-1}$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 1$, on a d'une part $u_1 = 2$

2. Montrons par que, pour tout $n \geqslant 1$, $u_n = 10 - 8 \times 0,8^{n-1}$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 1$, on a d'une part $u_1 = 2$ et d'autre part $10 - 8 \times 0,8^{1-1} = 10 - 8 = 2$.

2. Montrons par que, pour tout $n \geqslant 1$, $u_n = 10 - 8 \times 0,8^{n-1}$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 1$, on a d'une part $u_1 = 2$ et d'autre part $10 - 8 \times 0,8^{1-1} = 10 - 8 = 2$. On a donc bien $u_1 = 10 - 8 \times 0,8^{1-1}$.

2. Montrons par que, pour tout $n \geqslant 1$, $u_n = 10 - 8 \times 0,8^{n-1}$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 1$, on a d'une part $u_1 = 2$ et d'autre part $10 - 8 \times 0,8^{1-1} = 10 - 8 = 2$. On a donc bien $u_1 = 10 - 8 \times 0,8^{1-1}$.
  La propriété est vraie au rang $n = 1$.

2. Montrons par que, pour tout $n \geqslant 1$, $u_n = 10 - 8 \times 0,8^{n-1}$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 1$, on a d'une part $u_1 = 2$ et d'autre part $10 - 8 \times 0,8^{1-1} = 10 - 8 = 2$. On a donc bien $u_1 = 10 - 8 \times 0,8^{1-1}$.
  La propriété est vraie au rang $n = 1$.
- **Hérédité :**

2. Montrons par que, pour tout $n \geqslant 1$, $u_n = 10 - 8 \times 0,8^{n-1}$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 1$, on a d'une part $u_1 = 2$ et d'autre part
  $10 - 8 \times 0,8^{1-1} = 10 - 8 = 2$. On a donc bien $u_1 = 10 - 8 \times 0,8^{1-1}$.
  La propriété est vraie au rang $n = 1$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \geqslant 1$,

2. Montrons par que, pour tout $n \geqslant 1$, $u_n = 10 - 8 \times 0,8^{n-1}$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 1$, on a d'une part $u_1 = 2$ et d'autre part $10 - 8 \times 0,8^{1-1} = 10 - 8 = 2$. On a donc bien $u_1 = 10 - 8 \times 0,8^{1-1}$.
  La propriété est vraie au rang $n = 1$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \geqslant 1$, c'est-à-dire que $u_n = 10 - 8 \times 0,8^{n-1}$.

2. Montrons par que, pour tout $n \geqslant 1$, $u_n = 10 - 8 \times 0,8^{n-1}$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 1$, on a d'une part $u_1 = 2$ et d'autre part $10 - 8 \times 0,8^{1-1} = 10 - 8 = 2$. On a donc bien $u_1 = 10 - 8 \times 0,8^{1-1}$.
  La propriété est vraie au rang $n = 1$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \geqslant 1$, c'est-à-dire que $u_n = 10 - 8 \times 0,8^{n-1}$. On a alors :

$$u_{n+1} =$$

2. Montrons par que, pour tout $n \geqslant 1$, $u_n = 10 - 8 \times 0,8^{n-1}$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 1$, on a d'une part $u_1 = 2$ et d'autre part $10 - 8 \times 0,8^{1-1} = 10 - 8 = 2$. On a donc bien $u_1 = 10 - 8 \times 0,8^{1-1}$.
  La propriété est vraie au rang $n = 1$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \geqslant 1$, c'est-à-dire que $u_n = 10 - 8 \times 0,8^{n-1}$. On a alors :

$$u_{n+1} = 2 + 0,8u_n$$

2. Montrons par que, pour tout $n \geqslant 1$, $u_n = 10 - 8 \times 0,8^{n-1}$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 1$, on a d'une part $u_1 = 2$ et d'autre part $10 - 8 \times 0,8^{1-1} = 10 - 8 = 2$. On a donc bien $u_1 = 10 - 8 \times 0,8^{1-1}$.
  La propriété est vraie au rang $n = 1$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \geqslant 1$, c'est-à-dire que $u_n = 10 - 8 \times 0,8^{n-1}$. On a alors :

$$\begin{aligned} u_{n+1} &= 2 + 0,8u_n \\ &= 2 + 0,8(10 - 8 \times 0,8^{n-1}) \quad \textit{(hypothèse de récurrence)} \end{aligned}$$

2. Montrons par que, pour tout $n \geqslant 1$, $u_n = 10 - 8 \times 0,8^{n-1}$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 1$, on a d'une part $u_1 = 2$ et d'autre part $10 - 8 \times 0,8^{1-1} = 10 - 8 = 2$. On a donc bien $u_1 = 10 - 8 \times 0,8^{1-1}$.
  La propriété est vraie au rang $n = 1$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \geqslant 1$, c'est-à-dire que $u_n = 10 - 8 \times 0,8^{n-1}$. On a alors :

$$\begin{aligned} u_{n+1} &= 2 + 0,8u_n \\ &= 2 + 0,8(10 - 8 \times 0,8^{n-1}) \quad \textit{(hypothèse de récurrence)} \\ &= 2 + 0,8 \times 10 - 0,8 \times 8 \times 0,8^{n-1} \end{aligned}$$

2. Montrons par que, pour tout $n \geqslant 1$, $u_n = 10 - 8 \times 0,8^{n-1}$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 1$, on a d'une part $u_1 = 2$ et d'autre part $10 - 8 \times 0,8^{1-1} = 10 - 8 = 2$. On a donc bien $u_1 = 10 - 8 \times 0,8^{1-1}$.
  La propriété est vraie au rang $n = 1$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \geqslant 1$, c'est-à-dire que $u_n = 10 - 8 \times 0,8^{n-1}$. On a alors :

$$\begin{aligned} u_{n+1} &= 2 + 0,8u_n \\ &= 2 + 0,8(10 - 8 \times 0,8^{n-1}) \quad \textit{(hypothèse de récurrence)} \\ &= 2 + 0,8 \times 10 - 0,8 \times 8 \times 0,8^{n-1} \\ &= 2 + 8 - 8 \times 0,8 \times 0,8^{n-1} \end{aligned}$$

2. Montrons par que, pour tout $n \geqslant 1$, $u_n = 10 - 8 \times 0,8^{n-1}$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 1$, on a d'une part $u_1 = 2$ et d'autre part $10 - 8 \times 0,8^{1-1} = 10 - 8 = 2$. On a donc bien $u_1 = 10 - 8 \times 0,8^{1-1}$.
  La propriété est vraie au rang $n = 1$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \geqslant 1$, c'est-à-dire que $u_n = 10 - 8 \times 0,8^{n-1}$. On a alors :

$$\begin{aligned} u_{n+1} &= 2 + 0,8u_n \\ &= 2 + 0,8(10 - 8 \times 0,8^{n-1}) \quad \textit{(hypothèse de récurrence)} \\ &= 2 + 0,8 \times 10 - 0,8 \times 8 \times 0,8^{n-1} \\ &= 2 + 8 - 8 \times 0,8 \times 0,8^{n-1} \\ &= 10 - 8 \times 0,8^{n} \end{aligned}$$

2. Montrons par que, pour tout $n \geqslant 1$, $u_n = 10 - 8 \times 0,8^{n-1}$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 1$, on a d'une part $u_1 = 2$ et d'autre part $10 - 8 \times 0,8^{1-1} = 10 - 8 = 2$. On a donc bien $u_1 = 10 - 8 \times 0,8^{1-1}$.
  La propriété est vraie au rang $n = 1$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \geqslant 1$, c'est-à-dire que $u_n = 10 - 8 \times 0,8^{n-1}$. On a alors :

$$\begin{aligned}
u_{n+1} &= 2 + 0,8u_n \\
&= 2 + 0,8(10 - 8 \times 0,8^{n-1}) \quad \textit{(hypothèse de récurrence)} \\
&= 2 + 0,8 \times 10 - 0,8 \times 8 \times 0,8^{n-1} \\
&= 2 + 8 - 8 \times 0,8 \times 0,8^{n-1} \\
&= 10 - 8 \times 0,8^{n}
\end{aligned}$$

  La propriété est donc vraie au rang $n + 1$.

2. Montrons par que, pour tout $n \geqslant 1$, $u_n = 10 - 8 \times 0,8^{n-1}$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 1$, on a d'une part $u_1 = 2$ et d'autre part $10 - 8 \times 0,8^{1-1} = 10 - 8 = 2$. On a donc bien $u_1 = 10 - 8 \times 0,8^{1-1}$.
  La propriété est vraie au rang $n = 1$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \geqslant 1$, c'est-à-dire que $u_n = 10 - 8 \times 0,8^{n-1}$. On a alors :

$$\begin{aligned} u_{n+1} &= 2 + 0,8u_n \\ &= 2 + 0,8(10 - 8 \times 0,8^{n-1}) \quad \textit{(hypothèse de récurrence)} \\ &= 2 + 0,8 \times 10 - 0,8 \times 8 \times 0,8^{n-1} \\ &= 2 + 8 - 8 \times 0,8 \times 0,8^{n-1} \\ &= 10 - 8 \times 0,8^{n} \end{aligned}$$

  La propriété est donc vraie au rang $n + 1$.
- **Conclusion :**

2. Montrons par que, pour tout $n \geqslant 1$, $u_n = 10 - 8 \times 0,8^{n-1}$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 1$, on a d'une part $u_1 = 2$ et d'autre part $10 - 8 \times 0,8^{1-1} = 10 - 8 = 2$. On a donc bien $u_1 = 10 - 8 \times 0,8^{1-1}$.
  La propriété est vraie au rang $n = 1$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \geqslant 1$, c'est-à-dire que $u_n = 10 - 8 \times 0,8^{n-1}$. On a alors :

$$\begin{aligned}
u_{n+1} &= 2 + 0,8u_n \\
&= 2 + 0,8(10 - 8 \times 0,8^{n-1}) \quad \textit{(hypothèse de récurrence)} \\
&= 2 + 0,8 \times 10 - 0,8 \times 8 \times 0,8^{n-1} \\
&= 2 + 8 - 8 \times 0,8 \times 0,8^{n-1} \\
&= 10 - 8 \times 0,8^{n}
\end{aligned}$$

  La propriété est donc vraie au rang $n + 1$.
- **Conclusion :**
  La propriété est vraie pour $n = 1$ et elle est héréditaire,

2. Montrons par que, pour tout $n \geqslant 1$, $u_n = 10 - 8 \times 0,8^{n-1}$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 1$, on a d'une part $u_1 = 2$ et d'autre part $10 - 8 \times 0,8^{1-1} = 10 - 8 = 2$. On a donc bien $u_1 = 10 - 8 \times 0,8^{1-1}$.
  La propriété est vraie au rang $n = 1$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \geqslant 1$, c'est-à-dire que $u_n = 10 - 8 \times 0,8^{n-1}$. On a alors :

$$\begin{aligned}
u_{n+1} &= 2 + 0,8u_n \\
&= 2 + 0,8(10 - 8 \times 0,8^{n-1}) \quad \textit{(hypothèse de récurrence)} \\
&= 2 + 0,8 \times 10 - 0,8 \times 8 \times 0,8^{n-1} \\
&= 2 + 8 - 8 \times 0,8 \times 0,8^{n-1} \\
&= 10 - 8 \times 0,8^{n}
\end{aligned}$$

  La propriété est donc vraie au rang $n + 1$.
- **Conclusion :**
  La propriété est vraie pour $n = 1$ et elle est héréditaire, elle est donc vraie pour tout $n \geqslant 1$.

3. On a $\lim_{n \to +\infty} \left(0,8^{n-1}\right) = 0$

3. On a $\lim\limits_{n \to +\infty} \left(0,8^{n-1}\right) = 0$ car $-1 < 0,8 < 1$

3. On a $\lim\limits_{n \to +\infty} \left(0,8^{n-1}\right) = 0$ car $-1 < 0,8 < 1$ donc :

$$\boxed{\lim_{n \to +\infty} u_n = 10}$$

4. On sait que, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $u_n = 10 - 8 \times 0,8^{n-1}$.

4. On sait que, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $u_n = 10 - 8 \times 0,8^{n-1}$. Or $8 \times 0,8^{n-1} > 0$

4. On sait que, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $u_n = 10 - 8 \times 0,8^{n-1}$. Or $8 \times 0,8^{n-1} > 0$ donc $u_n < 10$.

4. On sait que, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $u_n = 10 - 8 \times 0,8^{n-1}$. Or $8 \times 0,8^{n-1} > 0$ donc $u_n < 10$. Tous les termes de la suite (u_n) étant strictement plus petit que 10 :

4. On sait que, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $u_n = 10 - 8 \times 0,8^{n-1}$. Or $8 \times 0,8^{n-1} > 0$ donc $u_n < 10$. Tous les termes de la suite (u_n) étant strictement plus petit que 10 :

$$\boxed{\text{L'inéquation } u_N \geqslant 10 \text{ n'admet aucune solution}}$$

4. On sait que, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $u_n = 10 - 8 \times 0,8^{n-1}$. Or $8 \times 0,8^{n-1} > 0$ donc $u_n < 10$. Tous les termes de la suite (u_n) étant strictement plus petit que 10 :

$$\boxed{\text{L'inéquation } u_N \geqslant 10 \text{ n'admet aucune solution}}$$

Cela signifie que la quantité de médicament présente dans l'organisme ne dépasse jamais 10 mL.

5. Il s'agit de résoudre l'inéquation $u_n \geqslant 9$:

5. Il s'agit de résoudre l'inéquation $u_n \geqslant 9$:

$$u_n \geqslant 9 \Longleftrightarrow$$

5. Il s'agit de résoudre l'inéquation $u_n \geqslant 9$:

$$u_n \geqslant 9 \Longleftrightarrow 10 - 8 \times 0,8^{n-1} \geqslant 9$$

5. Il s'agit de résoudre l'inéquation $u_n \geqslant 9$:

$$\begin{aligned} u_n \geqslant 9 &\Longleftrightarrow 10 - 8 \times 0,8^{n-1} \geqslant 9 \\ &\Longleftrightarrow 8 \times 0,8^{n-1} \leqslant 1 \end{aligned}$$

5. Il s'agit de résoudre l'inéquation $u_n \geqslant 9$:

$$\begin{aligned} u_n \geqslant 9 &\iff 10 - 8 \times 0,8^{n-1} \geqslant 9 \\ &\iff 8 \times 0,8^{n-1} \leqslant 1 \\ &\iff 0,8^{n-1} \leqslant 0,125 \end{aligned}$$

5. Il s'agit de résoudre l'inéquation $u_n \geqslant 9$:

$$\begin{aligned} u_n \geqslant 9 &\iff 10 - 8 \times 0,8^{n-1} \geqslant 9 \\ &\iff 8 \times 0,8^{n-1} \leqslant 1 \\ &\iff 0,8^{n-1} \leqslant 0,125 \\ &\iff \ln\left(0,8^{n-1}\right) \leqslant \ln(0,125) \end{aligned}$$

5. Il s'agit de résoudre l'inéquation $u_n \geqslant 9$:

$$\begin{aligned}
u_n \geqslant 9 &\iff 10 - 8 \times 0,8^{n-1} \geqslant 9 \\
&\iff 8 \times 0,8^{n-1} \leqslant 1 \\
&\iff 0,8^{n-1} \leqslant 0,125 \\
&\iff \ln\left(0,8^{n-1}\right) \leqslant \ln(0,125) \\
&\iff (n-1)\ln(0,8) \leqslant \ln(0,125)
\end{aligned}$$

5. Il s'agit de résoudre l'inéquation $u_n \geqslant 9$:

$$\begin{aligned} u_n \geqslant 9 &\iff 10 - 8 \times 0,8^{n-1} \geqslant 9 \\ &\iff 8 \times 0,8^{n-1} \leqslant 1 \\ &\iff 0,8^{n-1} \leqslant 0,125 \\ &\iff \ln\left(0,8^{n-1}\right) \leqslant \ln(0,125) \\ &\iff (n-1)\ln(0,8) \leqslant \ln(0,125) \\ &\iff (n-1) \geqslant \frac{\ln(0,125)}{\ln(0,8)} \quad \textit{(car } \ln(0,8) < 0\textit{)} \end{aligned}$$

5. Il s'agit de résoudre l'inéquation $u_n \geqslant 9$:

$$\begin{aligned}
u_n \geqslant 9 &\iff 10 - 8 \times 0,8^{n-1} \geqslant 9 \\
&\iff 8 \times 0,8^{n-1} \leqslant 1 \\
&\iff 0,8^{n-1} \leqslant 0,125 \\
&\iff \ln\left(0,8^{n-1}\right) \leqslant \ln(0,125) \\
&\iff (n-1)\ln(0,8) \leqslant \ln(0,125) \\
&\iff (n-1) \geqslant \frac{\ln(0,125)}{\ln(0,8)} \quad \textit{(car } \ln(0,8) < 0\textit{)} \\
&\iff n \geqslant \frac{\ln(0,125)}{\ln(0,8)} + 1
\end{aligned}$$

5. Il s'agit de résoudre l'inéquation $u_n \geqslant 9$:

$$\begin{aligned}
u_n \geqslant 9 &\iff 10 - 8 \times 0,8^{n-1} \geqslant 9 \\
&\iff 8 \times 0,8^{n-1} \leqslant 1 \\
&\iff 0,8^{n-1} \leqslant 0,125 \\
&\iff \ln\left(0,8^{n-1}\right) \leqslant \ln(0,125) \\
&\iff (n-1)\ln(0,8) \leqslant \ln(0,125) \\
&\iff (n-1) \geqslant \frac{\ln(0,125)}{\ln(0,8)} \quad \textit{(car } \ln(0,8) < 0\textit{)} \\
&\iff n \geqslant \frac{\ln(0,125)}{\ln(0,8)} + 1
\end{aligned}$$

Or $\dfrac{\ln(0,125)}{\ln(0,8)} + 1 \approx 10,3$

5. Il s'agit de résoudre l'inéquation $u_n \geqslant 9$:

$$\begin{aligned}
u_n \geqslant 9 &\iff 10 - 8 \times 0,8^{n-1} \geqslant 9 \\
&\iff 8 \times 0,8^{n-1} \leqslant 1 \\
&\iff 0,8^{n-1} \leqslant 0,125 \\
&\iff \ln\left(0,8^{n-1}\right) \leqslant \ln(0,125) \\
&\iff (n-1)\ln(0,8) \leqslant \ln(0,125) \\
&\iff (n-1) \geqslant \frac{\ln(0,125)}{\ln(0,8)} \quad \textit{(car } \ln(0,8) < 0\textit{)} \\
&\iff n \geqslant \frac{\ln(0,125)}{\ln(0,8)} + 1
\end{aligned}$$

Or $\frac{\ln(0,125)}{\ln(0,8)} + 1 \approx 10,3$ donc le nombre de prises nécessaires afin que la quantité de médicament présente dans l'organisme soit strictement supérieure à 9 mL est :

5. Il s'agit de résoudre l'inéquation $u_n \geqslant 9$:

$$\begin{aligned}
u_n \geqslant 9 &\Longleftrightarrow 10 - 8 \times 0,8^{n-1} \geqslant 9 \\
&\Longleftrightarrow 8 \times 0,8^{n-1} \leqslant 1 \\
&\Longleftrightarrow 0,8^{n-1} \leqslant 0,125 \\
&\Longleftrightarrow \ln\left(0,8^{n-1}\right) \leqslant \ln(0,125) \\
&\Longleftrightarrow (n-1)\ln(0,8) \leqslant \ln(0,125) \\
&\Longleftrightarrow (n-1) \geqslant \frac{\ln(0,125)}{\ln(0,8)} \quad \textit{(car } \ln(0,8) < 0\textit{)} \\
&\Longleftrightarrow n \geqslant \frac{\ln(0,125)}{\ln(0,8)} + 1
\end{aligned}$$

Or $\dfrac{\ln(0,125)}{\ln(0,8)} + 1 \approx 10,3$ donc le nombre de prises nécessaires afin que la quantité de médicament présente dans l'organisme soit strictement supérieure à 9 mL est :

$$\boxed{n = 11}$$

Partie B

1. On a :

$$S_2 =$$

Partie B

1. On a :

$$S_2 = \frac{u_1 + u_2}{2}$$

Partie B

1. On a :

$$S_2 = \frac{u_1 + u_2}{2} = \frac{2 + 3,6}{2}$$

Partie B

1. On a :

$$S_2 = \frac{u_1 + u_2}{2} = \frac{2 + 3,6}{2} = 2,8$$

Partie B

1. On a :

$$S_2 = \frac{u_1 + u_2}{2} = \frac{2 + 3,6}{2} = 2,8$$

Soit :

$$\boxed{S_2 = 2,8}$$

2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\sum_{k=1}^{n} u_k =$$

2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\sum_{k=1}^{n} u_k = \sum_{k=1}^{n} \left(10 - 8 \times 0,8^{n-1}\right)$$

2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{n} u_k &= \sum_{k=1}^{n} \left(10 - 8 \times 0,8^{n-1}\right) \\ &= \sum_{k=1}^{n} 10 - 8 \sum_{k=1}^{n} 0,8^{n-1}\end{aligned}$$

2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{n} u_k &= \sum_{k=1}^{n} \left(10 - 8 \times 0,8^{n-1}\right) \\ &= \sum_{k=1}^{n} 10 - 8 \sum_{k=1}^{n} 0,8^{n-1} \\ &= 10n - 8 \times \frac{1 - 0,8^{n}}{1 - 0,8}\end{aligned}$$

2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned}
\sum_{k=1}^{n} u_k &= \sum_{k=1}^{n} \left(10 - 8 \times 0,8^{n-1}\right) \\
&= \sum_{k=1}^{n} 10 - 8 \sum_{k=1}^{n} 0,8^{n-1} \\
&= 10n - 8 \times \frac{1 - 0,8^n}{1 - 0,8} \\
&= 10n - 8 \times \frac{1 - 0,8^n}{0,2}
\end{aligned}$$

2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{n} u_k &= \sum_{k=1}^{n} \left(10 - 8 \times 0,8^{n-1}\right) \\ &= \sum_{k=1}^{n} 10 - 8 \sum_{k=1}^{n} 0,8^{n-1} \\ &= 10n - 8 \times \frac{1 - 0,8^n}{1 - 0,8} \\ &= 10n - 8 \times \frac{1 - 0,8^n}{0,2} \\ &= 10n - 8 \times 5 \times \left(1 - 0,8^n\right)\end{aligned}$$

2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned}
\sum_{k=1}^{n} u_k &= \sum_{k=1}^{n} \left(10 - 8 \times 0,8^{n-1}\right) \\
&= \sum_{k=1}^{n} 10 - 8 \sum_{k=1}^{n} 0,8^{n-1} \\
&= 10n - 8 \times \frac{1 - 0,8^n}{1 - 0,8} \\
&= 10n - 8 \times \frac{1 - 0,8^n}{0,2} \\
&= 10n - 8 \times 5 \times \left(1 - 0,8^n\right) \\
&= 10n - 40 + 40 \times 0,8^n
\end{aligned}$$

2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned}
\sum_{k=1}^{n} u_k &= \sum_{k=1}^{n} \left(10 - 8 \times 0,8^{n-1}\right) \\
&= \sum_{k=1}^{n} 10 - 8 \sum_{k=1}^{n} 0,8^{n-1} \\
&= 10n - 8 \times \frac{1 - 0,8^n}{1 - 0,8} \\
&= 10n - 8 \times \frac{1 - 0,8^n}{0,2} \\
&= 10n - 8 \times 5 \times (1 - 0,8^n) \\
&= 10n - 40 + 40 \times 0,8^n
\end{aligned}$$

Soit, pour tout entier naturel n strictement positif :

2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned}
\sum_{k=1}^{n} u_k &= \sum_{k=1}^{n} \left(10 - 8 \times 0,8^{n-1}\right) \\
&= \sum_{k=1}^{n} 10 - 8 \sum_{k=1}^{n} 0,8^{n-1} \\
&= 10n - 8 \times \frac{1 - 0,8^n}{1 - 0,8} \\
&= 10n - 8 \times \frac{1 - 0,8^n}{0,2} \\
&= 10n - 8 \times 5 \times (1 - 0,8^n) \\
&= 10n - 40 + 40 \times 0,8^n
\end{aligned}$$

Soit, pour tout entier naturel n strictement positif :

$$\boxed{u_1 + u_2 + \cdots + u_n = 10n - 40 + 40 \times 0,8^n}$$

3. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a :

3. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a :

$$S_n =$$

3. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a :

$$S_n = \frac{10n - 40 + 40 \times 0,8^n}{n}$$

3. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a :

$$S_n = \frac{10n - 40 + 40 \times 0,8^n}{n} = 10 - \frac{40}{n} + \frac{40 \times 0,8^n}{n}$$

3. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a :

$$S_n = \frac{10n - 40 + 40 \times 0,8^n}{n} = 10 - \frac{40}{n} + \frac{40 \times 0,8^n}{n}$$

On en déduit :

$$\boxed{\lim_{n \to +\infty} S_n = 10}$$

3. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a :

$$S_n = \frac{10n - 40 + 40 \times 0,8^n}{n} = 10 - \frac{40}{n} + \frac{40 \times 0,8^n}{n}$$

On en déduit :

$$\boxed{\lim_{n \to +\infty} S_n = 10} \quad \text{car} \quad \begin{cases} \displaystyle\lim_{n \to +\infty} \frac{40}{n} = 0 \\ \displaystyle\lim_{n \to +\infty} \frac{40 \times 0,8^n}{n} = 0 \end{cases}$$

4. La valeur renvoyée par la saisie `mystere(9)` est :

4. La valeur renvoyée par la saisie `mystere(9)` est :

$$\boxed{\text{La plus petite valeur de } n \text{ tel que } S_n \geqslant 10}$$

5. On a :

$$S_{10} =$$

5. On a :

$$S_{10} = 10 - \frac{40}{10} + \frac{40 \times 0,8^{10}}{10}$$

5. On a :

$$S_{10} = 10 - \frac{40}{10} + \frac{40 \times 0,8^{10}}{10} = 6 + 4 \times 0,8^{10}$$

5. On a :

$$S_{10} = 10 - \frac{40}{10} + \frac{40 \times 0,8^{10}}{10} = 6 + 4 \times 0,8^{10} \approx 6,4$$

5. On a :

$$S_{10} = 10 - \frac{40}{10} + \frac{40 \times 0,8^{10}}{10} = 6 + 4 \times 0,8^{10} \approx 6,4$$

S_{10} étant strictement inférieur à 9,

5. On a :

$$S_{10} = 10 - \frac{40}{10} + \frac{40 \times 0,8^{10}}{10} = 6 + 4 \times 0,8^{10} \approx 6,4$$

S_{10} étant strictement inférieur à 9, la valeur renvoyée est strictement supérieure à 10.

Exercice 4

1. (a) La fonction g est de la forme e^u où u est la fonction racine carrée.

1. (a) La fonction g est de la forme e^u où u est la fonction racine carrée.
La fonction g est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ comme composée de fonctions dérivables

Exercice 4

1. (a) La fonction g est de la forme e^u où u est la fonction racine carrée.
   La fonction g est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ comme composée de fonctions dérivables et, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$:

Exercice 4

1. (a) La fonction g est de la forme e^{u} où u est la fonction racine carrée. La fonction g est dérivable sur $]0\,; +\infty[$ comme composée de fonctions dérivables et, pour tout $x \in]0\,; +\infty[$:

$$g'(x) = u'(x)\mathrm{e}^{u(x)}$$

Exercice 4

1. (a) La fonction g est de la forme e^u où u est la fonction racine carrée. La fonction g est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ comme composée de fonctions dérivables et, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$:

$$g'(x) = u'(x)\mathrm{e}^{u(x)}$$

Or $u(x) = \sqrt{x}$

Exercice 4

1. (a) La fonction g est de la forme e^u où u est la fonction racine carrée.
La fonction g est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ comme composée de fonctions dérivables et, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$:

$$g'(x) = u'(x)\mathrm{e}^{u(x)}$$

Or $u(x) = \sqrt{x}$ donc $u'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

Exercice 4

1. (a) La fonction g est de la forme e^u où u est la fonction racine carrée. La fonction g est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ comme composée de fonctions dérivables et, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$:

$$g'(x) = u'(x)\mathrm{e}^{u(x)}$$

Or $u(x) = \sqrt{x}$ donc $u'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$ et donc

$g'(x) =$

Exercice 4

1. (a) La fonction g est de la forme e^u où u est la fonction racine carrée. La fonction g est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ comme composée de fonctions dérivables et, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$:

$$g'(x) = u'(x)\mathrm{e}^{u(x)}$$

Or $u(x) = \sqrt{x}$ donc $u'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$ et donc

$g'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}\mathrm{e}^{\sqrt{x}}$

Exercice 4

1. (a) La fonction g est de la forme e^u où u est la fonction racine carrée. La fonction g est dérivable sur $]0\,; +\infty[$ comme composée de fonctions dérivables et, pour tout $x \in]0\,; +\infty[$:

$$g'(x) = u'(x)\mathrm{e}^{u(x)}$$

Or $u(x) = \sqrt{x}$ donc $u'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$ et donc

$$g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}\mathrm{e}^{\sqrt{x}} = \frac{\mathrm{e}^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}},$$

Exercice 4

1. (a) La fonction g est de la forme e^u où u est la fonction racine carrée. La fonction g est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ comme composée de fonctions dérivables et, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$:

$$g'(x) = u'(x)\mathrm{e}^{u(x)}$$

Or $u(x) = \sqrt{x}$ donc $u'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$ et donc

$g'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}\mathrm{e}^{\sqrt{x}} = \dfrac{\mathrm{e}^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}$, soit :

$$\boxed{g'(x) = f(x)}$$

1. (b) La fonction f est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ comme quotient de fonctions dérivables

1. (b) La fonction f est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ comme quotient de fonctions dérivables et, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$:

1. (b) La fonction f est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ comme quotient de fonctions dérivables et, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$:

$$f'(x) =$$

1. (b) La fonction f est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ comme quotient de fonctions dérivables et, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$:

$$f'(x) = \frac{\dfrac{\mathrm{e}^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}} \times 2\sqrt{x} - \mathrm{e}^{\sqrt{x}} \times \dfrac{1}{\sqrt{x}}}{\left(2\sqrt{x}\right)^2}$$

1. (b) La fonction f est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ comme quotient de fonctions dérivables et, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{\dfrac{\mathrm{e}^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}} \times 2\sqrt{x} - \mathrm{e}^{\sqrt{x}} \times \dfrac{1}{\sqrt{x}}}{\left(2\sqrt{x}\right)^2} \\ &= \frac{\dfrac{\sqrt{x}\mathrm{e}^{\sqrt{x}} - \mathrm{e}^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}}{4x} \end{aligned}$$

1. (b) La fonction f est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ comme quotient de fonctions dérivables et, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$:

$$f'(x) = \frac{\dfrac{\mathrm{e}^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}} \times 2\sqrt{x} - \mathrm{e}^{\sqrt{x}} \times \dfrac{1}{\sqrt{x}}}{\left(2\sqrt{x}\right)^2}$$

$$= \frac{\dfrac{\sqrt{x}\mathrm{e}^{\sqrt{x}} - \mathrm{e}^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}}{4x}$$

$$= \frac{\mathrm{e}^{\sqrt{x}}(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}} \times \frac{1}{4x}$$

1. (b) La fonction f est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ comme quotient de fonctions dérivables et, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$:

$$f'(x) = \frac{\dfrac{\mathrm{e}^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}} \times 2\sqrt{x} - \mathrm{e}^{\sqrt{x}} \times \dfrac{1}{\sqrt{x}}}{\left(2\sqrt{x}\right)^2}$$

$$= \frac{\dfrac{\sqrt{x}\mathrm{e}^{\sqrt{x}} - \mathrm{e}^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}}{4x}$$

$$= \frac{\mathrm{e}^{\sqrt{x}}(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}} \times \frac{1}{4x}$$

$$= \frac{\mathrm{e}^{\sqrt{x}}(\sqrt{x}-1)}{4x\sqrt{x}}$$

1. (b) La fonction f est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ comme quotient de fonctions dérivables et, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$:

$$
\begin{aligned}
f'(x) &= \frac{\dfrac{\mathrm{e}^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}} \times 2\sqrt{x} - \mathrm{e}^{\sqrt{x}} \times \dfrac{1}{\sqrt{x}}}{\left(2\sqrt{x}\right)^2} \\
&= \frac{\dfrac{\sqrt{x}\mathrm{e}^{\sqrt{x}} - \mathrm{e}^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}}{4x} \\
&= \frac{\mathrm{e}^{\sqrt{x}}\left(\sqrt{x}-1\right)}{\sqrt{x}} \times \frac{1}{4x} \\
&= \frac{\mathrm{e}^{\sqrt{x}}\left(\sqrt{x}-1\right)}{4x\sqrt{x}}
\end{aligned}
$$

Soit :

$$\boxed{f'(x) = \frac{\mathrm{e}^{\sqrt{x}}\left(\sqrt{x}-1\right)}{4x\sqrt{x}}}$$

2. (a) On a :

$$\boxed{\lim_{x \to 0} f(x) = +\infty}$$

2. (a) On a :

$$\boxed{\lim_{x \to 0} f(x) = +\infty} \quad \text{car} \quad \begin{cases} \lim_{x \to 0} \mathrm{e}^{\sqrt{x}} = 1 \\ \lim_{x \to 0} 2\sqrt{x} = 0^{+} \end{cases}$$

2. (b) On en déduit que :

2. (b) On en déduit que :

$$\boxed{\mathscr{C}_f \text{ admet une asymptote verticale d'équation } x = 0}$$

3. (a) Pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, $f(x) = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{\mathrm{e}^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}$.

3. (a) Pour tout $x \in]0\,; +\infty[$, $f(x) = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{\mathrm{e}^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}$. On en déduit :

$$\boxed{\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty}$$

3. (a) Pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, $f(x) = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}$. On en déduit :

$$\boxed{\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty} \quad \text{car} \quad \begin{cases} \lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt{x} = +\infty \\ \lim\limits_{X \to +\infty} \dfrac{e^X}{X} = +\infty \quad \textit{(par croissances comparées)} \end{cases}$$

3. (b) On a vu que, pour tout $x \in \left]0\,;+\infty\right[$, $f'(x) = \dfrac{\mathrm{e}^{\sqrt{x}}(\sqrt{x}-1)}{4x\sqrt{x}}$.

3. (b) On a vu que, pour tout $x \in \left]0\,;+\infty\right[$, $f'(x) = \dfrac{\mathrm{e}^{\sqrt{x}}(\sqrt{x}-1)}{4x\sqrt{x}}$. Or, pour tout $x \in \left]0\,;+\infty\right[$, $\mathrm{e}^{\sqrt{x}} > 0$

3. (b) On a vu que, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, $f'(x) = \dfrac{\mathrm{e}^{\sqrt{x}}(\sqrt{x}-1)}{4x\sqrt{x}}$. Or, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, $\mathrm{e}^{\sqrt{x}} > 0$ et $4x\sqrt{x} > 0$

3. (b) On a vu que, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, $f'(x) = \dfrac{e^{\sqrt{x}}(\sqrt{x}-1)}{4x\sqrt{x}}$. Or, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, $e^{\sqrt{x}} > 0$ et $4x\sqrt{x} > 0$ donc $f'(x)$ est du signe de $\sqrt{x}-1$.

3. (b) On a vu que, pour tout $x \in \left]0\,;+\infty\right[$, $f'(x) = \dfrac{\mathrm{e}^{\sqrt{x}}(\sqrt{x}-1)}{4x\sqrt{x}}$. Or, pour tout $x \in \left]0\,;+\infty\right[$, $\mathrm{e}^{\sqrt{x}} > 0$ et $4x\sqrt{x} > 0$ donc $f'(x)$ est du signe de $\sqrt{x}-1$. Enfin $\sqrt{x}-1 \geqslant 0 \iff x \geqslant 1$.

3. (b) On a vu que, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, $f'(x) = \dfrac{e^{\sqrt{x}}(\sqrt{x}-1)}{4x\sqrt{x}}$. Or, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, $e^{\sqrt{x}} > 0$ et $4x\sqrt{x} > 0$ donc $f'(x)$ est du signe de $\sqrt{x}-1$. Enfin $\sqrt{x}-1 \geqslant 0 \iff x \geqslant 1$. On a alors le tableau de signes :

3. (b) On a vu que, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, $f'(x) = \dfrac{\mathrm{e}^{\sqrt{x}}(\sqrt{x}-1)}{4x\sqrt{x}}$. Or, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, $\mathrm{e}^{\sqrt{x}} > 0$ et $4x\sqrt{x} > 0$ donc $f'(x)$ est du signe de $\sqrt{x}-1$. Enfin $\sqrt{x}-1 \geqslant 0 \iff x \geqslant 1$. On a alors le tableau de signes :

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$\Vert$ $+\infty$	$\searrow$	$\dfrac{\mathrm{e}}{2}$	$\nearrow$	$+\infty$

3. (c) Sur l'intervalle $[1\,;+\infty[$, la fonction f est continue et strictement croissante.

3. (c) Sur l'intervalle $[1\,;+\infty[$, la fonction f est continue et strictement croissante. De plus $f(1) = \dfrac{\mathrm{e}}{2} \approx 1,36$

3. (c) Sur l'intervalle $[1\,;+\infty[$, la fonction f est continue et strictement croissante. De plus $f(1) = \dfrac{\text{e}}{2} \approx 1,36$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$.

3. (c) Sur l'intervalle $[1\,;+\infty[$, la fonction f est continue et strictement croissante. De plus $f(1) = \dfrac{\text{e}}{2} \approx 1,36$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$. Or $2 \in \left[\dfrac{\text{e}}{2}\,;+\infty\right[$

3. (c) Sur l'intervalle $[1\,;+\infty[$, la fonction f est continue et strictement croissante. De plus $f(1)=\dfrac{\text{e}}{2}\approx 1,36$ et $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$. Or $2\in\left[\dfrac{\text{e}}{2}\,;+\infty\right[$ donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires,

3. (c) Sur l'intervalle $[1\,;+\infty[$, la fonction f est continue et strictement croissante. De plus $f(1) = \dfrac{\mathrm{e}}{2} \approx 1,36$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$. Or $2 \in \left[\dfrac{\mathrm{e}}{2}\,;+\infty\right[$ donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $f(x) = 2$ admet une unique solution α sur $[1\,;+\infty[$.

3. (c) Sur l'intervalle $[1\,;+\infty[$, la fonction f est continue et strictement croissante. De plus $f(1)=\dfrac{\text{e}}{2}\approx 1,36$ et $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$. Or $2\in\left[\dfrac{\text{e}}{2}\,;+\infty\right[$ donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $f(x)=2$ admet une unique solution α sur $[1\,;+\infty[$.
De plus, on a :

3. (c) Sur l'intervalle $[1\,;+\infty[$, la fonction f est continue et strictement croissante. De plus $f(1) = \frac{\mathrm{e}}{2} \approx 1,36$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$. Or $2 \in \left[\frac{\mathrm{e}}{2}\,;+\infty\right[$ donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $f(x) = 2$ admet une unique solution α sur $[1\,;+\infty[$.
De plus, on a :

- $f(4,6) \approx 1,99 < 2$

3. (c) Sur l'intervalle $[1\,;+\infty[$, la fonction f est continue et strictement croissante. De plus $f(1) = \frac{\mathrm{e}}{2} \approx 1,36$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$. Or $2 \in \left[\frac{\mathrm{e}}{2}\,;+\infty\right[$ donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $f(x) = 2$ admet une unique solution α sur $[1\,;+\infty[$.
De plus, on a :

- $f(4,6) \approx 1,99 < 2$
- $f(4,7) \approx 2,02 > 2$

3. (c) Sur l'intervalle $[1\,;+\infty[$, la fonction f est continue et strictement croissante. De plus $f(1) = \dfrac{\text{e}}{2} \approx 1,36$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$. Or $2 \in \left[\dfrac{\text{e}}{2}\,;+\infty\right[$ donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $f(x) = 2$ admet une unique solution α sur $[1\,;+\infty[$.

De plus, on a :

- $f(4,6) \approx 1,99 < 2$
- $f(4,7) \approx 2,02 > 2$

Donc :

$$\boxed{4,6 < \alpha < 4,7}$$

4. (a) On a vu que, sur $]0\,;+\infty[$, $g' = f$.

4. (a) On a vu que, sur $]0\,;+\infty[$, $g' = f$. La fonction g est donc une primitive de f.

4. (a) On a vu que, sur $]0\,;+\infty[$, $g' = f$. La fonction g est donc une primitive de f. On a alors :

$$I =$$

4. (a) On a vu que, sur $]0\,;+\infty[$, $g' = f$. La fonction g est donc une primitive de f. On a alors :

$$I = \int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x$$

4. (a) On a vu que, sur $]0\,;+\infty[$, $g' = f$. La fonction g est donc une primitive de f. On a alors :

$$\begin{aligned} I &= \int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x \\ &= \Big[g(x)\Big]_1^2 \end{aligned}$$

4. (a) On a vu que, sur $]0\,;+\infty[$, $g' = f$. La fonction g est donc une primitive de f. On a alors :

$$\begin{aligned} I &= \int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x \\ &= \Big[g(x)\Big]_1^2 \\ &= \Big[\mathrm{e}^{\sqrt{x}}\Big]_1^2 \end{aligned}$$

4. (a) On a vu que, sur $]0\,;+\infty[$, $g' = f$. La fonction g est donc une primitive de f. On a alors :

$$\begin{aligned} I &= \int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x \\ &= \Big[g(x)\Big]_1^2 \\ &= \Big[\mathrm{e}^{\sqrt{x}}\Big]_1^2 \\ &= \mathrm{e}^{\sqrt{2}} - \mathrm{e}^{\sqrt{1}} \end{aligned}$$

4. (a) On a vu que, sur $]0\,;+\infty[$, $g' = f$. La fonction g est donc une primitive de f. On a alors :

$$\begin{aligned} I &= \int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x \\ &= \Big[g(x)\Big]_1^2 \\ &= \Big[\mathrm{e}^{\sqrt{x}}\Big]_1^2 \\ &= \mathrm{e}^{\sqrt{2}} - \mathrm{e}^{\sqrt{1}} \\ &= \mathrm{e}^{\sqrt{2}} - \mathrm{e} \end{aligned}$$

4. (a) On a vu que, sur $]0\,;+\infty[$, $g' = f$. La fonction g est donc une primitive de f. On a alors :

$$\begin{aligned} I &= \int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x \\ &= \Big[g(x)\Big]_1^2 \\ &= \Big[\mathrm{e}^{\sqrt{x}}\Big]_1^2 \\ &= \mathrm{e}^{\sqrt{2}} - \mathrm{e}^{\sqrt{1}} \\ &= \mathrm{e}^{\sqrt{2}} - \mathrm{e} \end{aligned}$$

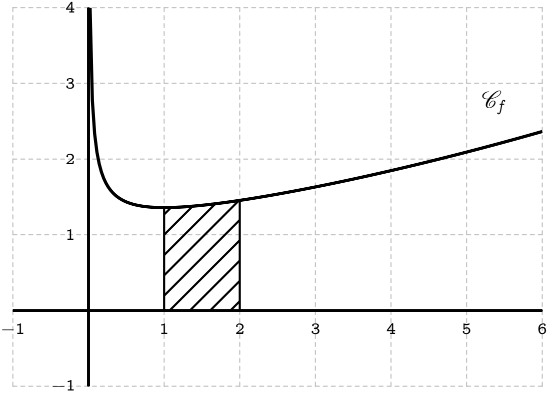
Soit :

$$\boxed{I = \mathrm{e}^{\sqrt{2}} - \mathrm{e} \approx 1,39}$$

4. (b) Il s'agit de l'aire, en unité d'aire, du domaine délimité par la courbe $\mathscr{C}_f$,

4. (b) Il s'agit de l'aire, en unité d'aire, du domaine délimité par la courbe $\mathscr{C}_f$, l'axe des abscisse et les droites verticales d'équations $x = 1$ et $x = 2$.

4. (b) Il s'agit de l'aire, en unité d'aire, du domaine délimité par la courbe $\mathscr{C}_f$, l'axe des abscisse et les droites verticales d'équations $x = 1$ et $x = 2$.



5. (a) Posons $X = \sqrt{x}$,

5. (a) Posons $X = \sqrt{x}$, on a alors :

$$x - 3\sqrt{x} + 3 = X^2 - 3X + 3$$

5. (a) Posons $X = \sqrt{x}$, on a alors :

$$x - 3\sqrt{x} + 3 = X^2 - 3X + 3$$

Il s'agit d'un polynôme du second degré en X qui a pour discriminant $\Delta = -3 < 0$.

5. (a) Posons $X = \sqrt{x}$, on a alors :

$$x - 3\sqrt{x} + 3 = X^2 - 3X + 3$$

Il s'agit d'un polynôme du second degré en X qui a pour discriminant $\Delta = -3 < 0$. Il n'admet donc aucune racine réelle et est strictement positif.

5. (a) Posons $X = \sqrt{x}$, on a alors :

$$x - 3\sqrt{x} + 3 = X^2 - 3X + 3$$

Il s'agit d'un polynôme du second degré en X qui a pour discriminant $\Delta = -3 < 0$. Il n'admet donc aucune racine réelle et est strictement positif. On en déduit que, pour tout $x \in]0\,; +\infty[$:

5. (a) Posons $X = \sqrt{x}$, on a alors :

$$x - 3\sqrt{x} + 3 = X^2 - 3X + 3$$

Il s'agit d'un polynôme du second degré en X qui a pour discriminant $\Delta = -3 < 0$. Il n'admet donc aucune racine réelle et est strictement positif. On en déduit que, pour tout $x \in]0\,; +\infty[$:

$$\boxed{x - 3\sqrt{x} + 3 > 0}$$

5. (b) Pour tout $x \in \,]0\,;+\infty[$,

5. (b) Pour tout $x \in]0\,; +\infty[$, on a $\mathrm{e}^{\sqrt{x}} > 0$,

5. (b) Pour tout $x \in \,]0\,;+\infty[$, on a $\mathrm{e}^{\sqrt{x}} > 0$, $8x^2\sqrt{x} > 0$

5. (b) Pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, on a $\mathrm{e}^{\sqrt{x}} > 0$, $8x^2\sqrt{x} > 0$ et, d'après la question précédente, $x - 3\sqrt{x} + 3 > 0$.

5. (b) Pour tout $x \in \,]0\,;+\infty[$, on a $\mathrm{e}^{\sqrt{x}} > 0$, $8x^2\sqrt{x} > 0$ et, d'après la question précédente, $x - 3\sqrt{x} + 3 > 0$. On en déduit que $f''(x) > 0$

5. (b) Pour tout $x \in \,]0\,;+\infty[$, on a $\mathrm{e}^{\sqrt{x}} > 0$, $8x^2\sqrt{x} > 0$ et, d'après la question précédente, $x - 3\sqrt{x} + 3 > 0$. On en déduit que $f''(x) > 0$ pour tout $x \in \,]0\,;+\infty[$ et donc que :

5. (b) Pour tout $x \in \left]0\,;+\infty\right[$, on a $\mathrm{e}^{\sqrt{x}} > 0$, $8x^2\sqrt{x} > 0$ et, d'après la question précédente, $x - 3\sqrt{x} + 3 > 0$. On en déduit que $f''(x) > 0$ pour tout $x \in \left]0\,;+\infty\right[$ et donc que :

$$\boxed{\text{La fonction } f \text{ est strictement convexe sur } \left]0\,;+\infty\right[}$$

Tous les sujets corrigés avec sources LaTeX :

http://specialite.mathematiques.free.fr/

Pour toute remarque :

fabien.vinsu@ac-besancon.fr