Corrigé de l'épreuve du baccalauréat de spécialité mathématiques

Asie
12 juin 2025

http://specialite.mathematiques.free.fr/
fabien.vinsu@ac-besancon.fr

Exercice 1 - Partie A

1. La probabilité $P_M(T)$

Exercice 1 - Partie A

1. La probabilité $P_M(T)$ correspond à la probabilité que le test soit positif sachant que l'individu est atteint par le virus.

1. La probabilité $P_M(T)$ correspond à la probabilité que le test soit positif sachant que l'individu est atteint par le virus. D'après l'énoncé, cette probabilité est de $0,999$,

1. La probabilité $P_M(T)$ correspond à la probabilité que le test soit positif sachant que l'individu est atteint par le virus. D'après l'énoncé, cette probabilité est de $0,999$, soit :

$$\boxed{P_M(T) = 0,999}$$

Exercice 1 - Partie A

1. La probabilité $P_M(T)$ correspond à la probabilité que le test soit positif sachant que l'individu est atteint par le virus. D'après l'énoncé, cette probabilité est de $0,999$, soit :

   $$\boxed{P_M(T) = 0,999}$$

   La probabilité $P_{\overline{M}}(T)$

1. La probabilité $P_M(T)$ correspond à la probabilité que le test soit positif sachant que l'individu est atteint par le virus. D'après l'énoncé, cette probabilité est de $0,999$, soit :

$$\boxed{P_M(T) = 0,999}$$

La probabilité $P_{\overline{M}}(T)$ correspond à la probabilité que le test soit positif sachant que l'individu n'est pas atteint par le virus.

1. La probabilité $P_M(T)$ correspond à la probabilité que le test soit positif sachant que l'individu est atteint par le virus. D'après l'énoncé, cette probabilité est de $0,999$, soit :

$$\boxed{P_M(T) = 0,999}$$

La probabilité $P_{\overline{M}}(T)$ correspond à la probabilité que le test soit positif sachant que l'individu n'est pas atteint par le virus. D'après l'énoncé, cette probabilité est de $0,005$,

Exercice 1 - Partie A

1. La probabilité $P_M(T)$ correspond à la probabilité que le test soit positif sachant que l'individu est atteint par le virus. D'après l'énoncé, cette probabilité est de $0,999$, soit :

   $$\boxed{P_M(T) = 0,999}$$

   La probabilité $P_{\overline{M}}(T)$ correspond à la probabilité que le test soit positif sachant que l'individu n'est pas atteint par le virus. D'après l'énoncé, cette probabilité est de $0,005$, soit :

   $$\boxed{P_{\overline{M}}(T) = 0,005}$$

2. $P(M)$ est la probabilité que l'individu soit atteint par le virus.

2. $P(M)$ est la probabilité que l'individu soit atteint par le virus. Or il y a 270 000 personnes atteintes sur 750 000.

2. $P(M)$ est la probabilité que l'individu soit atteint par le virus. Or il y a 270 000 personnes atteintes sur 750 000. On a donc

$$P(M) =$$

2. $P(M)$ est la probabilité que l'individu soit atteint par le virus. Or il y a 270 000 personnes atteintes sur 750 000. On a donc
$P(M) = \dfrac{270\,000}{750\,000}$

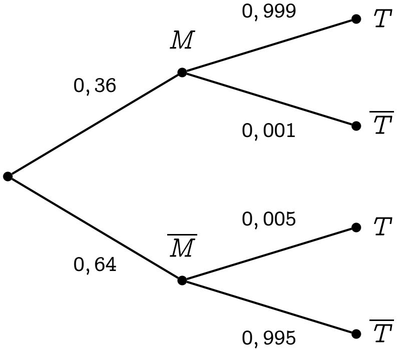
2. $P(M)$ est la probabilité que l'individu soit atteint par le virus. Or il y a 270 000 personnes atteintes sur 750 000. On a donc $P(M) = \dfrac{270\,000}{750\,000} = 0,36$.

2. $P(M)$ est la probabilité que l'individu soit atteint par le virus. Or il y a 270 000 personnes atteintes sur 750 000. On a donc $P(M) = \dfrac{270\,000}{750\,000} = 0,36$. Soit :

$$\boxed{P(M) = 0,36}$$

3. On complète l'arbre de la façon suivante :

3. On complète l'arbre de la façon suivante :



4. Il s'agit de calculer $P(M \cap T)$:

4. Il s'agit de calculer $P(M \cap T)$:

$$P(M \cap T) =$$

4. Il s'agit de calculer $P(M \cap T)$:

$$P(M \cap T) = P(M) \times P_M(T)$$

4. Il s'agit de calculer $P(M \cap T)$:

$$\begin{aligned} P(M \cap T) &= P(M) \times P_M(T) \\ &= 0,36 \times 0,999 \end{aligned}$$

4. Il s'agit de calculer $P(M \cap T)$:

$$\begin{aligned} P(M \cap T) &= P(M) \times P_M(T) \\ &= 0,36 \times 0,999 \\ &= 0,35964 \end{aligned}$$

4. Il s'agit de calculer $P(M \cap T)$:

$$\begin{aligned} P(M \cap T) &= P(M) \times P_M(T) \\ &= 0,36 \times 0,999 \\ &= 0,35964 \end{aligned}$$

La probabilité qu'un individu soit atteint par le virus et ait un test positif est donc :

4. Il s'agit de calculer $P(M \cap T)$:

$$\begin{aligned} P(M \cap T) &= P(M) \times P_M(T) \\ &= 0,36 \times 0,999 \\ &= 0,35964 \end{aligned}$$

La probabilité qu'un individu soit atteint par le virus et ait un test positif est donc :

$$\boxed{P(M \cap T) \approx 0,360}$$

5. Il s'agit de calculer $P(T)$.

5. Il s'agit de calculer $P(T)$. Les événements M et $\overline{M}$ forment une partition de l'univers donc,

5. Il s'agit de calculer $P(T)$. Les événements M et $\overline{M}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

5. Il s'agit de calculer $P(T)$. Les événements M et $\overline{M}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$P(T) =$$

5. Il s'agit de calculer $P(T)$. Les événements M et $\overline{M}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$P(T) = P(M) \times P_M(T) + P(\overline{M}) \times P_{\overline{M}}(T)$$

5. Il s'agit de calculer $P(T)$. Les événements M et $\overline{M}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(T) &= P(M) \times P_M(T) + P(\overline{M}) \times P_{\overline{M}}(T) \\ &= 0,36 \times 0,999 + 0,64 \times 0,005 \end{aligned}$$

5. Il s'agit de calculer $P(T)$. Les événements M et $\overline{M}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(T) &= P(M) \times P_M(T) + P(\overline{M}) \times P_{\overline{M}}(T) \\ &= 0,36 \times 0,999 + 0,64 \times 0,005 \\ &= 0,36284 \end{aligned}$$

5. Il s'agit de calculer $P(T)$. Les événements M et $\overline{M}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(T) &= P(M) \times P_M(T) + P(\overline{M}) \times P_{\overline{M}}(T) \\ &= 0,36 \times 0,999 + 0,64 \times 0,005 \\ &= 0,36284 \end{aligned}$$

La probabilité qu'un individu ait un test positif est donc :

5. Il s'agit de calculer $P(T)$. Les événements M et $\overline{M}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(T) &= P(M) \times P_M(T) + P(\overline{M}) \times P_{\overline{M}}(T) \\ &= 0,36 \times 0,999 + 0,64 \times 0,005 \\ &= 0,36284 \end{aligned}$$

La probabilité qu'un individu ait un test positif est donc :

$$\boxed{P(T) \approx 0,363}$$

6. Il s'agit de calculer $P_T(M)$:

6. Il s'agit de calculer $P_T(M)$:

$$P_T(M) =$$

6. Il s'agit de calculer $P_T(M)$:

$$P_T(M) = \frac{P(M \cap T)}{P(T)}$$

6. Il s'agit de calculer $P_T(M)$:

$$\begin{aligned} P_T(M) &= \frac{P(M \cap T)}{P(T)} \\ &= \frac{0,35964}{0,36284} \end{aligned}$$

6. Il s'agit de calculer $P_T(M)$:

$$\begin{aligned} P_T(M) &= \frac{P(M \cap T)}{P(T)} \\ &= \frac{0,35964}{0,36284} \\ &\approx 0,991 \end{aligned}$$

6. Il s'agit de calculer $P_T(M)$:

$$\begin{aligned} P_T(M) &= \frac{P(M \cap T)}{P(T)} \\ &= \frac{0,35964}{0,36284} \\ &\approx 0,991 \end{aligned}$$

La probabilité qu'un individu ayant un test positif soit atteint par le virus est donc :

6. Il s'agit de calculer $P_T(M)$:

$$\begin{aligned} P_T(M) &= \frac{P(M \cap T)}{P(T)} \\ &= \frac{0,35964}{0,36284} \\ &\approx 0,991 \end{aligned}$$

La probabilité qu'un individu ayant un test positif soit atteint par le virus est donc :

$$\boxed{P_T(M) \approx 0,991}$$

7. La probabilité qu'un individu ayant un test positif soit atteint par le virus est supérieure à $0,95$.

7. La probabilité qu'un individu ayant un test positif soit atteint par le virus est supérieure à $0,95$. On peut donc estimer que :

$$\boxed{\text{Le test est fiable}}$$

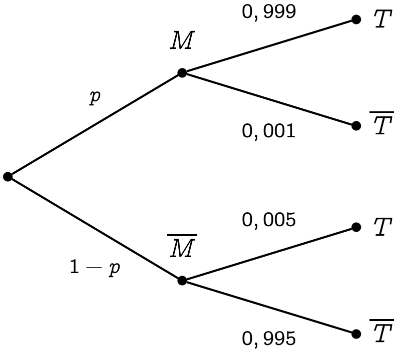
Partie B

Partie B

1. On a l'arbre :

Partie B

1. On a l'arbre :



2. Les événements M et $\overline{M}$ forment une partition de l'univers donc,

2. Les événements M et $\overline{M}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

2. Les événements M et $\overline{M}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$P(T) =$$

2. Les événements M et $\overline{M}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$P(T) = P(M) \times P_M(T) + P(\overline{M}) \times P_{\overline{M}}(T)$$

2. Les événements M et $\overline{M}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(T) &= P(M) \times P_M(T) + P(\overline{M}) \times P_{\overline{M}}(T) \\ &= p \times 0,999 + (1 - p) \times 0,005 \end{aligned}$$

2. Les événements M et $\overline{M}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned}P(T) &= P(M) \times P_M(T) + P(\overline{M}) \times P_{\overline{M}}(T) \\ &= p \times 0,999 + (1-p) \times 0,005 \\ &= 0,999p + 0,005 - 0,005p\end{aligned}$$

2. Les événements M et $\overline{M}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(T) &= P(M) \times P_M(T) + P(\overline{M}) \times P_{\overline{M}}(T) \\ &= p \times 0,999 + (1-p) \times 0,005 \\ &= 0,999p + 0,005 - 0,005p \\ &= 0,994p + 0,005 \end{aligned}$$

2. Les événements M et $\overline{M}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(T) &= P(M) \times P_M(T) + P(\overline{M}) \times P_{\overline{M}}(T) \\ &= p \times 0,999 + (1-p) \times 0,005 \\ &= 0,999p + 0,005 - 0,005p \\ &= 0,994p + 0,005 \end{aligned}$$

Soit :

$$\boxed{P(T) = 0,994p + 0,005}$$

3. On a :

$$P_T(M) =$$

3. On a :

$$P_T(M) = \frac{P(M \cap T)}{P(T)}$$

3. On a :

$$\begin{aligned} P_T(M) &= \frac{P(M \cap T)}{P(T)} \\ &= \frac{0,999p}{0,994p + 0,005} \end{aligned}$$

3. On a :

$$\begin{aligned} P_T(M) &= \frac{P(M \cap T)}{P(T)} \\ &= \frac{0,999p}{0,994p + 0,005} \end{aligned}$$

Soit, en multipliant par 1 000 au numérateur et au dénominateur :

3. On a :

$$\begin{aligned} P_T(M) &= \frac{P(M \cap T)}{P(T)} \\ &= \frac{0,999p}{0,994p + 0,005} \end{aligned}$$

Soit, en multipliant par 1 000 au numérateur et au dénominateur :

$$\boxed{P_T(M) = \frac{999p}{994p + 5}}$$

4. Le test est fiable lorsque $P_T(M) \geqslant 0,95$.

4. Le test est fiable lorsque $P_T(M) \geqslant 0,95$. On a :

$$P_T(M) \geqslant 0,95 \iff$$

4. Le test est fiable lorsque $P_T(M) \geqslant 0,95$. On a :

$$P_T(M) \geqslant 0,95 \Longleftrightarrow \frac{999p}{994p+5} \geqslant 0,95$$

4. Le test est fiable lorsque $P_T(M) \geqslant 0,95$. On a :

$$\begin{aligned} P_T(M) \geqslant 0,95 &\Longleftrightarrow \frac{999p}{994p+5} \geqslant 0,95 \\ &\Longleftrightarrow 999p \geqslant 0,95(994p+5) \end{aligned}$$

4. Le test est fiable lorsque $P_T(M) \geqslant 0,95$. On a :

$$\begin{aligned} P_T(M) \geqslant 0,95 &\Longleftrightarrow \frac{999p}{994p+5} \geqslant 0,95 \\ &\Longleftrightarrow 999p \geqslant 0,95(994p+5) \\ &\Longleftrightarrow 999p \geqslant 944,3p + 4,75 \end{aligned}$$

4. Le test est fiable lorsque $P_T(M) \geqslant 0,95$. On a :

$$\begin{aligned} P_T(M) \geqslant 0,95 &\iff \frac{999p}{994p+5} \geqslant 0,95 \\ &\iff 999p \geqslant 0,95(994p+5) \\ &\iff 999p \geqslant 944,3p + 4,75 \\ &\iff 54,7p \geqslant 4,75 \end{aligned}$$

4. Le test est fiable lorsque $P_T(M) \geqslant 0,95$. On a :

$$\begin{aligned}
P_T(M) \geqslant 0,95 &\Longleftrightarrow \frac{999p}{994p+5} \geqslant 0,95 \\
&\Longleftrightarrow 999p \geqslant 0,95(994p+5) \\
&\Longleftrightarrow 999p \geqslant 944,3p + 4,75 \\
&\Longleftrightarrow 54,7p \geqslant 4,75 \\
&\Longleftrightarrow p \geqslant \frac{4,75}{54,7}
\end{aligned}$$

4. Le test est fiable lorsque $P_T(M) \geqslant 0,95$. On a :

$$\begin{aligned} P_T(M) \geqslant 0,95 &\iff \frac{999p}{994p+5} \geqslant 0,95 \\ &\iff 999p \geqslant 0,95(994p+5) \\ &\iff 999p \geqslant 944,3p + 4,75 \\ &\iff 54,7p \geqslant 4,75 \\ &\iff p \geqslant \frac{4,75}{54,7} \end{aligned}$$

Or $\dfrac{4,75}{54,7} \approx 0,0868$

4. Le test est fiable lorsque $P_T(M) \geqslant 0,95$. On a :

$$\begin{aligned}
P_T(M) \geqslant 0,95 &\Longleftrightarrow \frac{999p}{994p+5} \geqslant 0,95 \\
&\Longleftrightarrow 999p \geqslant 0,95(994p+5) \\
&\Longleftrightarrow 999p \geqslant 944,3p + 4,75 \\
&\Longleftrightarrow 54,7p \geqslant 4,75 \\
&\Longleftrightarrow p \geqslant \frac{4,75}{54,7}
\end{aligned}$$

Or $\frac{4,75}{54,7} \approx 0,0868$ donc ce test est fiable à partir d'une proportion :

4. Le test est fiable lorsque $P_T(M) \geqslant 0,95$. On a :

$$\begin{aligned}
P_T(M) \geqslant 0,95 &\iff \frac{999p}{994p+5} \geqslant 0,95 \\
&\iff 999p \geqslant 0,95(994p+5) \\
&\iff 999p \geqslant 944,3p + 4,75 \\
&\iff 54,7p \geqslant 4,75 \\
&\iff p \geqslant \frac{4,75}{54,7}
\end{aligned}$$

Or $\frac{4,75}{54,7} \approx 0,0868$ donc ce test est fiable à partir d'une proportion :

$$\boxed{p \approx 0,087}$$

4. Le test est fiable lorsque $P_T(M) \geqslant 0,95$. On a :

$$\begin{aligned}
P_T(M) \geqslant 0,95 &\iff \frac{999p}{994p+5} \geqslant 0,95 \\
&\iff 999p \geqslant 0,95(994p+5) \\
&\iff 999p \geqslant 944,3p + 4,75 \\
&\iff 54,7p \geqslant 4,75 \\
&\iff p \geqslant \frac{4,75}{54,7}
\end{aligned}$$

Or $\dfrac{4,75}{54,7} \approx 0,0868$ donc ce test est fiable à partir d'une proportion :

$$\boxed{p \approx 0,087}$$

Soit à partir du moment où environ 8,7 % de la population est contaminée.

Partie C

La probabilité qu'aucun individu parmi les n individus ne soit contaminé est :

La probabilité qu'aucun individu parmi les n individus ne soit contaminé est :

$$P(X = 0) =$$

Partie C

La probabilité qu'aucun individu parmi les n individus ne soit contaminé est :

$$P(X=0)=(1-0,36)^n$$

Partie C

La probabilité qu'aucun individu parmi les n individus ne soit contaminé est :

$$P(X = 0) = (1 - 0,36)^n = 0,64^n$$

La probabilité qu'aucun individu parmi les n individus ne soit contaminé est :

$$P(X = 0) = (1 - 0,36)^n = 0,64^n$$

Et donc, par passage à l'événement contraire,

Partie C

La probabilité qu'aucun individu parmi les n individus ne soit contaminé est :

$$P(X=0) = (1-0,36)^n = 0,64^n$$

Et donc, par passage à l'événement contraire, la probabilité qu'au moins un des n individus de cet échantillon est atteint par le virus est :

La probabilité qu'aucun individu parmi les n individus ne soit contaminé est :

$$P(X = 0) = (1 - 0,36)^n = 0,64^n$$

Et donc, par passage à l'événement contraire, la probabilité qu'au moins un des n individus de cet échantillon est atteint par le virus est :

$$P(X \geqslant 1) = 1 - 0,64^n$$

On a alors :

$$P(X \geqslant 1) \geqslant 0,99 \Longleftrightarrow$$

On a alors :

$$P(X \geqslant 1) \geqslant 0,99 \Longleftrightarrow 1-0,64^n \geqslant 0,99$$

On a alors :

$$\begin{aligned} P(X \geqslant 1) \geqslant 0,99 &\Longleftrightarrow 1 - 0,64^n \geqslant 0,99 \\ &\Longleftrightarrow 0,64^n \leqslant 0,01 \end{aligned}$$

On a alors :

$$\begin{aligned} P(X \geqslant 1) \geqslant 0,99 &\Longleftrightarrow 1 - 0,64^n \geqslant 0,99 \\ &\Longleftrightarrow 0,64^n \leqslant 0,01 \\ &\Longleftrightarrow \ln\left(0,64^n\right) \leqslant \ln(0,01) \end{aligned}$$

On a alors :

$$\begin{aligned}
P(X \geqslant 1) \geqslant 0,99 &\Longleftrightarrow 1 - 0,64^n \geqslant 0,99 \\
&\Longleftrightarrow 0,64^n \leqslant 0,01 \\
&\Longleftrightarrow \ln\left(0,64^n\right) \leqslant \ln(0,01) \\
&\Longleftrightarrow n \ln(0,64) \leqslant \ln(0,01)
\end{aligned}$$

On a alors :

$$\begin{aligned}
P(X \geqslant 1) \geqslant 0,99 &\iff 1-0,64^n \geqslant 0,99 \\
&\iff 0,64^n \leqslant 0,01 \\
&\iff \ln\left(0,64^n\right) \leqslant \ln(0,01) \\
&\iff n\ln(0,64) \leqslant \ln(0,01) \\
&\iff n \geqslant \frac{\ln(0,01)}{\ln(0,64)}
\end{aligned}$$

On a alors :

$$\begin{aligned} P(X \geqslant 1) \geqslant 0,99 &\iff 1 - 0,64^n \geqslant 0,99 \\ &\iff 0,64^n \leqslant 0,01 \\ &\iff \ln\left(0,64^n\right) \leqslant \ln(0,01) \\ &\iff n \ln(0,64) \leqslant \ln(0,01) \\ &\iff n \geqslant \frac{\ln(0,01)}{\ln(0,64)} \end{aligned}$$

Or $\dfrac{\ln(0,01)}{\ln(0,64)} \approx 10,3$

On a alors :

$$\begin{aligned} P(X \geqslant 1) \geqslant 0,99 &\iff 1-0,64^n \geqslant 0,99 \\ &\iff 0,64^n \leqslant 0,01 \\ &\iff \ln\left(0,64^n\right) \leqslant \ln(0,01) \\ &\iff n\ln(0,64) \leqslant \ln(0,01) \\ &\iff n \geqslant \frac{\ln(0,01)}{\ln(0,64)} \end{aligned}$$

Or $\dfrac{\ln(0,01)}{\ln(0,64)} \approx 10,3$ donc le nombre d'individus à partir duquel la probabilité de l'événement « au moins un des n habitants de cet échantillon est atteint par le virus » est supérieure à $0,99$ est :

On a alors :

$$\begin{aligned} P(X \geqslant 1) \geqslant 0,99 &\iff 1-0,64^n \geqslant 0,99 \\ &\iff 0,64^n \leqslant 0,01 \\ &\iff \ln\left(0,64^n\right) \leqslant \ln(0,01) \\ &\iff n\ln(0,64) \leqslant \ln(0,01) \\ &\iff n \geqslant \frac{\ln(0,01)}{\ln(0,64)} \end{aligned}$$

Or $\dfrac{\ln(0,01)}{\ln(0,64)} \approx 10,3$ donc le nombre d'individus à partir duquel la probabilité de l'événement « au moins un des n habitants de cet échantillon est atteint par le virus » est supérieure à $0,99$ est :

$$\boxed{n = 11}$$

1. On a $u_1 =$

1. On a $u_1 = \dfrac{1}{2}u_0 + 10$

Exercice 2 - Partie A

1. On a $u_1 = \dfrac{1}{2}u_0 + 10 = \dfrac{1}{2} \times 30 + 10$

Exercice 2 - Partie A

1. On a $u_1 = \dfrac{1}{2}u_0 + 10 = \dfrac{1}{2} \times 30 + 10 = 25$

1. On a $u_1 = \dfrac{1}{2}u_0 + 10 = \dfrac{1}{2} \times 30 + 10 = 25$ et

   $u_2 =$

1. On a $u_1 = \dfrac{1}{2}u_0 + 10 = \dfrac{1}{2} \times 30 + 10 = 25$ et
   $u_2 = \dfrac{1}{2}u_1 + 10$

Exercice 2 - Partie A

1. On a $u_1 = \dfrac{1}{2}u_0 + 10 = \dfrac{1}{2} \times 30 + 10 = 25$ et
   $u_2 = \dfrac{1}{2}u_1 + 10 = \dfrac{1}{2} \times 25 + 10$

1. On a $u_1 = \dfrac{1}{2}u_0 + 10 = \dfrac{1}{2} \times 30 + 10 = 25$ et
$u_2 = \dfrac{1}{2}u_1 + 10 = \dfrac{1}{2} \times 25 + 10 = 22,5$.

1. On a $u_1 = \dfrac{1}{2}u_0 + 10 = \dfrac{1}{2} \times 30 + 10 = 25$ et $u_2 = \dfrac{1}{2}u_1 + 10 = \dfrac{1}{2} \times 25 + 10 = 22,5$. Soit :

$$\boxed{u_1 = 25}$$

1. On a $u_1 = \dfrac{1}{2}u_0 + 10 = \dfrac{1}{2} \times 30 + 10 = 25$ et $u_2 = \dfrac{1}{2}u_1 + 10 = \dfrac{1}{2} \times 25 + 10 = 22,5$. Soit :

$$\boxed{u_1 = 25} \quad \text{et} \quad \boxed{u_2 = 22,5}$$

2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$v_{n+1} =$$

2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$v_{n+1} = u_{n+1} - 20$$

2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned} v_{n+1} &= u_{n+1} - 20 \\ &= \frac{1}{2}u_n + 10 - 20 \end{aligned}$$

2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned} v_{n+1} &= u_{n+1} - 20 \\ &= \frac{1}{2}u_n + 10 - 20 \\ &= \frac{1}{2}u_n - 10 \end{aligned}$$

2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned} v_{n+1} &= u_{n+1} - 20 \\ &= \frac{1}{2}u_n + 10 - 20 \\ &= \frac{1}{2}u_n - 10 \\ &= \frac{1}{2}\left(u_n - 20\right) \end{aligned}$$

2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned} v_{n+1} &= u_{n+1} - 20 \\ &= \frac{1}{2}u_n + 10 - 20 \\ &= \frac{1}{2}u_n - 10 \\ &= \frac{1}{2}\left(u_n - 20\right) \\ &= \frac{1}{2}v_n \end{aligned}$$

2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned} v_{n+1} &= u_{n+1} - 20 \\ &= \frac{1}{2}u_n + 10 - 20 \\ &= \frac{1}{2}u_n - 10 \\ &= \frac{1}{2}\left(u_n - 20\right) \\ &= \frac{1}{2}v_n \end{aligned}$$

De plus $v_0 =$

2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned} v_{n+1} &= u_{n+1} - 20 \\ &= \frac{1}{2}u_n + 10 - 20 \\ &= \frac{1}{2}u_n - 10 \\ &= \frac{1}{2}\left(u_n - 20\right) \\ &= \frac{1}{2}v_n \end{aligned}$$

De plus $v_0 = u_0 - 20$

2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned} v_{n+1} &= u_{n+1} - 20 \\ &= \frac{1}{2}u_n + 10 - 20 \\ &= \frac{1}{2}u_n - 10 \\ &= \frac{1}{2}\left(u_n - 20\right) \\ &= \frac{1}{2}v_n \end{aligned}$$

De plus $v_0 = u_0 - 20 = 30 - 20$

2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned} v_{n+1} &= u_{n+1} - 20 \\ &= \frac{1}{2}u_n + 10 - 20 \\ &= \frac{1}{2}u_n - 10 \\ &= \frac{1}{2}\left(u_n - 20\right) \\ &= \frac{1}{2}v_n \end{aligned}$$

De plus $v_0 = u_0 - 20 = 30 - 20 = 10$,

2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned} v_{n+1} &= u_{n+1} - 20 \\ &= \frac{1}{2}u_n + 10 - 20 \\ &= \frac{1}{2}u_n - 10 \\ &= \frac{1}{2}\left(u_n - 20\right) \\ &= \frac{1}{2}v_n \end{aligned}$$

De plus $v_0 = u_0 - 20 = 30 - 20 = 10$, on en déduit que :

2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned} v_{n+1} &= u_{n+1} - 20 \\ &= \frac{1}{2}u_n + 10 - 20 \\ &= \frac{1}{2}u_n - 10 \\ &= \frac{1}{2}(u_n - 20) \\ &= \frac{1}{2}v_n \end{aligned}$$

De plus $v_0 = u_0 - 20 = 30 - 20 = 10$, on en déduit que :

$$\boxed{\text{La suite } (v_n) \text{ est géométrique de raison } \frac{1}{2} \text{ et de premier terme } v_0 = 10}$$

3. D'après la question précédente, pour tout $n \in \mathbb{N}$,

3. D'après la question précédente, pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a

   $v_n = v_0 \times \left(\dfrac{1}{2}\right)^n$,

3. D'après la question précédente, pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $v_n = v_0 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n$, soit :

$$\boxed{v_n = 10 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n}$$

4. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $v_n = u_n - 20$

4. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $v_n = u_n - 20$ donc $u_n = 20 + v_n$,

4. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $v_n = u_n - 20$ donc $u_n = 20 + v_n$, soit :

$$\boxed{u_n = 20 + 10\left(\frac{1}{2}\right)^n}$$

5. On a $\lim\limits_{n \to +\infty} \left(\dfrac{1}{2}\right)^n = 0$

5. On a $\lim\limits_{n \to +\infty} \left(\dfrac{1}{2}\right)^n = 0$ car $-1 < \dfrac{1}{2} < 1$.

5. On a $\lim\limits_{n \to +\infty} \left(\dfrac{1}{2}\right)^n = 0$ car $-1 < \dfrac{1}{2} < 1$. On en déduit :

$$\boxed{\lim_{n \to +\infty} u_n = 20}$$

1. On a :

$$w_1 =$$

Partie B

1. On a :

$$w_1 = \frac{1}{2}w_0 + \frac{1}{2}u_0 + 7$$

1. On a :

$$\begin{aligned} w_1 &= \frac{1}{2}w_0 + \frac{1}{2}u_0 + 7 \\ &= \frac{1}{2} \times 45 + \frac{1}{2} \times 30 + 7 \end{aligned}$$

1. On a :

$$\begin{aligned} w_1 &= \frac{1}{2}w_0 + \frac{1}{2}u_0 + 7 \\ &= \frac{1}{2} \times 45 + \frac{1}{2} \times 30 + 7 \\ &= 22,5 + 15 + 7 \end{aligned}$$

1. On a :

$$\begin{aligned} w_1 &= \frac{1}{2}w_0 + \frac{1}{2}u_0 + 7 \\ &= \frac{1}{2} \times 45 + \frac{1}{2} \times 30 + 7 \\ &= 22,5 + 15 + 7 \\ &= 44,5 \end{aligned}$$

Partie B

1. On a :

$$\begin{aligned} w_1 &= \frac{1}{2}w_0 + \frac{1}{2}u_0 + 7 \\ &= \frac{1}{2} \times 45 + \frac{1}{2} \times 30 + 7 \\ &= 22,5 + 15 + 7 \\ &= 44,5 \end{aligned}$$

Soit :

$$\boxed{w_1 = 44,5}$$

2. Afin que l'exécution de `suite(n)` renvoie la valeur du terme w_n,

2. Afin que l'exécution de `suite(n)` renvoie la valeur du terme w_n, on peut échanger les lignes permettant de calculer `U` et `W` de la façon suivante :

2. Afin que l'exécution de `suite(n)` renvoie la valeur du terme w_n, on peut échanger les lignes permettant de calculer `U` et `W` de la façon suivante :

```
def suite(n) :
  U = 30
  W = 45
  for i in range(1,n+1) :
    W = W/2 + U/2 + 7
    U = U/2 + 10
  return W
```

3. (a) Montrons, par récurrence sur n, que pour tout entier naturel n on a $w_n = 10n\left(\frac{1}{2}\right)^n + 11\left(\frac{1}{2}\right)^n + 34$.

3. (a) Montrons, par récurrence sur n, que pour tout entier naturel n on a $w_n = 10n\left(\frac{1}{2}\right)^n + 11\left(\frac{1}{2}\right)^n + 34$.

- **Initialisation :**

3. (a) Montrons, par récurrence sur n, que pour tout entier naturel n on a $w_n = 10n\left(\frac{1}{2}\right)^n + 11\left(\frac{1}{2}\right)^n + 34$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a d'une part $w_0 = 45$

3. (a) Montrons, par récurrence sur n, que pour tout entier naturel n on a $w_n = 10n\left(\frac{1}{2}\right)^n + 11\left(\frac{1}{2}\right)^n + 34$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a d'une part $w_0 = 45$ et d'autre part $10 \times 0 \times \left(\frac{1}{2}\right)^0 + 11\left(\frac{1}{2}\right)^0 + 34 =$

3. (a) Montrons, par récurrence sur n, que pour tout entier naturel n on a $w_n = 10n\left(\frac{1}{2}\right)^n + 11\left(\frac{1}{2}\right)^n + 34$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a d'une part $w_0 = 45$ et d'autre part $10 \times 0 \times \left(\frac{1}{2}\right)^0 + 11\left(\frac{1}{2}\right)^0 + 34 = 11 + 34$

3. (a) Montrons, par récurrence sur n, que pour tout entier naturel n on a $w_n = 10n\left(\frac{1}{2}\right)^n + 11\left(\frac{1}{2}\right)^n + 34$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a d'une part $w_0 = 45$ et d'autre part $10 \times 0 \times \left(\frac{1}{2}\right)^0 + 11\left(\frac{1}{2}\right)^0 + 34 = 11 + 34 = 45$.

3. (a) Montrons, par récurrence sur n, que pour tout entier naturel n on a $w_n = 10n\left(\frac{1}{2}\right)^n + 11\left(\frac{1}{2}\right)^n + 34$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a d'une part $w_0 = 45$ et d'autre part $10 \times 0 \times \left(\frac{1}{2}\right)^0 + 11\left(\frac{1}{2}\right)^0 + 34 = 11 + 34 = 45$. On a donc bien $w_0 = 10 \times 0 \times \left(\frac{1}{2}\right)^0 + 11\left(\frac{1}{2}\right)^0 + 34$.

3. (a) Montrons, par récurrence sur n, que pour tout entier naturel n on a $w_n = 10n\left(\frac{1}{2}\right)^n + 11\left(\frac{1}{2}\right)^n + 34$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a d'une part $w_0 = 45$ et d'autre part $10 \times 0 \times \left(\frac{1}{2}\right)^0 + 11\left(\frac{1}{2}\right)^0 + 34 = 11 + 34 = 45$. On a donc bien $w_0 = 10 \times 0 \times \left(\frac{1}{2}\right)^0 + 11\left(\frac{1}{2}\right)^0 + 34$. La propriété est vraie au rang $n = 0$.

- **Hérédité :**

- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$,

- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire $w_n = 10n\left(\frac{1}{2}\right)^n + 11\left(\frac{1}{2}\right)^n + 34$.

- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire $w_n = 10n\left(\frac{1}{2}\right)^n + 11\left(\frac{1}{2}\right)^n + 34$. On a :

  $w_{n+1} =$

- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire $w_n = 10n\left(\frac{1}{2}\right)^n + 11\left(\frac{1}{2}\right)^n + 34$. On a :

  $$w_{n+1} = \frac{1}{2}w_n + \frac{1}{2}u_n + 7$$

- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire $w_n = 10n\left(\frac{1}{2}\right)^n + 11\left(\frac{1}{2}\right)^n + 34$. On a :

$$\begin{aligned} w_{n+1} &= \frac{1}{2}w_n + \frac{1}{2}u_n + 7 \\ &= \frac{1}{2}\left(10n\left(\frac{1}{2}\right)^n + 11\left(\frac{1}{2}\right)^n + 34\right) + \frac{1}{2}u_n + 7 \quad \textit{(hyp réc)} \end{aligned}$$

- **Hérédité :**
Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire $w_n = 10n\left(\frac{1}{2}\right)^n + 11\left(\frac{1}{2}\right)^n + 34$. On a :

$$\begin{aligned} w_{n+1} &= \frac{1}{2}w_n + \frac{1}{2}u_n + 7 \\ &= \frac{1}{2}\left(10n\left(\frac{1}{2}\right)^n + 11\left(\frac{1}{2}\right)^n + 34\right) + \frac{1}{2}u_n + 7 \quad \textit{(hyp réc)} \\ &= 10n\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} + 11\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} + 17 + \frac{1}{2}\left(20 + 10\left(\frac{1}{2}\right)^n\right) + 7 \end{aligned}$$

- **Hérédité :**
Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire $w_n = 10n\left(\frac{1}{2}\right)^n + 11\left(\frac{1}{2}\right)^n + 34$. On a :

$$\begin{aligned}
w_{n+1} &= \frac{1}{2}w_n + \frac{1}{2}u_n + 7 \\
&= \frac{1}{2}\left(10n\left(\frac{1}{2}\right)^n + 11\left(\frac{1}{2}\right)^n + 34\right) + \frac{1}{2}u_n + 7 \quad \textit{(hyp réc)} \\
&= 10n\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} + 11\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} + 17 + \frac{1}{2}\left(20 + 10\left(\frac{1}{2}\right)^n\right) + 7 \\
&= 10n\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} + 11\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} + 10 + 10\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} + 24
\end{aligned}$$

- **Hérédité :**
Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire $w_n = 10n\left(\frac{1}{2}\right)^n + 11\left(\frac{1}{2}\right)^n + 34$. On a :

$$\begin{aligned}
w_{n+1} &= \frac{1}{2}w_n + \frac{1}{2}u_n + 7 \\
&= \frac{1}{2}\left(10n\left(\frac{1}{2}\right)^n + 11\left(\frac{1}{2}\right)^n + 34\right) + \frac{1}{2}u_n + 7 \quad \textit{(hyp réc)} \\
&= 10n\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} + 11\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} + 17 + \frac{1}{2}\left(20 + 10\left(\frac{1}{2}\right)^n\right) + 7 \\
&= 10n\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} + 11\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} + 10 + 10\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} + 24 \\
&= 10(n+1)\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} + 11\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} + 34
\end{aligned}$$

- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire $w_n = 10n\left(\frac{1}{2}\right)^n + 11\left(\frac{1}{2}\right)^n + 34$. On a :

$$\begin{aligned}
w_{n+1} &= \frac{1}{2}w_n + \frac{1}{2}u_n + 7 \\
&= \frac{1}{2}\left(10n\left(\frac{1}{2}\right)^n + 11\left(\frac{1}{2}\right)^n + 34\right) + \frac{1}{2}u_n + 7 \quad \textit{(hyp réc)} \\
&= 10n\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} + 11\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} + 17 + \frac{1}{2}\left(20 + 10\left(\frac{1}{2}\right)^n\right) + 7 \\
&= 10n\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} + 11\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} + 10 + 10\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} + 24 \\
&= 10(n+1)\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} + 11\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} + 34
\end{aligned}$$

  La propriété est donc vraie au rang $n+1$.

- **Conclusion :**

- **Conclusion :**
  La propriété est vraie au rang $n = 0$ et elle est héréditaire.

- **Conclusion :**
  La propriété est vraie au rang $n = 0$ et elle est héréditaire. Elle est donc vraie pour tout $n \in \mathbb{N}$.

3. (b) Pour tout $n \geqslant 4$, on a :

3. (b) Pour tout $n \geqslant 4$, on a :

$$0 \leqslant 10n\left(\frac{1}{2}\right)^n \leqslant \frac{10}{n}$$

3. (b) Pour tout $n \geqslant 4$, on a :

$$0 \leqslant 10n\left(\frac{1}{2}\right)^n \leqslant \frac{10}{n}$$

D'où :

$$11\left(\frac{1}{2}\right)^n + 34 \leqslant 10n\left(\frac{1}{2}\right)^n + 11\left(\frac{1}{2}\right)^n \leqslant \frac{10}{n} + 11\left(\frac{1}{2}\right)^n + 34$$

3. (b) Pour tout $n \geqslant 4$, on a :

$$0 \leqslant 10n\left(\frac{1}{2}\right)^n \leqslant \frac{10}{n}$$

D'où :

$$11\left(\frac{1}{2}\right)^n + 34 \leqslant 10n\left(\frac{1}{2}\right)^n + 11\left(\frac{1}{2}\right)^n \leqslant \frac{10}{n} + 11\left(\frac{1}{2}\right)^n + 34$$

Soit :

$$\underbrace{11\left(\frac{1}{2}\right)^n + 34}_{a_n} \leqslant w_n \leqslant \underbrace{\frac{10}{n} + 11\left(\frac{1}{2}\right)^n + 34}_{b_n}$$

3. (b) Pour tout $n \geqslant 4$, on a :

$$0 \leqslant 10n\left(\frac{1}{2}\right)^n \leqslant \frac{10}{n}$$

D'où :

$$11\left(\frac{1}{2}\right)^n + 34 \leqslant 10n\left(\frac{1}{2}\right)^n + 11\left(\frac{1}{2}\right)^n \leqslant \frac{10}{n} + 11\left(\frac{1}{2}\right)^n + 34$$

Soit :

$$\underbrace{11\left(\frac{1}{2}\right)^n + 34}_{a_n} \leqslant w_n \leqslant \underbrace{\frac{10}{n} + 11\left(\frac{1}{2}\right)^n + 34}_{b_n}$$

Or $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^n = 0$

3. (b) Pour tout $n \geqslant 4$, on a :

$$0 \leqslant 10n\left(\frac{1}{2}\right)^n \leqslant \frac{10}{n}$$

D'où :

$$11\left(\frac{1}{2}\right)^n + 34 \leqslant 10n\left(\frac{1}{2}\right)^n + 11\left(\frac{1}{2}\right)^n \leqslant \frac{10}{n} + 11\left(\frac{1}{2}\right)^n + 34$$

Soit :

$$\underbrace{11\left(\frac{1}{2}\right)^n + 34}_{a_n} \leqslant w_n \leqslant \underbrace{\frac{10}{n} + 11\left(\frac{1}{2}\right)^n + 34}_{b_n}$$

Or $\lim\limits_{n \to +\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n = 0$ (car $-1 < \frac{1}{2} < 1$)

3. (b) Pour tout $n \geqslant 4$, on a :

$$0 \leqslant 10n\left(\frac{1}{2}\right)^n \leqslant \frac{10}{n}$$

D'où :

$$11\left(\frac{1}{2}\right)^n + 34 \leqslant 10n\left(\frac{1}{2}\right)^n + 11\left(\frac{1}{2}\right)^n \leqslant \frac{10}{n} + 11\left(\frac{1}{2}\right)^n + 34$$

Soit :

$$\underbrace{11\left(\frac{1}{2}\right)^n + 34}_{a_n} \leqslant w_n \leqslant \underbrace{\frac{10}{n} + 11\left(\frac{1}{2}\right)^n + 34}_{b_n}$$

Or $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^n = 0$ (car $-1 < \frac{1}{2} < 1$) et $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{10}{n} = 0$

3. (b) Pour tout $n \geqslant 4$, on a :

$$0 \leqslant 10n\left(\frac{1}{2}\right)^n \leqslant \frac{10}{n}$$

D'où :

$$11\left(\frac{1}{2}\right)^n + 34 \leqslant 10n\left(\frac{1}{2}\right)^n + 11\left(\frac{1}{2}\right)^n \leqslant \frac{10}{n} + 11\left(\frac{1}{2}\right)^n + 34$$

Soit :

$$\underbrace{11\left(\frac{1}{2}\right)^n + 34}_{a_n} \leqslant w_n \leqslant \underbrace{\frac{10}{n} + 11\left(\frac{1}{2}\right)^n + 34}_{b_n}$$

Or $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^n = 0$ (car $-1 < \frac{1}{2} < 1$) et $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{10}{n} = 0$ donc :

$$\lim_{n\to+\infty} a_n = 34$$

3. (b) Pour tout $n \geqslant 4$, on a :

$$0 \leqslant 10n\left(\frac{1}{2}\right)^n \leqslant \frac{10}{n}$$

D'où :

$$11\left(\frac{1}{2}\right)^n + 34 \leqslant 10n\left(\frac{1}{2}\right)^n + 11\left(\frac{1}{2}\right)^n \leqslant \frac{10}{n} + 11\left(\frac{1}{2}\right)^n + 34$$

Soit :

$$\underbrace{11\left(\frac{1}{2}\right)^n + 34}_{a_n} \leqslant w_n \leqslant \underbrace{\frac{10}{n} + 11\left(\frac{1}{2}\right)^n + 34}_{b_n}$$

Or $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^n = 0$ (car $-1 < \frac{1}{2} < 1$) et $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{10}{n} = 0$ donc :

$$\lim_{n\to+\infty} a_n = 34 \quad \text{et} \quad \lim_{n\to+\infty} b_n = 34$$

3. (b) Pour tout $n \geqslant 4$, on a :

$$0 \leqslant 10n\left(\frac{1}{2}\right)^n \leqslant \frac{10}{n}$$

D'où :

$$11\left(\frac{1}{2}\right)^n + 34 \leqslant 10n\left(\frac{1}{2}\right)^n + 11\left(\frac{1}{2}\right)^n \leqslant \frac{10}{n} + 11\left(\frac{1}{2}\right)^n + 34$$

Soit :

$$\underbrace{11\left(\frac{1}{2}\right)^n + 34}_{a_n} \leqslant w_n \leqslant \underbrace{\frac{10}{n} + 11\left(\frac{1}{2}\right)^n + 34}_{b_n}$$

Or $\lim\limits_{n \to +\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n = 0$ (car $-1 < \frac{1}{2} < 1$) et $\lim\limits_{n \to +\infty} \frac{10}{n} = 0$ donc :

$$\lim_{n \to +\infty} a_n = 34 \quad \text{et} \quad \lim_{n \to +\infty} b_n = 34$$

On en déduit, d'après le théorème des gendarmes, que la suite (w_n) converge et que :

3. (b) Pour tout $n \geqslant 4$, on a :

$$0 \leqslant 10n\left(\frac{1}{2}\right)^n \leqslant \frac{10}{n}$$

D'où :

$$11\left(\frac{1}{2}\right)^n + 34 \leqslant 10n\left(\frac{1}{2}\right)^n + 11\left(\frac{1}{2}\right)^n \leqslant \frac{10}{n} + 11\left(\frac{1}{2}\right)^n + 34$$

Soit :

$$\underbrace{11\left(\frac{1}{2}\right)^n + 34}_{a_n} \leqslant w_n \leqslant \underbrace{\frac{10}{n} + 11\left(\frac{1}{2}\right)^n + 34}_{b_n}$$

Or $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^n = 0$ (car $-1 < \frac{1}{2} < 1$) et $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{10}{n} = 0$ donc :

$$\lim_{n\to+\infty} a_n = 34 \quad \text{et} \quad \lim_{n\to+\infty} b_n = 34$$

On en déduit, d'après le théorème des gendarmes, que la suite (w_n) converge et que :

$$\boxed{\lim_{n\to+\infty} w_n = 34}$$

Exercice 3

- **Affirmation 1 : Vrai**

Exercice 3

- **Affirmation 1 : Vrai**

  La droite (d) est dirigée par le vecteur de coordonnées $\begin{pmatrix} \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} \\ 1 \end{pmatrix}$

Exercice 3

- **Affirmation 1 : Vrai**

  La droite (d) est dirigée par le vecteur de coordonnées $\begin{pmatrix} \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} \\ 1 \end{pmatrix}$ ou encore par le vecteur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$.

- **Affirmation 1 : Vrai**

La droite (d) est dirigée par le vecteur de coordonnées $\begin{pmatrix} \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} \\ 1 \end{pmatrix}$ ou encore par le vecteur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$. Or d'après son équation cartésienne, le plan P admet ce vecteur pour vecteur normal.

- **Affirmation 1 : Vrai**

  La droite (d) est dirigée par le vecteur de coordonnées $\begin{pmatrix} \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} \\ 1 \end{pmatrix}$ ou encore par le vecteur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$. Or d'après son équation cartésienne, le plan P admet ce vecteur pour vecteur normal. On en déduit que la droite (d) est orthogonale au plan P.

- **Affirmation 1 : Vrai**

La droite (d) est dirigée par le vecteur de coordonnées $\begin{pmatrix} \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} \\ 1 \end{pmatrix}$ ou encore par le vecteur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$. Or d'après son équation cartésienne, le plan P admet ce vecteur pour vecteur normal. On en déduit que la droite (d) est orthogonale au plan P. De plus le point H appartient au plan P car ses coordonnées vérifient l'équation

- **Affirmation 1 : Vrai**

La droite (d) est dirigée par le vecteur de coordonnées $\begin{pmatrix} \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} \\ 1 \end{pmatrix}$ ou encore par le vecteur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$. Or d'après son équation cartésienne, le plan P admet ce vecteur pour vecteur normal. On en déduit que la droite (d) est orthogonale au plan P. De plus le point H appartient au plan P car ses coordonnées vérifient l'équation $(2 \times (-6) + 3 \times 2 + 6 \times 2 - 6 = 0)$

Exercice 3

- **Affirmation 1 : Vrai**

La droite (d) est dirigée par le vecteur de coordonnées $\begin{pmatrix} \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} \\ 1 \end{pmatrix}$ ou encore par le vecteur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$. Or d'après son équation cartésienne, le plan P admet ce vecteur pour vecteur normal. On en déduit que la droite (d) est orthogonale au plan P. De plus le point H appartient au plan P car ses coordonnées vérifient l'équation $(2 \times (-6) + 3 \times 2 + 6 \times 2 - 6 = 0)$ et il appartient également à la droite (d)

- **Affirmation 1 : Vrai**

  La droite (d) est dirigée par le vecteur de coordonnées $\begin{pmatrix} \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} \\ 1 \end{pmatrix}$ ou encore par le vecteur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$. Or d'après son équation cartésienne, le plan P admet ce vecteur pour vecteur normal. On en déduit que la droite (d) est orthogonale au plan P. De plus le point H appartient au plan P car ses coordonnées vérifient l'équation $(2 \times (-6) + 3 \times 2 + 6 \times 2 - 6 = 0)$ et il appartient également à la droite (d) (il s'agit du point de paramètre $t = 6$ dans la représentation paramétrique donnée dans l'énoncé).

Exercice 3

- **Affirmation 1 : Vrai**

La droite (d) est dirigée par le vecteur de coordonnées $\begin{pmatrix} \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} \\ 1 \end{pmatrix}$ ou encore par le vecteur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$. Or d'après son équation cartésienne, le plan P admet ce vecteur pour vecteur normal. On en déduit que la droite (d) est orthogonale au plan P. De plus le point H appartient au plan P car ses coordonnées vérifient l'équation $(2 \times (-6) + 3 \times 2 + 6 \times 2 - 6 = 0)$ et il appartient également à la droite (d) (il s'agit du point de paramètre $t = 6$ dans la représentation paramétrique donnée dans l'énoncé). Le point H est donc le point d'intersection de la droite (d) et du plan P.

- **Affirmation 2 : Faux**

- **Affirmation 2 : Faux**

  On a $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-3\\2\\0\end{pmatrix}$

- **Affirmation 2 : Faux**

  On a $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-3\\2\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CH}\begin{pmatrix}-9\\2\\2\end{pmatrix}$

- **Affirmation 2 : Faux**

  On a $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-3\\2\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CH}\begin{pmatrix}-9\\2\\2\end{pmatrix}$ et donc $\|\overrightarrow{CD}\| = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$

- **Affirmation 2 : Faux**

  On a $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-3\\2\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CH}\begin{pmatrix}-9\\2\\2\end{pmatrix}$ et donc $\|\overrightarrow{CD}\| = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$ et $\|\overrightarrow{CH}\| = \sqrt{81+4+4} = \sqrt{89}$.

- **Affirmation 2 : Faux**

  On a $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-3\\2\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CH}\begin{pmatrix}-9\\2\\2\end{pmatrix}$ et donc $\|\overrightarrow{CD}\| = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$ et $\|\overrightarrow{CH}\| = \sqrt{81+4+4} = \sqrt{89}$.

  On a alors d'une part :

- **Affirmation 2 : Faux**

  On a $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-3\\2\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CH}\begin{pmatrix}-9\\2\\2\end{pmatrix}$ et donc $\|\overrightarrow{CD}\| = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$ et $\|\overrightarrow{CH}\| = \sqrt{81+4+4} = \sqrt{89}$.

  On a alors d'une part :

  $$\overrightarrow{CD}.\overrightarrow{CH} =$$

- **Affirmation 2 : Faux**

  On a $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-3\\2\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CH}\begin{pmatrix}-9\\2\\2\end{pmatrix}$ et donc $\|\overrightarrow{CD}\| = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$ et $\|\overrightarrow{CH}\| = \sqrt{81+4+4} = \sqrt{89}$.

  On a alors d'une part :

$$\overrightarrow{CD}.\overrightarrow{CH} = -3\times(-9)+2\times 2+0\times 2$$

- **Affirmation 2 : Faux**

  On a $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-3\\2\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CH}\begin{pmatrix}-9\\2\\2\end{pmatrix}$ et donc $\|\overrightarrow{CD}\| = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$ et $\|\overrightarrow{CH}\| = \sqrt{81+4+4} = \sqrt{89}$.

  On a alors d'une part :

  $$\overrightarrow{CD}.\overrightarrow{CH} = -3\times(-9)+2\times 2+0\times 2 = 31$$

- **Affirmation 2 : Faux**

  On a $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-3\\2\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CH}\begin{pmatrix}-9\\2\\2\end{pmatrix}$ et donc $\|\overrightarrow{CD}\| = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$ et $\|\overrightarrow{CH}\| = \sqrt{81+4+4} = \sqrt{89}$.

  On a alors d'une part :

  $$\overrightarrow{CD}.\overrightarrow{CH} = -3\times(-9)+2\times 2+0\times 2 = 31$$

  Et d'autre part :

- **Affirmation 2 : Faux**

On a $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-3\\2\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CH}\begin{pmatrix}-9\\2\\2\end{pmatrix}$ et donc $\|\overrightarrow{CD}\| = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$ et $\|\overrightarrow{CH}\| = \sqrt{81+4+4} = \sqrt{89}$.

On a alors d'une part :

$$\overrightarrow{CD}.\overrightarrow{CH} = -3\times(-9)+2\times 2+0\times 2 = 31$$

Et d'autre part :

$$\overrightarrow{CD}.\overrightarrow{CH} =$$

- **Affirmation 2 : Faux**

  On a $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-3\\2\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CH}\begin{pmatrix}-9\\2\\2\end{pmatrix}$ et donc $\|\overrightarrow{CD}\| = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$ et $\|\overrightarrow{CH}\| = \sqrt{81+4+4} = \sqrt{89}$.

  On a alors d'une part :

  $$\overrightarrow{CD}.\overrightarrow{CH} = -3 \times (-9) + 2 \times 2 + 0 \times 2 = 31$$

  Et d'autre part :

  $$\overrightarrow{CD}.\overrightarrow{CH} = \|\overrightarrow{CD}\| \times \|\overrightarrow{CH}\| \times \cos\left(\widehat{DCH}\right)$$

- **Affirmation 2 : Faux**

  On a $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-3\\2\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CH}\begin{pmatrix}-9\\2\\2\end{pmatrix}$ et donc $\|\overrightarrow{CD}\| = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$ et $\|\overrightarrow{CH}\| = \sqrt{81+4+4} = \sqrt{89}$.

  On a alors d'une part :

$$\overrightarrow{CD}.\overrightarrow{CH} = -3\times(-9)+2\times 2+0\times 2 = 31$$

  Et d'autre part :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{CD}.\overrightarrow{CH} &= \|\overrightarrow{CD}\|\times\|\overrightarrow{CH}\|\times\cos\left(\widehat{DCH}\right)\\ &= \sqrt{13}\times\sqrt{89}\times\cos\left(\widehat{DCH}\right)\end{aligned}$$

- **Affirmation 2 : Faux**

  On a $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-3\\2\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CH}\begin{pmatrix}-9\\2\\2\end{pmatrix}$ et donc $\|\overrightarrow{CD}\| = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$ et $\|\overrightarrow{CH}\| = \sqrt{81+4+4} = \sqrt{89}$.

  On a alors d'une part :

  $$\overrightarrow{CD}.\overrightarrow{CH} = -3\times(-9)+2\times 2+0\times 2 = 31$$

  Et d'autre part :

  $$\begin{aligned}\overrightarrow{CD}.\overrightarrow{CH} &= \|\overrightarrow{CD}\|\times\|\overrightarrow{CH}\|\times\cos\left(\widehat{DCH}\right)\\ &= \sqrt{13}\times\sqrt{89}\times\cos\left(\widehat{DCH}\right)\\ &= \sqrt{1\,157}\times\cos\left(\widehat{DCH}\right)\end{aligned}$$

- **Affirmation 2 : Faux**

  On a $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-3\\2\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CH}\begin{pmatrix}-9\\2\\2\end{pmatrix}$ et donc $\|\overrightarrow{CD}\| = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$ et $\|\overrightarrow{CH}\| = \sqrt{81+4+4} = \sqrt{89}$.

  On a alors d'une part :

$$\overrightarrow{CD}.\overrightarrow{CH} = -3\times(-9)+2\times 2+0\times 2 = 31$$

  Et d'autre part :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{CD}.\overrightarrow{CH} &= \|\overrightarrow{CD}\|\times\|\overrightarrow{CH}\|\times\cos\left(\widehat{DCH}\right)\\ &= \sqrt{13}\times\sqrt{89}\times\cos\left(\widehat{DCH}\right)\\ &= \sqrt{1\,157}\times\cos\left(\widehat{DCH}\right)\end{aligned}$$

  On en déduit l'égalité $\sqrt{1\,157}\times\cos\left(\widehat{DCH}\right) = 31$.

- **Affirmation 2 : Faux**

On a $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-3\\2\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CH}\begin{pmatrix}-9\\2\\2\end{pmatrix}$ et donc $\|\overrightarrow{CD}\| = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$ et $\|\overrightarrow{CH}\| = \sqrt{81+4+4} = \sqrt{89}$.

On a alors d'une part :

$$\overrightarrow{CD}.\overrightarrow{CH} = -3\times(-9)+2\times 2+0\times 2 = 31$$

Et d'autre part :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{CD}.\overrightarrow{CH} &= \|\overrightarrow{CD}\|\times\|\overrightarrow{CH}\|\times\cos\left(\widehat{DCH}\right)\\ &= \sqrt{13}\times\sqrt{89}\times\cos\left(\widehat{DCH}\right)\\ &= \sqrt{1\,157}\times\cos\left(\widehat{DCH}\right)\end{aligned}$$

On en déduit l'égalité $\sqrt{1\,157}\times\cos\left(\widehat{DCH}\right) = 31$.

Et donc $\cos\left(\widehat{DCH}\right) = \dfrac{31}{\sqrt{1\,157}}$.

- **Affirmation 2 : Faux**

On a $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-3\\2\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CH}\begin{pmatrix}-9\\2\\2\end{pmatrix}$ et donc $\|\overrightarrow{CD}\| = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$ et $\|\overrightarrow{CH}\| = \sqrt{81+4+4} = \sqrt{89}$.

On a alors d'une part :

$$\overrightarrow{CD}.\overrightarrow{CH} = -3\times(-9)+2\times 2+0\times 2 = 31$$

Et d'autre part :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{CD}.\overrightarrow{CH} &= \|\overrightarrow{CD}\|\times\|\overrightarrow{CH}\|\times\cos\left(\widehat{DCH}\right)\\ &= \sqrt{13}\times\sqrt{89}\times\cos\left(\widehat{DCH}\right)\\ &= \sqrt{1\,157}\times\cos\left(\widehat{DCH}\right)\end{aligned}$$

On en déduit l'égalité $\sqrt{1\,157}\times\cos\left(\widehat{DCH}\right) = 31$.

Et donc $\cos\left(\widehat{DCH}\right) = \dfrac{31}{\sqrt{1\,157}}$. On obtient alors, à l'aide de la calculatrice :

- **Affirmation 2 : Faux**

On a $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-3\\2\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CH}\begin{pmatrix}-9\\2\\2\end{pmatrix}$ et donc $\|\overrightarrow{CD}\| = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$ et $\|\overrightarrow{CH}\| = \sqrt{81+4+4} = \sqrt{89}$.

On a alors d'une part :

$$\overrightarrow{CD}.\overrightarrow{CH} = -3\times(-9)+2\times 2+0\times 2 = 31$$

Et d'autre part :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{CD}.\overrightarrow{CH} &= \|\overrightarrow{CD}\|\times\|\overrightarrow{CH}\|\times\cos\left(\widehat{DCH}\right)\\ &= \sqrt{13}\times\sqrt{89}\times\cos\left(\widehat{DCH}\right)\\ &= \sqrt{1\,157}\times\cos\left(\widehat{DCH}\right)\end{aligned}$$

On en déduit l'égalité $\sqrt{1\,157}\times\cos\left(\widehat{DCH}\right) = 31$.

Et donc $\cos\left(\widehat{DCH}\right) = \dfrac{31}{\sqrt{1\,157}}$. On obtient alors, à l'aide de la calculatrice :

$$\widehat{DCH} \approx 24,3^\circ$$

- **Affirmation 3 : Vrai**

- **Affirmation 3 : Vrai**
  Les plans P et P'' admettent respectivement pour vecteurs normaux les vecteurs $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}2\\3\\6\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{n'}\begin{pmatrix}1\\-2\\3\end{pmatrix}$.

- **Affirmation 3 : Vrai**
  Les plans P et P'' admettent respectivement pour vecteurs normaux les vecteurs $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}2\\3\\6\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{n'}\begin{pmatrix}1\\-2\\3\end{pmatrix}$. Les vecteurs $\overrightarrow{n}$ et $\overrightarrow{n'}$ ne sont pas colinéaires

- **Affirmation 3 : Vrai**
  Les plans P et P'' admettent respectivement pour vecteurs normaux les vecteurs $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}2\\3\\6\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{n'}\begin{pmatrix}1\\-2\\3\end{pmatrix}$. Les vecteurs $\overrightarrow{n}$ et $\overrightarrow{n'}$ ne sont pas colinéaires donc les plans P et P' ne sont pas parallèles,

- **Affirmation 3 : Vrai**
  Les plans P et P'' admettent respectivement pour vecteurs normaux les vecteurs $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}2\\3\\6\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{n'}\begin{pmatrix}1\\-2\\3\end{pmatrix}$. Les vecteurs $\overrightarrow{n}$ et $\overrightarrow{n'}$ ne sont pas colinéaires donc les plans P et P' ne sont pas parallèles, ils sont donc sécants suivant une droite.

- **Affirmation 3 : Vrai**
  Les plans P et P'' admettent respectivement pour vecteurs normaux les vecteurs $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}2\\3\\6\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{n'}\begin{pmatrix}1\\-2\\3\end{pmatrix}$. Les vecteurs $\overrightarrow{n}$ et $\overrightarrow{n'}$ ne sont pas colinéaires donc les plans P et P' ne sont pas parallèles, ils sont donc sécants suivant une droite. Soit M un point de la droite Δ,

- **Affirmation 3 : Vrai**
  Les plans P et P'' admettent respectivement pour vecteurs normaux les vecteurs $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}2\\3\\6\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{n'}\begin{pmatrix}1\\-2\\3\end{pmatrix}$. Les vecteurs $\overrightarrow{n}$ et $\overrightarrow{n'}$ ne sont pas colinéaires donc les plans P et P' ne sont pas parallèles, ils sont donc sécants suivant une droite. Soit M un point de la droite Δ, il existe un réel t tel que les coordonnées du point M soient $(3-3t\,;0\,;t)$.

- **Affirmation 3 : Vrai**
  Les plans P et P'' admettent respectivement pour vecteurs normaux les vecteurs $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}2\\3\\6\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{n'}\begin{pmatrix}1\\-2\\3\end{pmatrix}$. Les vecteurs $\overrightarrow{n}$ et $\overrightarrow{n'}$ ne sont pas colinéaires donc les plans P et P' ne sont pas parallèles, ils sont donc sécants suivant une droite. Soit M un point de la droite Δ, il existe un réel t tel que les coordonnées du point M soient $(3-3t\,;0\,;t)$. On a alors :

$$2(3-3t)+3\times 0+6\times t-6$$

- **Affirmation 3 : Vrai**
Les plans P et P'' admettent respectivement pour vecteurs normaux les vecteurs $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}2\\3\\6\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{n'}\begin{pmatrix}1\\-2\\3\end{pmatrix}$. Les vecteurs $\overrightarrow{n}$ et $\overrightarrow{n'}$ ne sont pas colinéaires donc les plans P et P' ne sont pas parallèles, ils sont donc sécants suivant une droite. Soit M un point de la droite Δ, il existe un réel t tel que les coordonnées du point M soient $(3-3t\,;0\,;t)$. On a alors :

$$2(3-3t)+3\times 0+6\times t-6=6-6t+6t-6$$

- **Affirmation 3 : Vrai**
  Les plans P et P'' admettent respectivement pour vecteurs normaux les vecteurs $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}2\\3\\6\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{n'}\begin{pmatrix}1\\-2\\3\end{pmatrix}$. Les vecteurs $\overrightarrow{n}$ et $\overrightarrow{n'}$ ne sont pas colinéaires donc les plans P et P' ne sont pas parallèles, ils sont donc sécants suivant une droite. Soit M un point de la droite Δ, il existe un réel t tel que les coordonnées du point M soient $(3-3t\,;0\,;t)$. On a alors :

$$2(3-3t)+3\times 0+6\times t-6=6-6t+6t-6=0$$

- **Affirmation 3 : Vrai**
  Les plans P et P'' admettent respectivement pour vecteurs normaux les vecteurs $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}2\\3\\6\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{n'}\begin{pmatrix}1\\-2\\3\end{pmatrix}$. Les vecteurs $\overrightarrow{n}$ et $\overrightarrow{n'}$ ne sont pas colinéaires donc les plans P et P' ne sont pas parallèles, ils sont donc sécants suivant une droite. Soit M un point de la droite Δ, il existe un réel t tel que les coordonnées du point M soient $(3-3t\,;\,0\,;\,t)$. On a alors :

$$2(3-3t)+3\times 0+6\times t-6=6-6t+6t-6=0$$

  Donc le point M appartient au plan P.

- **Affirmation 3 : Vrai**
  Les plans P et P'' admettent respectivement pour vecteurs normaux les vecteurs $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}2\\3\\6\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{n'}\begin{pmatrix}1\\-2\\3\end{pmatrix}$. Les vecteurs $\overrightarrow{n}$ et $\overrightarrow{n'}$ ne sont pas colinéaires donc les plans P et P' ne sont pas parallèles, ils sont donc sécants suivant une droite. Soit M un point de la droite Δ, il existe un réel t tel que les coordonnées du point M soient $(3-3t\,;0\,;t)$. On a alors :

$$2(3-3t)+3\times 0+6\times t-6=6-6t+6t-6=0$$

  Donc le point M appartient au plan P.
  Et :
$$(3-3t)-2\times 0+3\times t-3=3-3t+3t-3=0$$

- **Affirmation 3 : Vrai**
  Les plans P et P'' admettent respectivement pour vecteurs normaux les vecteurs $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}2\\3\\6\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{n'}\begin{pmatrix}1\\-2\\3\end{pmatrix}$. Les vecteurs $\overrightarrow{n}$ et $\overrightarrow{n'}$ ne sont pas colinéaires donc les plans P et P' ne sont pas parallèles, ils sont donc sécants suivant une droite. Soit M un point de la droite Δ, il existe un réel t tel que les coordonnées du point M soient $(3-3t\,;0\,;t)$. On a alors :

$$2(3-3t)+3\times 0+6\times t-6=6-6t+6t-6=0$$

  Donc le point M appartient au plan P.
  Et :

$$(3-3t)-2\times 0+3\times t-3=3-3t+3t-3=0$$

  Donc le point M appartient au plan P''.

- **Affirmation 3 : Vrai**
  Les plans P et P'' admettent respectivement pour vecteurs normaux les vecteurs $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}2\\3\\6\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{n'}\begin{pmatrix}1\\-2\\3\end{pmatrix}$. Les vecteurs $\overrightarrow{n}$ et $\overrightarrow{n'}$ ne sont pas colinéaires donc les plans P et P' ne sont pas parallèles, ils sont donc sécants suivant une droite. Soit M un point de la droite Δ, il existe un réel t tel que les coordonnées du point M soient $(3-3t\,;0\,;t)$. On a alors :

$$2(3-3t)+3\times 0+6\times t-6=6-6t+6t-6=0$$

  Donc le point M appartient au plan P.
  Et :

$$(3-3t)-2\times 0+3\times t-3=3-3t+3t-3=0$$

  Donc le point M appartient au plan P''.
  On en déduit que la droite Δ est incluse dans chacun des deux plans P et P',

- **Affirmation 3 : Vrai**

Les plans P et P'' admettent respectivement pour vecteurs normaux les vecteurs $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}2\\3\\6\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{n'}\begin{pmatrix}1\\-2\\3\end{pmatrix}$. Les vecteurs $\overrightarrow{n}$ et $\overrightarrow{n'}$ ne sont pas colinéaires donc les plans P et P' ne sont pas parallèles, ils sont donc sécants suivant une droite. Soit M un point de la droite Δ, il existe un réel t tel que les coordonnées du point M soient $(3-3t\,;0\,;t)$. On a alors :

$$2(3-3t)+3\times 0+6\times t-6=6-6t+6t-6=0$$

Donc le point M appartient au plan P.
Et :

$$(3-3t)-2\times 0+3\times t-3=3-3t+3t-3=0$$

Donc le point M appartient au plan P''.
On en déduit que la droite Δ est incluse dans chacun des deux plans P et P', il s'agit donc bien de la droite d'intersection de ces deux plans.

- **Affirmation 4 : Vrai**

- **Affirmation 4 : Vrai**

  On a $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-3\\2\\0\end{pmatrix}$

- **Affirmation 4 : Vrai**

  On a $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-3\\2\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CJ}\begin{pmatrix}\frac{93}{13}\\\frac{62}{13}\\0\end{pmatrix}$.

- **Affirmation 4 : Vrai**

  On a $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-3\\2\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CJ}\begin{pmatrix}\frac{93}{13}\\\frac{62}{13}\\0\end{pmatrix}$. On peut remarquer que

  $\overrightarrow{CJ}=\dfrac{31}{13}\overrightarrow{CD}$

- **Affirmation 4 : Vrai**

  On a $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-3\\2\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CJ}\begin{pmatrix}\frac{93}{13}\\\frac{62}{13}\\0\end{pmatrix}$. On peut remarquer que $\overrightarrow{CJ}=\dfrac{31}{13}\overrightarrow{CD}$ donc les vecteurs $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{CJ}$ sont colinéaires.

- **Affirmation 4 : Vrai**

On a $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-3\\2\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CJ}\begin{pmatrix}\frac{93}{13}\\\frac{62}{13}\\0\end{pmatrix}$. On peut remarquer que $\overrightarrow{CJ}=\dfrac{31}{13}\overrightarrow{CD}$ donc les vecteurs $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{CJ}$ sont colinéaires. On en déduit que le point J appartient à la droite (CD).

- **Affirmation 4 : Vrai**

  On a $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-3\\2\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CJ}\begin{pmatrix}\frac{93}{13}\\\frac{62}{13}\\0\end{pmatrix}$. On peut remarquer que $\overrightarrow{CJ} = \frac{31}{13}\overrightarrow{CD}$ donc les vecteurs $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{CJ}$ sont colinéaires. On en déduit que le point J appartient à la droite (CD). De plus, on a $\overrightarrow{HJ}\begin{pmatrix}\frac{24}{13}\\\frac{36}{13}\\-2\end{pmatrix}$

- **Affirmation 4 : Vrai**

  On a $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-3\\2\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CJ}\begin{pmatrix}\frac{93}{13}\\\frac{62}{13}\\0\end{pmatrix}$. On peut remarquer que $\overrightarrow{CJ}=\frac{31}{13}\overrightarrow{CD}$ donc les vecteurs $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{CJ}$ sont colinéaires. On en déduit que le point J appartient à la droite (CD). De plus, on a $\overrightarrow{HJ}\begin{pmatrix}\frac{24}{13}\\\frac{36}{13}\\-2\end{pmatrix}$ d'où :

  $$\overrightarrow{CD}.\overrightarrow{HJ}=$$

- **Affirmation 4 : Vrai**

On a $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-3\\2\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CJ}\begin{pmatrix}\frac{93}{13}\\\frac{62}{13}\\0\end{pmatrix}$. On peut remarquer que $\overrightarrow{CJ}=\dfrac{31}{13}\overrightarrow{CD}$ donc les vecteurs $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{CJ}$ sont colinéaires. On en déduit que le point J appartient à la droite (CD). De plus, on a $\overrightarrow{HJ}\begin{pmatrix}\frac{24}{13}\\\frac{36}{13}\\-2\end{pmatrix}$ d'où :

$$\overrightarrow{CD}.\overrightarrow{HJ}=-3\times\frac{24}{13}+2\times\frac{36}{13}+0\times(-2)$$

- **Affirmation 4 : Vrai**

  On a $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-3\\2\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CJ}\begin{pmatrix}\frac{93}{13}\\\frac{62}{13}\\0\end{pmatrix}$. On peut remarquer que

  $\overrightarrow{CJ}=\dfrac{31}{13}\overrightarrow{CD}$ donc les vecteurs $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{CJ}$ sont colinéaires. On en déduit que le point J appartient à la droite (CD). De plus, on a

  $\overrightarrow{HJ}\begin{pmatrix}\frac{24}{13}\\\frac{36}{13}\\-2\end{pmatrix}$ d'où :

$$\overrightarrow{CD}.\overrightarrow{HJ} = -3\times\frac{24}{13}+2\times\frac{36}{13}+0\times(-2)=-\frac{72}{13}+\frac{72}{13}$$

- **Affirmation 4 : Vrai**

  On a $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-3\\2\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CJ}\begin{pmatrix}\frac{93}{13}\\\frac{62}{13}\\0\end{pmatrix}$. On peut remarquer que $\overrightarrow{CJ}=\dfrac{31}{13}\overrightarrow{CD}$ donc les vecteurs $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{CJ}$ sont colinéaires. On en déduit que le point J appartient à la droite (CD). De plus, on a $\overrightarrow{HJ}\begin{pmatrix}\frac{24}{13}\\\frac{36}{13}\\-2\end{pmatrix}$ d'où :

$$\overrightarrow{CD}.\overrightarrow{HJ}=-3\times\frac{24}{13}+2\times\frac{36}{13}+0\times(-2)=-\frac{72}{13}+\frac{72}{13}=0$$

- **Affirmation 4 : Vrai**

  On a $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-3\\2\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CJ}\begin{pmatrix}\frac{93}{13}\\\frac{62}{13}\\0\end{pmatrix}$. On peut remarquer que

  $\overrightarrow{CJ} = \dfrac{31}{13}\overrightarrow{CD}$ donc les vecteurs $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{CJ}$ sont colinéaires. On en déduit que le point J appartient à la droite (CD). De plus, on a

  $\overrightarrow{HJ}\begin{pmatrix}\frac{24}{13}\\\frac{36}{13}\\-2\end{pmatrix}$ d'où :

$$\overrightarrow{CD}.\overrightarrow{HJ} = -3\times\frac{24}{13}+2\times\frac{36}{13}+0\times(-2) = -\frac{72}{13}+\frac{72}{13} = 0$$

  Le vecteur $\overrightarrow{HJ}$ est donc orthogonal à $\overrightarrow{CD}$.

- **Affirmation 4 : Vrai**

  On a $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-3\\2\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CJ}\begin{pmatrix}\frac{93}{13}\\\frac{62}{13}\\0\end{pmatrix}$. On peut remarquer que

  $\overrightarrow{CJ} = \dfrac{31}{13}\overrightarrow{CD}$ donc les vecteurs $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{CJ}$ sont colinéaires. On en déduit que le point J appartient à la droite (CD). De plus, on a

  $\overrightarrow{HJ}\begin{pmatrix}\frac{24}{13}\\\frac{36}{13}\\-2\end{pmatrix}$ d'où :

  $$\overrightarrow{CD}.\overrightarrow{HJ} = -3\times\frac{24}{13} + 2\times\frac{36}{13} + 0\times(-2) = -\frac{72}{13} + \frac{72}{13} = 0$$

  Le vecteur $\overrightarrow{HJ}$ est donc orthogonal à $\overrightarrow{CD}$.
  Finalement, J est bien le projeté orthogonal du point H sur la droite (CD).

1. Par lecture graphique, la température redescend à sa valeur initiale au temps $t \approx 3,75$,

1. Par lecture graphique, la température redescend à sa valeur initiale au temps $t \approx 3,75$, soit au bout d'environ :

1. Par lecture graphique, la température redescend à sa valeur initiale au temps $t \approx 3,75$, soit au bout d'environ :

$$\boxed{\text{3 heures et 45 minutes}}$$

2. On a $f(0) =$

2. On a $f(0) = (a \times 0 + b)\mathrm{e}^{-0,5\times 0}$

2. On a $f(0) = (a \times 0 + b)\mathrm{e}^{-0,5 \times 0} = b$

2. On a $f(0) = (a \times 0 + b)\mathrm{e}^{-0,5\times 0} = b$ et comme $f(0) = 40$,

2. On a $f(0) = (a \times 0 + b)\mathrm{e}^{-0,5\times 0} = b$ et comme $f(0) = 40$, on en déduit :

$$\boxed{b = 40}$$

3. D'après la question précédente, pour tout $t \in [0\,; 10]$,

3. D'après la question précédente, pour tout $t \in [0\,; 10]$,
$f(t) = (at + 40)\mathrm{e}^{-0,5t}$.

3. D'après la question précédente, pour tout $t \in [0\,;\,10]$,
$f(t) = (at + 40)\mathrm{e}^{-0,5t}$. La fonction f est dérivable sur $[0\,;\,10]$ et :

3. D'après la question précédente, pour tout $t \in [0\,; 10]$,
$f(t) = (at + 40)\mathrm{e}^{-0,5t}$. La fonction f est dérivable sur $[0\,; 10]$ et :

$$f'(t) =$$

3. D'après la question précédente, pour tout $t \in [0\,;\,10]$,
$f(t) = (at + 40)\mathrm{e}^{-0,5t}$. La fonction f est dérivable sur $[0\,;\,10]$ et :

$$f'(t) = a \times \mathrm{e}^{-0,5t} + (at + 40) \times \left(-0,5\mathrm{e}^{-0,5t}\right)$$

3. D'après la question précédente, pour tout $t \in [0\,;\,10]$,
$f(t) = (at+40)\mathrm{e}^{-0,5t}$. La fonction f est dérivable sur $[0\,;\,10]$ et :

$$\begin{aligned} f'(t) &= a \times \mathrm{e}^{-0,5t} + (at+40) \times \left(-0,5\mathrm{e}^{-0,5t}\right) \\ &= (a - 0,5at - 20)\mathrm{e}^{-0,5t} \end{aligned}$$

3. D'après la question précédente, pour tout $t \in [0\,;\,10]$,
$f(t) = (at + 40)\mathrm{e}^{-0,5t}$. La fonction f est dérivable sur $[0\,;\,10]$ et :

$$\begin{aligned} f'(t) &= a \times \mathrm{e}^{-0,5t} + (at + 40) \times \left(-0,5\mathrm{e}^{-0,5t}\right) \\ &= (a - 0,5at - 20)\mathrm{e}^{-0,5t} \end{aligned}$$

On a alors, pour tout $t \in [0\,;\,10]$:

3. D'après la question précédente, pour tout $t \in [0\,;\,10]$, $f(t) = (at+40)e^{-0,5t}$. La fonction f est dérivable sur $[0\,;\,10]$ et :

$$\begin{aligned} f'(t) &= a \times e^{-0,5t} + (at+40) \times \left(-0,5e^{-0,5t}\right) \\ &= (a - 0,5at - 20)e^{-0,5t} \end{aligned}$$

On a alors, pour tout $t \in [0\,;\,10]$:

$$f'(t) + 0,5f(t) =$$

3. D'après la question précédente, pour tout $t \in [0\,;\,10]$, $f(t) = (at + 40)\mathrm{e}^{-0,5t}$. La fonction f est dérivable sur $[0\,;\,10]$ et :

$$\begin{aligned} f'(t) &= a \times \mathrm{e}^{-0,5t} + (at + 40) \times \left(-0,5\mathrm{e}^{-0,5t}\right) \\ &= (a - 0,5at - 20)\mathrm{e}^{-0,5t} \end{aligned}$$

On a alors, pour tout $t \in [0\,;\,10]$:

$$f'(t) + 0,5f(t) = (a - 0,5at - 20)\mathrm{e}^{-0,5t} + 0,5(at + 40)\mathrm{e}^{-0,5t}$$

3. D'après la question précédente, pour tout $t \in [0\,;\,10]$,
$f(t) = (at + 40)\mathrm{e}^{-0,5t}$. La fonction f est dérivable sur $[0\,;\,10]$ et :

$$\begin{aligned} f'(t) &= a \times \mathrm{e}^{-0,5t} + (at + 40) \times \left(-0,5\mathrm{e}^{-0,5t}\right) \\ &= (a - 0,5at - 20)\mathrm{e}^{-0,5t} \end{aligned}$$

On a alors, pour tout $t \in [0\,;\,10]$:

$$\begin{aligned} f'(t) + 0,5f(t) &= (a - 0,5at - 20)\mathrm{e}^{-0,5t} + 0,5(at + 40)\mathrm{e}^{-0,5t} \\ &= a\mathrm{e}^{-0,5t} \end{aligned}$$

3. D'après la question précédente, pour tout $t \in [0\,;\,10]$, $f(t) = (at + 40)\mathrm{e}^{-0,5t}$. La fonction f est dérivable sur $[0\,;\,10]$ et :

$$\begin{aligned} f'(t) &= a \times \mathrm{e}^{-0,5t} + (at + 40) \times \left(-0,5\mathrm{e}^{-0,5t}\right) \\ &= (a - 0,5at - 20)\mathrm{e}^{-0,5t} \end{aligned}$$

On a alors, pour tout $t \in [0\,;\,10]$:

$$\begin{aligned} f'(t) + 0,5f(t) &= (a - 0,5at - 20)\mathrm{e}^{-0,5t} + 0,5(at + 40)\mathrm{e}^{-0,5t} \\ &= a\mathrm{e}^{-0,5t} \end{aligned}$$

Donc f est solution de l'équation différentielle $y' + 0,5y = 60\mathrm{e}^{-0,5t}$

3. D'après la question précédente, pour tout $t \in [0\,;\,10]$,
$f(t) = (at + 40)\mathrm{e}^{-0,5t}$. La fonction f est dérivable sur $[0\,;\,10]$ et :

$$\begin{aligned} f'(t) &= a \times \mathrm{e}^{-0,5t} + (at + 40) \times \left(-0,5\mathrm{e}^{-0,5t}\right) \\ &= (a - 0,5at - 20)\mathrm{e}^{-0,5t} \end{aligned}$$

On a alors, pour tout $t \in [0\,;\,10]$:

$$\begin{aligned} f'(t) + 0,5f(t) &= (a - 0,5at - 20)\mathrm{e}^{-0,5t} + 0,5(at + 40)\mathrm{e}^{-0,5t} \\ &= a\mathrm{e}^{-0,5t} \end{aligned}$$

Donc f est solution de l'équation différentielle $y' + 0,5y = 60\mathrm{e}^{-0,5t}$
si et seulement si $a\mathrm{e}^{-0,5t} = 60\mathrm{e}^{-0,5t}$

3. D'après la question précédente, pour tout $t \in [0\,;\,10]$,
$f(t) = (at + 40)\mathrm{e}^{-0,5t}$. La fonction f est dérivable sur $[0\,;\,10]$ et :

$$\begin{aligned} f'(t) &= a \times \mathrm{e}^{-0,5t} + (at + 40) \times \left(-0,5\mathrm{e}^{-0,5t}\right) \\ &= (a - 0,5at - 20)\mathrm{e}^{-0,5t} \end{aligned}$$

On a alors, pour tout $t \in [0\,;\,10]$:

$$\begin{aligned} f'(t) + 0,5f(t) &= (a - 0,5at - 20)\mathrm{e}^{-0,5t} + 0,5(at + 40)\mathrm{e}^{-0,5t} \\ &= a\mathrm{e}^{-0,5t} \end{aligned}$$

Donc f est solution de l'équation différentielle $y' + 0,5y = 60\mathrm{e}^{-0,5t}$ si et seulement si $a\mathrm{e}^{-0,5t} = 60\mathrm{e}^{-0,5t}$ donc si et seulement si :

3. D'après la question précédente, pour tout $t \in [0\,;\,10]$,
$f(t) = (at + 40)\mathrm{e}^{-0,5t}$. La fonction f est dérivable sur $[0\,;\,10]$ et :

$$\begin{aligned} f'(t) &= a \times \mathrm{e}^{-0,5t} + (at + 40) \times \left(-0,5\mathrm{e}^{-0,5t}\right) \\ &= (a - 0,5at - 20)\mathrm{e}^{-0,5t} \end{aligned}$$

On a alors, pour tout $t \in [0\,;\,10]$:

$$\begin{aligned} f'(t) + 0,5f(t) &= (a - 0,5at - 20)\mathrm{e}^{-0,5t} + 0,5(at + 40)\mathrm{e}^{-0,5t} \\ &= a\mathrm{e}^{-0,5t} \end{aligned}$$

Donc f est solution de l'équation différentielle $y' + 0,5y = 60\mathrm{e}^{-0,5t}$ si et seulement si $a\mathrm{e}^{-0,5t} = 60\mathrm{e}^{-0,5t}$ donc si et seulement si :

$$\boxed{a = 60}$$

Partie B

1. La fonction f est dérivable sur $[0\,;\,10]$ et, pour tout réel t de l'intervalle $[0\,;\,10]$, on a :

Partie B

1. La fonction f est dérivable sur $[0\,;\,10]$ et, pour tout réel t de l'intervalle $[0\,;\,10]$, on a :

$$f'(t) =$$

Partie B

1. La fonction f est dérivable sur $[0\,;\,10]$ et, pour tout réel t de l'intervalle $[0\,;\,10]$, on a :

$$f'(t) = 60 \times \mathrm{e}^{-0{,}5t} + (60t + 40) \times \left(-0,5\mathrm{e}^{-0{,}5t}\right)$$

Partie B

1. La fonction f est dérivable sur $[0\,;\,10]$ et, pour tout réel t de l'intervalle $[0\,;\,10]$, on a :

$$\begin{aligned} f'(t) &= 60 \times \mathrm{e}^{-0,5t} + (60t + 40) \times \left(-0,5\mathrm{e}^{-0,5t}\right) \\ &= (60 - 30t - 20)\,\mathrm{e}^{-0,5t} \end{aligned}$$

Partie B

1. La fonction f est dérivable sur $[0\,;\,10]$ et, pour tout réel t de l'intervalle $[0\,;\,10]$, on a :

$$\begin{aligned} f'(t) &= 60 \times \mathrm{e}^{-0,5t} + (60t + 40) \times \left(-0,5\mathrm{e}^{-0,5t}\right) \\ &= (60 - 30t - 20)\,\mathrm{e}^{-0,5t} \\ &= (40 - 30t)\,\mathrm{e}^{-0,5t} \end{aligned}$$

1. La fonction f est dérivable sur $[0\,;\,10]$ et, pour tout réel t de l'intervalle $[0\,;\,10]$, on a :

$$\begin{aligned} f'(t) &= 60 \times \mathrm{e}^{-0,5t} + (60t + 40) \times \left(-0,5\mathrm{e}^{-0,5t}\right) \\ &= (60 - 30t - 20)\,\mathrm{e}^{-0,5t} \\ &= (40 - 30t)\,\mathrm{e}^{-0,5t} \end{aligned}$$

Soit :

$$\boxed{f'(t) = (40 - 30t)\mathrm{e}^{-0,5t}}$$

2. (a) Pour tout $t \in [0\,;\,10]$, $\mathrm{e}^{-0{,}5t} > 0$

2. (a) Pour tout $t \in [0\,;\,10]$, $\mathrm{e}^{-0,5t} > 0$ donc $f'(t)$ est du signe de $40 - 30t$.

2. (a) Pour tout $t \in [0\,;\,10]$, $\mathrm{e}^{-0,5t} > 0$ donc $f'(t)$ est du signe de $40 - 30t$.
Or :

$$40 - 30t \geqslant 0 \Longleftrightarrow$$

2. (a) Pour tout $t \in [0\,;\,10]$, $\mathrm{e}^{-0,5t} > 0$ donc $f'(t)$ est du signe de $40 - 30t$.
Or :

$$40 - 30t \geqslant 0 \Longleftrightarrow 30t \leqslant 40$$

2. (a) Pour tout $t \in [0\,;\,10]$, $\mathrm{e}^{-0,5t} > 0$ donc $f'(t)$ est du signe de $40 - 30t$.
Or :

$$\begin{aligned} 40 - 30t \geqslant 0 &\Longleftrightarrow 30t \leqslant 40 \\ &\Longleftrightarrow t \leqslant \frac{4}{3} \end{aligned}$$

2. (a) Pour tout $t \in [0\,;10]$, $\mathrm{e}^{-0,5t} > 0$ donc $f'(t)$ est du signe de $40 - 30t$.
Or :

$$\begin{aligned} 40 - 30t \geqslant 0 &\iff 30t \leqslant 40 \\ &\iff t \leqslant \frac{4}{3} \end{aligned}$$

On a donc le tableau :

2. (a) Pour tout $t \in [0\,;\,10]$, $e^{-0,5t} > 0$ donc $f'(t)$ est du signe de $40 - 30t$.
Or :

$$\begin{aligned} 40 - 30t \geqslant 0 &\iff 30t \leqslant 40 \\ &\iff t \leqslant \frac{4}{3} \end{aligned}$$

On a donc le tableau :

t	0		$\frac{4}{3}$		10
$f'(t)$		$+$	0	$-$	
$f(t)$	40	$\nearrow$	$120e^{-\frac{2}{3}}$	$\searrow$	$640e^{-5}$

2. (b)

- On a $f(0) = 40$

2. (b)

- On a $f(0) = 40$ et f est strictement croissante sur l'intervalle $\left]0\,;\,\dfrac{4}{3}\right]$

2. (b)

- On a $f(0) = 40$ et f est strictement croissante sur l'intervalle $\left]0\,;\,\dfrac{4}{3}\right]$ donc l'équation $f(t) = 0$ n'admet aucune solution sur $\left]0\,;\,\dfrac{4}{3}\right]$.

2. (b)

- On a $f(0) = 40$ et f est strictement croissante sur l'intervalle $\left]0\,;\,\dfrac{4}{3}\right]$ donc l'équation $f(t) = 0$ n'admet aucune solution sur $\left]0\,;\,\dfrac{4}{3}\right]$.
- Sur l'intervalle $\left[\dfrac{4}{3}\,;\,10\right]$,

2. (b)

- On a $f(0) = 40$ et f est strictement croissante sur l'intervalle $\left]0\,;\,\dfrac{4}{3}\right]$ donc l'équation $f(t) = 0$ n'admet aucune solution sur $\left]0\,;\,\dfrac{4}{3}\right]$.
- Sur l'intervalle $\left[\dfrac{4}{3}\,;\,10\right]$, la fonction f est continue et strictement décroissante.

2. (b)

- On a $f(0) = 40$ et f est strictement croissante sur l'intervalle $\left]0\,;\,\dfrac{4}{3}\right]$ donc l'équation $f(t) = 0$ n'admet aucune solution sur $\left]0\,;\,\dfrac{4}{3}\right]$.
- Sur l'intervalle $\left[\dfrac{4}{3}\,;\,10\right]$, la fonction f est continue et strictement décroissante. De plus $f\left(\dfrac{4}{3}\right) = 120\mathrm{e}^{-\frac{2}{3}} \approx 61,61 > 40$

2. (b)

- On a $f(0) = 40$ et f est strictement croissante sur l'intervalle $\left]0\,;\,\dfrac{4}{3}\right]$ donc l'équation $f(t) = 0$ n'admet aucune solution sur $\left]0\,;\,\dfrac{4}{3}\right]$.
- Sur l'intervalle $\left[\dfrac{4}{3}\,;\,10\right]$, la fonction f est continue et strictement décroissante. De plus $f\left(\dfrac{4}{3}\right) = 120\mathrm{e}^{-\frac{2}{3}} \approx 61,61 > 40$ et $f(10) = 640\mathrm{e}^{-5} \approx 4,31 < 40$.

2. (b)

- On a $f(0) = 40$ et f est strictement croissante sur l'intervalle $\left]0\,;\,\dfrac{4}{3}\right]$ donc l'équation $f(t) = 0$ n'admet aucune solution sur $\left]0\,;\,\dfrac{4}{3}\right]$.
- Sur l'intervalle $\left[\dfrac{4}{3}\,;\,10\right]$, la fonction f est continue et strictement décroissante. De plus $f\left(\dfrac{4}{3}\right) = 120\mathrm{e}^{-\frac{2}{3}} \approx 61,61 > 40$ et $f(10) = 640\mathrm{e}^{-5} \approx 4,31 < 40$. Donc d'après le théorème des valeurs intermédiaires,

2. (b)

- On a $f(0) = 40$ et f est strictement croissante sur l'intervalle $\left]0\,;\,\dfrac{4}{3}\right]$ donc l'équation $f(t) = 0$ n'admet aucune solution sur $\left]0\,;\,\dfrac{4}{3}\right]$.
- Sur l'intervalle $\left[\dfrac{4}{3}\,;\,10\right]$, la fonction f est continue et strictement décroissante. De plus $f\left(\dfrac{4}{3}\right) = 120\mathrm{e}^{-\frac{2}{3}} \approx 61,61 > 40$ et $f(10) = 640\mathrm{e}^{-5} \approx 4,31 < 40$. Donc d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $f(x) = 40$ admet une unique solution α sur $\left[\dfrac{4}{3}\,;\,10\right]$.

2. (b)

- On a $f(0) = 40$ et f est strictement croissante sur l'intervalle $\left]0\,;\,\dfrac{4}{3}\right]$ donc l'équation $f(t) = 0$ n'admet aucune solution sur $\left]0\,;\,\dfrac{4}{3}\right]$.
- Sur l'intervalle $\left[\dfrac{4}{3}\,;\,10\right]$, la fonction f est continue et strictement décroissante. De plus $f\left(\dfrac{4}{3}\right) = 120\mathrm{e}^{-\frac{2}{3}} \approx 61,61 > 40$ et $f(10) = 640\mathrm{e}^{-5} \approx 4,31 < 40$. Donc d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $f(x) = 40$ admet une unique solution α sur $\left[\dfrac{4}{3}\,;\,10\right]$.

Finalement, l'équation $f(t) = 40$ admet une unique solution α sur l'intervalle $]0\,;\,10]$.

2. (c) On a :

- $f(3,8) \approx 40,08 > 40$

2. (c) On a :

- $f(3,8) \approx 40,08 > 40$
- $f(3,9) \approx 38,98 < 40$

2. (c) On a :

- $f(3,8) \approx 40,08 > 40$
- $f(3,9) \approx 38,98 < 40$

Donc :

$$\boxed{3,8 < \alpha < 3,9}$$

2. (c) On a :

- $f(3,8) \approx 40,08 > 40$
- $f(3,9) \approx 38,98 < 40$

Donc :

$$\boxed{3,8 < \alpha < 3,9}$$

Cela signifie que la température passe en-dessous de 40°au bout d'environ $3,9$ heures,

2. (c) On a :

- $f(3,8) \approx 40,08 > 40$
- $f(3,9) \approx 38,98 < 40$

Donc :

$$\boxed{3,8 < \alpha < 3,9}$$

Cela signifie que la température passe en-dessous de 40°au bout d'environ $3,9$ heures, soit 3 heures et 54 minutes.

3. (a) Pour tout $t \in [0\,; 4]$, on pose :

3. (a) Pour tout $t \in [0\,;\,4]$, on pose :

$$\begin{cases} u(t) = 60t + 40 \\ v'(t) = \mathrm{e}^{-0,5t} \end{cases}$$

3. (a) Pour tout $t \in [0\,;4]$, on pose :

$$\begin{cases} u(t) = 60t + 40 \\ v'(t) = \mathrm{e}^{-0,5t} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(t) = 60 \\ v(t) = -2\mathrm{e}^{-0,5t} \end{cases}$$

3. (a) Pour tout $t \in [0\,;4]$, on pose :

$$\begin{cases} u(t) = 60t + 40 \\ v'(t) = \mathrm{e}^{-0,5t} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(t) = 60 \\ v(t) = -2\mathrm{e}^{-0,5t} \end{cases}$$

On a alors, par intégration par parties :

3. (a) Pour tout $t \in [0\,;4]$, on pose :

$$\begin{cases} u(t) = 60t + 40 \\ v'(t) = \mathrm{e}^{-0,5t} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(t) = 60 \\ v(t) = -2\mathrm{e}^{-0,5t} \end{cases}$$

On a alors, par intégration par parties :

$$\int_0^4 (60t + 40)\mathrm{e}^{-0,5t}\,\mathrm{d}t =$$

3. (a) Pour tout $t \in [0\,;4]$, on pose :

$$\begin{cases} u(t) = 60t + 40 \\ v'(t) = \mathrm{e}^{-0,5t} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(t) = 60 \\ v(t) = -2\mathrm{e}^{-0,5t} \end{cases}$$

On a alors, par intégration par parties :

$$\int_0^4 (60t + 40)\mathrm{e}^{-0,5t}\,\mathrm{d}t = \Big[-2(60t + 40)\mathrm{e}^{-0,5t}\Big]_0^4 - \int_0^4 60 \times (-2\mathrm{e}^{-0,5t})\,\mathrm{d}t$$

3. (a) Pour tout $t \in [0\,;4]$, on pose :

$$\begin{cases} u(t) = 60t + 40 \\ v'(t) = \mathrm{e}^{-0,5t} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(t) = 60 \\ v(t) = -2\mathrm{e}^{-0,5t} \end{cases}$$

On a alors, par intégration par parties :

$$\begin{aligned} \int_0^4 (60t+40)\mathrm{e}^{-0,5t}\,\mathrm{d}t &= \Big[-2(60t+40)\mathrm{e}^{-0,5t}\Big]_0^4 - \int_0^4 60 \times (-2\mathrm{e}^{-0,5t})\,\mathrm{d}t \\ &= \Big[(-120t-80)\mathrm{e}^{-0,5t}\Big]_0^4 + \int_0^4 120\mathrm{e}^{-0,5t}\,\mathrm{d}t \end{aligned}$$

3. (a) Pour tout $t \in [0\,;4]$, on pose :

$$\begin{cases} u(t) = 60t + 40 \\ v'(t) = \mathrm{e}^{-0,5t} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(t) = 60 \\ v(t) = -2\mathrm{e}^{-0,5t} \end{cases}$$

On a alors, par intégration par parties :

$$\begin{aligned} \int_0^4 (60t+40)\mathrm{e}^{-0,5t}\,\mathrm{d}t &= \Big[-2(60t+40)\mathrm{e}^{-0,5t}\Big]_0^4 - \int_0^4 60 \times \left(-2\mathrm{e}^{-0,5t}\right)\mathrm{d}t \\ &= \Big[(-120t-80)\mathrm{e}^{-0,5t}\Big]_0^4 + \int_0^4 120\mathrm{e}^{-0,5t}\,\mathrm{d}t \\ &= -560\mathrm{e}^{-2} + 80 + \Big[-240\mathrm{e}^{-0,5t}\Big]_0^4 \end{aligned}$$

3. (a) Pour tout $t \in [0\,;4]$, on pose :

$$\begin{cases} u(t) = 60t + 40 \\ v'(t) = \mathrm{e}^{-0,5t} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(t) = 60 \\ v(t) = -2\mathrm{e}^{-0,5t} \end{cases}$$

On a alors, par intégration par parties :

$$\begin{aligned} \int_0^4 (60t+40)\mathrm{e}^{-0,5t}\,\mathrm{d}t &= \Big[-2(60t+40)\mathrm{e}^{-0,5t}\Big]_0^4 - \int_0^4 60 \times (-2\mathrm{e}^{-0,5t})\,\mathrm{d}t \\ &= \Big[(-120t-80)\mathrm{e}^{-0,5t}\Big]_0^4 + \int_0^4 120\mathrm{e}^{-0,5t}\,\mathrm{d}t \\ &= -560\mathrm{e}^{-2} + 80 + \Big[-240\mathrm{e}^{-0,5t}\Big]_0^4 \\ &= -560\mathrm{e}^{-2} + 80 - 240\mathrm{e}^{-2} + 240 \end{aligned}$$

3. (a) Pour tout $t \in [0\,;4]$, on pose :

$$\begin{cases} u(t) = 60t + 40 \\ v'(t) = \mathrm{e}^{-0,5t} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(t) = 60 \\ v(t) = -2\mathrm{e}^{-0,5t} \end{cases}$$

On a alors, par intégration par parties :

$$\begin{aligned}
\int_0^4 (60t+40)\mathrm{e}^{-0,5t}\,\mathrm{d}t &= \Big[-2(60t+40)\mathrm{e}^{-0,5t}\Big]_0^4 - \int_0^4 60 \times (-2\mathrm{e}^{-0,5t})\,\mathrm{d}t \\
&= \Big[(-120t-80)\mathrm{e}^{-0,5t}\Big]_0^4 + \int_0^4 120\mathrm{e}^{-0,5t}\,\mathrm{d}t \\
&= -560\mathrm{e}^{-2} + 80 + \Big[-240\mathrm{e}^{-0,5t}\Big]_0^4 \\
&= -560\mathrm{e}^{-2} + 80 - 240\mathrm{e}^{-2} + 240 \\
&= -800\mathrm{e}^{-2} + 320
\end{aligned}$$

3. (a) Pour tout $t \in [0\,;4]$, on pose :

$$\begin{cases} u(t) = 60t + 40 \\ v'(t) = \mathrm{e}^{-0,5t} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(t) = 60 \\ v(t) = -2\mathrm{e}^{-0,5t} \end{cases}$$

On a alors, par intégration par parties :

$$\begin{aligned} \int_0^4 (60t+40)\mathrm{e}^{-0,5t}\,\mathrm{d}t &= \Big[-2(60t+40)\mathrm{e}^{-0,5t}\Big]_0^4 - \int_0^4 60 \times (-2\mathrm{e}^{-0,5t})\,\mathrm{d}t \\ &= \Big[(-120t-80)\mathrm{e}^{-0,5t}\Big]_0^4 + \int_0^4 120\mathrm{e}^{-0,5t}\,\mathrm{d}t \\ &= -560\mathrm{e}^{-2} + 80 + \Big[-240\mathrm{e}^{-0,5t}\Big]_0^4 \\ &= -560\mathrm{e}^{-2} + 80 - 240\mathrm{e}^{-2} + 240 \\ &= -800\mathrm{e}^{-2} + 320 \\ &= 320 - \frac{800}{\mathrm{e}^2} \end{aligned}$$

3. (a) Pour tout $t \in [0\,;4]$, on pose :

$$\begin{cases} u(t) = 60t + 40 \\ v'(t) = \mathrm{e}^{-0,5t} \end{cases} \qquad \text{et} \qquad \begin{cases} u'(t) = 60 \\ v(t) = -2\mathrm{e}^{-0,5t} \end{cases}$$

On a alors, par intégration par parties :

$$\begin{aligned}
\int_0^4 (60t+40)\mathrm{e}^{-0,5t}\,\mathrm{d}t &= \Big[-2(60t+40)\mathrm{e}^{-0,5t}\Big]_0^4 - \int_0^4 60 \times (-2\mathrm{e}^{-0,5t})\,\mathrm{d}t \\
&= \Big[(-120t-80)\mathrm{e}^{-0,5t}\Big]_0^4 + \int_0^4 120\mathrm{e}^{-0,5t}\,\mathrm{d}t \\
&= -560\mathrm{e}^{-2} + 80 + \Big[-240\mathrm{e}^{-0,5t}\Big]_0^4 \\
&= -560\mathrm{e}^{-2} + 80 - 240\mathrm{e}^{-2} + 240 \\
&= -800\mathrm{e}^{-2} + 320 \\
&= 320 - \frac{800}{\mathrm{e}^2}
\end{aligned}$$

On a donc bien :

$$\boxed{\int_0^4 f(t)\,\mathrm{d}t = 320 - \frac{800}{\mathrm{e}^2}}$$

3. (b) On a :

$$\frac{1}{4}\int_0^4 (60t+40)\mathrm{e}^{-0,5t}\,\mathrm{d}t$$

3. (b) On a :

$$\frac{1}{4}\int_0^4 (60t+40)\mathrm{e}^{-0,5t}\,\mathrm{d}t = 80 - \frac{200}{\mathrm{e}^2}$$

3. (b) On a :

$$\frac{1}{4}\int_0^4 (60t+40)\mathrm{e}^{-0,5t}\,\mathrm{d}t = 80 - \frac{200}{\mathrm{e}^2} \approx 53$$

3. (b) On a :

$$\frac{1}{4}\int_0^4 (60t+40)\mathrm{e}^{-0,5t}\,\mathrm{d}t = 80 - \frac{200}{\mathrm{e}^2} \approx 53$$

La température moyenne de cette réaction chimique au cours des 4 premières minutes est donc d'environ :

3. (b) On a :

$$\frac{1}{4}\int_0^4 (60t+40)\mathrm{e}^{-0,5t}\,\mathrm{d}t = 80 - \frac{200}{\mathrm{e}^2} \approx 53$$

La température moyenne de cette réaction chimique au cours des 4 premières minutes est donc d'environ :

$$\boxed{53°\text{Celsius}}$$

Tous les sujets corrigés avec sources LaTeX :

http://specialite.mathematiques.free.fr/

Pour toute remarque :

fabien.vinsu@ac-besancon.fr