Corrigé de l'épreuve du baccalauréat de spécialité mathématiques

Métropole
17 juin 2025

http://specialite.mathematiques.free.fr/
fabien.vinsu@ac-besancon.fr

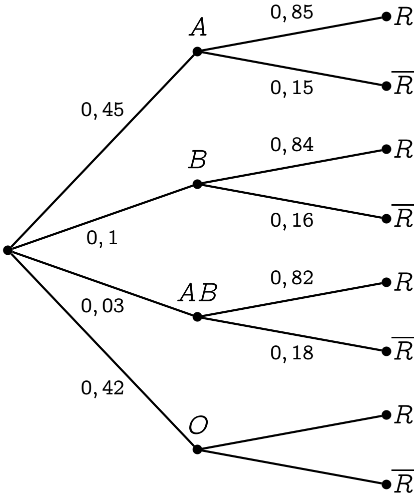
Exercice 1

Exercice 1

1. On complète l'arbre de la façon suivante :

Exercice 1

1. On complète l'arbre de la façon suivante :



2. On a :

$$P(B \cap R) =$$

2. On a :

$$P(B \cap R) = P(B) \times P_B(R)$$

2. On a :

$$\begin{aligned} P(B \cap R) &= P(B) \times P_B(R) \\ &= 0,1 \times 0,84 \end{aligned}$$

2. On a :

$$\begin{aligned} P(B \cap R) &= P(B) \times P_B(R) \\ &= 0,1 \times 0,84 \\ &= 0,084 \end{aligned}$$

2. On a :

$$\begin{aligned} P(B \cap R) &= P(B) \times P_B(R) \\ &= 0,1 \times 0,84 \\ &= 0,084 \end{aligned}$$

La probabilité que la personne choisie soit de groupe B et de rhésus positif est :

2. On a :

$$\begin{aligned} P(B \cap R) &= P(B) \times P_B(R) \\ &= 0,1 \times 0,84 \\ &= 0,084 \end{aligned}$$

La probabilité que la personne choisie soit de groupe B et de rhésus positif est :

$$\boxed{P(B \cap R) = 0,084}$$

3. Les événements A, B, AB et O forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

3. Les événements A, B, AB et O forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$P(R) = P(A)\times P_A(R)+P(B)\times P_B(R)+P(AB)\times P_{AB}(R)+P(O)\times P_O(R)$$

3. Les événements A, B, AB et O forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$P(R) = P(A) \times P_A(R) + P(B) \times P_B(R) + P(AB) \times P_{AB}(R) + P(O) \times P_O(R)$$

Et comme, d'après l'énoncé $P(R) = 0,8397$,

3. Les événements A, B, AB et O forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$P(R) = P(A)\times P_A(R)+P(B)\times P_B(R)+P(AB)\times P_{AB}(R)+P(O)\times P_O(R)$$

Et comme, d'après l'énoncé $P(R) = 0,8397$, on a :

$$P(A)\times P_A(R)+P(B)\times P_B(R)+P(AB)\times P_{AB}(R)+P(O)\times P_O(R) = 0,8397$$

3. Les événements A, B, AB et O forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$P(R) = P(A)\times P_A(R)+P(B)\times P_B(R)+P(AB)\times P_{AB}(R)+P(O)\times P_O(R)$$

Et comme, d'après l'énoncé $P(R) = 0,8397$, on a :

$$P(A)\times P_A(R)+P(B)\times P_B(R)+P(AB)\times P_{AB}(R)+P(O)\times P_O(R) = 0,8397$$

Soit :

$$0,45 \times 0,85 + 0,1 \times 0,84 + 0,03 \times 0,82 + 0,42 \times P_O(R) = 0,8397$$

3. Les événements A, B, AB et O forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$P(R) = P(A)\times P_A(R)+P(B)\times P_B(R)+P(AB)\times P_{AB}(R)+P(O)\times P_O(R)$$

Et comme, d'après l'énoncé $P(R) = 0,8397$, on a :

$$P(A)\times P_A(R)+P(B)\times P_B(R)+P(AB)\times P_{AB}(R)+P(O)\times P_O(R) = 0,8397$$

Soit :

$0,45 \times 0,85 + 0,1 \times 0,84 + 0,03 \times 0,82 + 0,42 \times P_O(R) = 0,8397$

Puis :

$$0,4911 + 0,42 \times P_O(R) = 0,8397$$

3. Les événements A, B, AB et O forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$P(R) = P(A)\times P_A(R)+P(B)\times P_B(R)+P(AB)\times P_{AB}(R)+P(O)\times P_O(R)$$

Et comme, d'après l'énoncé $P(R) = 0,8397$, on a :

$$P(A)\times P_A(R)+P(B)\times P_B(R)+P(AB)\times P_{AB}(R)+P(O)\times P_O(R) = 0,8397$$

Soit :

$0,45 \times 0,85 + 0,1 \times 0,84 + 0,03 \times 0,82 + 0,42 \times P_O(R) = 0,8397$

Puis :

$$0,4911 + 0,42 \times P_O(R) = 0,8397$$

Puis :

$$0,42 \times P_O(R) = 0,3486$$

3. Les événements A, B, AB et O forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$P(R) = P(A) \times P_A(R) + P(B) \times P_B(R) + P(AB) \times P_{AB}(R) + P(O) \times P_O(R)$$

Et comme, d'après l'énoncé $P(R) = 0,8397$, on a :

$$P(A) \times P_A(R) + P(B) \times P_B(R) + P(AB) \times P_{AB}(R) + P(O) \times P_O(R) = 0,8397$$

Soit :

$0,45 \times 0,85 + 0,1 \times 0,84 + 0,03 \times 0,82 + 0,42 \times P_O(R) = 0,8397$

Puis :

$$0,4911 + 0,42 \times P_O(R) = 0,8397$$

Puis :

$$0,42 \times P_O(R) = 0,3486$$

Et donc :

$$P_O(R) = \frac{0,3486}{0,42} = 0,83$$

3. Les événements A, B, AB et O forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$P(R) = P(A)\times P_A(R)+P(B)\times P_B(R)+P(AB)\times P_{AB}(R)+P(O)\times P_O(R)$$

Et comme, d'après l'énoncé $P(R) = 0,8397$, on a :

$$P(A)\times P_A(R)+P(B)\times P_B(R)+P(AB)\times P_{AB}(R)+P(O)\times P_O(R) = 0,8397$$

Soit :

$0,45 \times 0,85 + 0,1 \times 0,84 + 0,03 \times 0,82 + 0,42 \times P_O(R) = 0,8397$

Puis :

$$0,4911 + 0,42 \times P_O(R) = 0,8397$$

Puis :

$$0,42 \times P_O(R) = 0,3486$$

Et donc :

$$P_O(R) = \frac{0,3486}{0,42} = 0,83$$

On a donc bien :

$$\boxed{P_O(R) = 0,83}$$

4. Il s'agit de calculer $P(O \cap \overline{R})$:

4. Il s'agit de calculer $P(O \cap \overline{R})$:

$$P(O \cap \overline{R}) =$$

4. Il s'agit de calculer $P(O \cap \overline{R})$:

$$P(O \cap \overline{R}) = P(O) \times P_O(\overline{R})$$

4. Il s'agit de calculer $P(O \cap \overline{R})$:

$$\begin{aligned} P(O \cap \overline{R}) &= P(O) \times P_O(\overline{R}) \\ &= P(O) \times \left(1 - P_O(\overline{R})\right) \end{aligned}$$

4. Il s'agit de calculer $P(O \cap \overline{R})$:

$$\begin{aligned} P(O \cap \overline{R}) &= P(O) \times P_O(\overline{R}) \\ &= P(O) \times \left(1 - P_O(\overline{R})\right) \\ &= 0,42 \times 0,17 \end{aligned}$$

4. Il s'agit de calculer $P(O \cap \overline{R})$:

$$\begin{aligned} P(O \cap \overline{R}) &= P(O) \times P_O(\overline{R}) \\ &= P(O) \times \left(1 - P_O(\overline{R})\right) \\ &= 0,42 \times 0,17 \\ &= 0,0714 \end{aligned}$$

4. Il s'agit de calculer $P(O \cap \overline{R})$:

$$\begin{aligned} P(O \cap \overline{R}) &= P(O) \times P_O(\overline{R}) \\ &= P(O) \times \left(1 - P_O(\overline{R})\right) \\ &= 0,42 \times 0,17 \\ &= 0,0714 \end{aligned}$$

La probabilité qu'un individu soit donneur universel est donc :

4. Il s'agit de calculer $P(O \cap \overline{R})$:

$$\begin{aligned} P(O \cap \overline{R}) &= P(O) \times P_O(\overline{R}) \\ &= P(O) \times \left(1 - P_O(\overline{R})\right) \\ &= 0,42 \times 0,17 \\ &= 0,0714 \end{aligned}$$

La probabilité qu'un individu soit donneur universel est donc :

$$\boxed{P(O \cap \overline{R}) = 0,0714}$$

5. (a) On répète 100 fois, de façon identique et indépendante, une épreuve de Bernoulli dont la probabilité de succès (l'individu est donneur universel) est égale à $0,0714$.

5. (a) On répète 100 fois, de façon identique et indépendante, une épreuve de Bernoulli dont la probabilité de succès (l'individu est donneur universel) est égale à $0,0714$. La variable aléatoire X est égale au nombre de succès donc :

5. (a) On répète 100 fois, de façon identique et indépendante, une épreuve de Bernoulli dont la probabilité de succès (l'individu est donneur universel) est égale à $0,0714$. La variable aléatoire X est égale au nombre de succès donc :

$$\boxed{X \text{ suit une loi binomiale de paramètres } n = 100 \text{ et } p = 0,0714}$$

5. (b) Il s'agit de calculer $P(X \leqslant 7)$.

5. (b) Il s'agit de calculer $P(X \leqslant 7)$. On obtient alors, à l'aide de la calculatrice :

5. (b) Il s'agit de calculer $P(X \leqslant 7)$. On obtient alors, à l'aide de la calculatrice :

$$\boxed{P(X \leqslant 7) \approx 0,577}$$

5. (c) X suit une loi binomiale de paramètres $n = 100$ et $p = 0,0714$,

5. (c) X suit une loi binomiale de paramètres $n = 100$ et $p = 0,0714$, son espérance est donc $E(X) = n \times p$

5. (c) X suit une loi binomiale de paramètres $n = 100$ et $p = 0,0714$, son espérance est donc $E(X) = n \times p = 100 \times 0,0714$

5. (c) X suit une loi binomiale de paramètres $n = 100$ et $p = 0,0714$, son espérance est donc $E(X) = n \times p = 100 \times 0,0714 = 7,14$

5. (c) X suit une loi binomiale de paramètres $n = 100$ et $p = 0,0714$, son espérance est donc $E(X) = n \times p = 100 \times 0,0714 = 7,14$ et sa variance $V(X) =$

5. (c) X suit une loi binomiale de paramètres $n = 100$ et $p = 0,0714$, son espérance est donc $E(X) = n \times p = 100 \times 0,0714 = 7,14$ et sa variance $V(X) = np(1-p)$

5. (c) X suit une loi binomiale de paramètres $n = 100$ et $p = 0,0714$, son espérance est donc $E(X) = n \times p = 100 \times 0,0714 = 7,14$ et sa variance $V(X) = np(1-p) = 100 \times 0,0714 \times 0,9286$

5. (c) X suit une loi binomiale de paramètres $n = 100$ et $p = 0,0714$, son espérance est donc $E(X) = n \times p = 100 \times 0,0714 = 7,14$ et sa variance $V(X) = np(1-p) = 100 \times 0,0714 \times 0,9286 = 6,630204$,

5. (c) X suit une loi binomiale de paramètres $n = 100$ et $p = 0,0714$, son espérance est donc $E(X) = n \times p = 100 \times 0,0714 = 7,14$ et sa variance $V(X) = np(1-p) = 100 \times 0,0714 \times 0,9286 = 6,630204$, soit :

$$\boxed{E(X) = 7,14} \quad \text{et} \quad \boxed{V(X) \approx 6,63}$$

6. (a) La variable aléatoire M_N représente :

6. (a) La variable aléatoire M_N représente :

$$\boxed{\text{Le nombre moyen de donneurs universels par ville}}$$

6. (b) Les variables aléatoires X_1, X_2, ..., X_N forment un échantillon de taille N de variables aléatoires indépendantes de même loi,

6. (b) Les variables aléatoires X_1, X_2, ..., X_N forment un échantillon de taille N de variables aléatoires indépendantes de même loi, on a donc $E(M_N) =$

6. (b) Les variables aléatoires X_1, X_2, ..., X_N forment un échantillon de taille N de variables aléatoires indépendantes de même loi, on a donc $E(M_N) = E(X_1)$

6. (b) Les variables aléatoires X_1, X_2, ..., X_N forment un échantillon de taille N de variables aléatoires indépendantes de même loi, on a donc $E(M_N) = E(X_1) = 7,14$,

6. (b) Les variables aléatoires X_1, X_2, ..., X_N forment un échantillon de taille N de variables aléatoires indépendantes de même loi, on a donc $E(M_N) = E(X_1) = 7,14$, soit :

$$\boxed{E(M_N) = 7,14}$$

6. (c) Et on sait également que dans ce cas, $V(M_N) =$

6. (c) Et on sait également que dans ce cas, $V(M_N) = \dfrac{1}{N} V(X_1)$,

6. (c) Et on sait également que dans ce cas, $V(M_N) = \dfrac{1}{N} V(X_1)$, soit :

$$\boxed{V(M_N) = \frac{6,63}{N}}$$

6. (d) D'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, on a :

6. (d) D'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, on a :

$$P\left(|M_N - E(M_N)| \geqslant 0,14\right) \leqslant \frac{V(M_N)}{0,14^2}$$

6. (d) D'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, on a :

$$P\left(|M_N - E(M_N)| \geqslant 0,14\right) \leqslant \frac{V(M_N)}{0,14^2}$$

Soit :

$$P\left(|M_N - 7,14| \geqslant 0,14\right) \leqslant \frac{\frac{6,63}{N}}{0,0196}$$

6. (d) D'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, on a :

$$P\left(|M_N - E(M_N)| \geqslant 0,14\right) \leqslant \frac{V(M_N)}{0,14^2}$$

Soit :

$$P\left(|M_N - 7,14| \geqslant 0,14\right) \leqslant \frac{\frac{6,63}{N}}{0,0196}$$

Puis en passant à l'événement contraire :

$$P\left(|M_N - 7,14| < 0,14\right) \geqslant 1 - \frac{6,63}{0,0196N}$$

6. (d) D'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, on a :

$$P\left(|M_N - E(M_N)| \geqslant 0,14\right) \leqslant \frac{V(M_N)}{0,14^2}$$

Soit :

$$P\left(|M_N - 7,14| \geqslant 0,14\right) \leqslant \frac{\frac{6,63}{N}}{0,0196}$$

Puis en passant à l'événement contraire :

$$P\left(|M_N - 7,14| < 0,14\right) \geqslant 1 - \frac{6,63}{0,0196N}$$

Soit :

$$P\left(7 < M_N < 7,28\right) \geqslant 1 - \frac{338,26531}{N}$$

On a alors :

$$1 - \frac{338,26531}{N} \geqslant 0,95 \Longleftrightarrow$$

On a alors :

$$1 - \frac{338,26531}{N} \geqslant 0,95 \Longleftrightarrow \frac{338,26531}{N} \leqslant 0,05$$

On a alors :

$$\begin{aligned}1-\frac{338,26531}{N}\geqslant 0,95 &\iff \frac{338,26531}{N}\leqslant 0,05\\ &\iff \frac{N}{338,26531}\geqslant \frac{1}{0,05} \quad \textit{(passage à l'inverse)}\end{aligned}$$

On a alors :

$$\begin{aligned}
1 - \frac{338,26531}{N} \geqslant 0,95 &\iff \frac{338,26531}{N} \leqslant 0,05 \\
&\iff \frac{N}{338,26531} \geqslant \frac{1}{0,05} \quad \textit{(passage à l'inverse)} \\
&\iff N \geqslant 20 \times 338,26531
\end{aligned}$$

On a alors :

$$\begin{aligned}
1-\frac{338,26531}{N}\geqslant 0,95 &\iff \frac{338,26531}{N}\leqslant 0,05\\
&\iff \frac{N}{338,26531}\geqslant\frac{1}{0,05}\quad \textit{(passage à l'inverse)}\\
&\iff N\geqslant 20\times 338,26531\\
&\iff N\geqslant 6\,765{,}306\,2
\end{aligned}$$

On a alors :

$$\begin{aligned}
1-\frac{338,26531}{N}\geqslant 0,95 &\iff \frac{338,26531}{N}\leqslant 0,05\\
&\iff \frac{N}{338,26531}\geqslant \frac{1}{0,05} \quad \textit{(passage à l'inverse)}\\
&\iff N\geqslant 20\times 338,26531\\
&\iff N\geqslant 6\,765{,}306\,2
\end{aligned}$$

D'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, la plus petite valeur de N telle que $P\left(7 < M_N < 7,28\right) \geqslant 0,95$ est :

On a alors :

$$\begin{aligned}
1-\frac{338,26531}{N} \geqslant 0,95 &\iff \frac{338,26531}{N} \leqslant 0,05 \\
&\iff \frac{N}{338,26531} \geqslant \frac{1}{0,05} \quad \textit{(passage à l'inverse)} \\
&\iff N \geqslant 20 \times 338,26531 \\
&\iff N \geqslant 6\,765{,}306\,2
\end{aligned}$$

D'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, la plus petite valeur de N telle que $P(7 < M_N < 7,28) \geqslant 0,95$ est :

$$\boxed{N = 6\,766}$$

Exercice 2 - Partie A

1. Il s'agit de déterminer le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1,

1. Il s'agit de déterminer le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1, c'est-à-dire au point A.

1. Il s'agit de déterminer le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1, c'est-à-dire au point A. Or T_A passe par les points $C(3\,;\,0)$ et $A(1\,;\,2)$,

Exercice 2 - Partie A

1. Il s'agit de déterminer le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1, c'est-à-dire au point A. Or T_A passe par les points $C(3\,;0)$ et $A(1\,;2)$, son coefficient directeur est donc égal à $\dfrac{2-0}{1-3}$

1. Il s'agit de déterminer le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1, c'est-à-dire au point A. Or T_A passe par les points $C(3\,;\,0)$ et $A(1\,;\,2)$, son coefficient directeur est donc égal à $\dfrac{2-0}{1-3} = \dfrac{2}{-2}$

1. Il s'agit de déterminer le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1, c'est-à-dire au point A. Or T_A passe par les points $C(3\,;\,0)$ et $A(1\,;\,2)$, son coefficient directeur est donc égal à $\dfrac{2-0}{1-3} = \dfrac{2}{-2} = -1$,

1. Il s'agit de déterminer le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1, c'est-à-dire au point A. Or T_A passe par les points $C(3\,;\,0)$ et $A(1\,;\,2)$, son coefficient directeur est donc égal à $\dfrac{2-0}{1-3} = \dfrac{2}{-2} = -1$, soit :

$$\boxed{f'(1) = -1}$$

2. Sur l'intervalle $]0\,;3]$, la courbe $\mathscr{C}_f$ admet deux tangentes horizontales

2. Sur l'intervalle $]0\,;3]$, la courbe $\mathscr{C}_f$ admet deux tangentes horizontales donc l'équation $f'(x) = 0$ admet :

2. Sur l'intervalle $]0\,;3]$, la courbe $\mathscr{C}_f$ admet deux tangentes horizontales donc l'équation $f'(x) = 0$ admet :

$$\boxed{\text{2 solutions}}$$

3. Sur l'intervalle $]0\,;\,0,4]$,

3. Sur l'intervalle $]0\,;\,0,4]$, la fonction f est concave donc :

3. Sur l'intervalle $]0\,;\,0,4]$, la fonction f est concave donc :

$$\boxed{f''(0,2) < 0}$$

Partie B

Partie B

1. Il s'agit d'une équation du second degré qui admet pour discriminant $\Delta =$

Partie B

1. Il s'agit d'une équation du second degré qui admet pour discriminant $\Delta = -7$

Partie B

1. Il s'agit d'une équation du second degré qui admet pour discriminant $\Delta = -7$ et qui n'a donc aucune solution réelle.

Partie B

1. Il s'agit d'une équation du second degré qui admet pour discriminant $\Delta = -7$ et qui n'a donc aucune solution réelle. Or on a :

$$f(x) = 0 \Longleftrightarrow x = 0 \text{ ou } 2\left(\ln(x)\right)^2 - 3\ln(x) + 2 = 0$$

Partie B

1. Il s'agit d'une équation du second degré qui admet pour discriminant $\Delta = -7$ et qui n'a donc aucune solution réelle. Or on a :

$$f(x) = 0 \Longleftrightarrow x = 0 \text{ ou } 2\left(\ln(x)\right)^2 - 3\ln(x) + 2 = 0$$

La fonction f étant définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$,

Partie B

1. Il s'agit d'une équation du second degré qui admet pour discriminant $\Delta = -7$ et qui n'a donc aucune solution réelle. Or on a :

$$f(x) = 0 \Longleftrightarrow x = 0 \text{ ou } 2\left(\ln(x)\right)^2 - 3\ln(x) + 2 = 0$$

La fonction f étant définie sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$, x ne peut pas être égal à 0.

1. Il s'agit d'une équation du second degré qui admet pour discriminant $\Delta = -7$ et qui n'a donc aucune solution réelle. Or on a :

$$f(x) = 0 \Longleftrightarrow x = 0 \text{ ou } 2\left(\ln(x)\right)^2 - 3\ln(x) + 2 = 0$$

La fonction f étant définie sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$, x ne peut pas être égal à 0. Et l'équation $2\left(\ln(x)\right)^2 - 3\ln(x) + 2 = 0$

Partie B

1. Il s'agit d'une équation du second degré qui admet pour discriminant $\Delta = -7$ et qui n'a donc aucune solution réelle. Or on a :

$$f(x) = 0 \iff x = 0 \text{ ou } 2(\ln(x))^2 - 3\ln(x) + 2 = 0$$

La fonction f étant définie sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$, x ne peut pas être égal à 0. Et l'équation $2(\ln(x))^2 - 3\ln(x) + 2 = 0$ n'admet aucune solution car sinon, l'équation $2X^2 - 3X + 2 = 0$ en admettrait également.

1. Il s'agit d'une équation du second degré qui admet pour discriminant $\Delta = -7$ et qui n'a donc aucune solution réelle. Or on a :

$$f(x) = 0 \Longleftrightarrow x = 0 \,\text{ou}\, 2\left(\ln(x)\right)^2 - 3\ln(x) + 2 = 0$$

La fonction f étant définie sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$, x ne peut pas être égal à 0. Et l'équation $2\left(\ln(x)\right)^2 - 3\ln(x) + 2 = 0$ n'admet aucune solution car sinon, l'équation $2X^2 - 3X + 2 = 0$ en admettrait également. Finalement, l'équation $f(x) = 0$ n'admet aucune solution donc :

Partie B

1. Il s'agit d'une équation du second degré qui admet pour discriminant $\Delta = -7$ et qui n'a donc aucune solution réelle. Or on a :

$$f(x) = 0 \iff x = 0 \text{ ou } 2\left(\ln(x)\right)^2 - 3\ln(x) + 2 = 0$$

La fonction f étant définie sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$, x ne peut pas être égal à 0. Et l'équation $2\left(\ln(x)\right)^2 - 3\ln(x) + 2 = 0$ n'admet aucune solution car sinon, l'équation $2X^2 - 3X + 2 = 0$ en admettrait également. Finalement, l'équation $f(x) = 0$ n'admet aucune solution donc :

$$\boxed{\mathscr{C}_f \text{ ne coupe pas l'axe des abscisses}}$$

2. Pour tout $x \in \left]1\,; +\infty\right[$, on a, en factorisant par $\ln(x)$:

2. Pour tout $x \in]1\,;+\infty[$, on a, en factorisant par $\ln(x)$:

$$f(x) = x\ln(x)\left(2\ln(x) - 3 + \frac{2}{\ln(x)}\right)$$

2. Pour tout $x \in \left]1\,;+\infty\right[$, on a, en factorisant par $\ln(x)$:

$$f(x) = x\ln(x)\left(2\ln(x) - 3 + \frac{2}{\ln(x)}\right)$$

On en déduit :

$$\boxed{\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty}$$

2. Pour tout $x \in]1\,; +\infty[$, on a, en factorisant par $\ln(x)$:

$$f(x) = x\ln(x)\left(2\ln(x) - 3 + \frac{2}{\ln(x)}\right)$$

On en déduit :

$$\boxed{\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty} \quad \text{car} \quad \begin{cases} \displaystyle\lim_{x \to +\infty} x = +\infty \\ \displaystyle\lim_{x \to +\infty} 2\ln(x) = +\infty \\ \displaystyle\lim_{x \to +\infty} \frac{2}{\ln(x)} = 0 \end{cases}$$

3. (a) La fonction f' est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$:

3. (a) La fonction f' est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$:

$$f''(x) =$$

3. (a) La fonction f' est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$:

$$f''(x) = 2 \times 2 \times \frac{1}{x} \times \ln(x) + \frac{1}{x}$$

3. (a) La fonction f' est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned} f''(x) &= 2 \times 2 \times \frac{1}{x} \times \ln(x) + \frac{1}{x} \\ &= \frac{4\ln(x)}{x} + \frac{1}{x} \end{aligned}$$

3. (a) La fonction f' est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned}
f''(x) &= 2 \times 2 \times \frac{1}{x} \times \ln(x) + \frac{1}{x} \\
&= \frac{4\ln(x)}{x} + \frac{1}{x} \\
&= \frac{4\ln(x)+1}{x}
\end{aligned}$$

3. (a) La fonction f' est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned} f''(x) &= 2 \times 2 \times \frac{1}{x} \times \ln(x) + \frac{1}{x} \\ &= \frac{4\ln(x)}{x} + \frac{1}{x} \\ &= \frac{4\ln(x)+1}{x} \end{aligned}$$

Soit :

$$\boxed{f''(x) = \frac{1}{x}\left(4\ln(x)+1\right)}$$

3. (b) Pour tout $x \in]0\,; +\infty[$,

3. (b) Pour tout $x \in]0\,; +\infty[$, $\dfrac{1}{x} > 0$

3. (b) Pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, $\dfrac{1}{x} > 0$ donc $f''(x)$ est du signe de $4\ln(x)+1$.

3. (b) Pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, $\dfrac{1}{x} > 0$ donc $f''(x)$ est du signe de $4\ln(x)+1$. Or :

$$4\ln(x) + 1 \geqslant 0 \Longleftrightarrow$$

3. (b) Pour tout $x \in]0\,; +\infty[$, $\dfrac{1}{x} > 0$ donc $f''(x)$ est du signe de $4\ln(x)+1$. Or :

$$4\ln(x)+1 \geqslant 0 \Longleftrightarrow 4\ln(x) \geqslant -1$$

3. (b) Pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, $\dfrac{1}{x} > 0$ donc $f''(x)$ est du signe de $4\ln(x)+1$. Or :

$$\begin{aligned} 4\ln(x)+1 \geqslant 0 &\iff 4\ln(x) \geqslant -1 \\ &\iff \ln(x) \geqslant -\frac{1}{4} \end{aligned}$$

3. (b) Pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, $\dfrac{1}{x} > 0$ donc $f''(x)$ est du signe de $4\ln(x)+1$. Or :

$$\begin{aligned} 4\ln(x)+1 \geqslant 0 &\Longleftrightarrow 4\ln(x) \geqslant -1 \\ &\Longleftrightarrow \ln(x) \geqslant -\frac{1}{4} \\ &\Longleftrightarrow x \geqslant \mathrm{e}^{-\frac{1}{4}} \end{aligned}$$

3. (b) Pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, $\dfrac{1}{x} > 0$ donc $f''(x)$ est du signe de $4\ln(x)+1$. Or :

$$\begin{aligned} 4\ln(x)+1 \geqslant 0 &\iff 4\ln(x) \geqslant -1 \\ &\iff \ln(x) \geqslant -\frac{1}{4} \\ &\iff x \geqslant \mathrm{e}^{-\frac{1}{4}} \end{aligned}$$

On a alors le tableau :

3. (b) Pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, $\dfrac{1}{x} > 0$ donc $f''(x)$ est du signe de $4\ln(x)+1$. Or :

$$\begin{aligned} 4\ln(x)+1 \geqslant 0 &\Longleftrightarrow 4\ln(x) \geqslant -1 \\ &\Longleftrightarrow \ln(x) \geqslant -\frac{1}{4} \\ &\Longleftrightarrow x \geqslant \mathrm{e}^{-\frac{1}{4}} \end{aligned}$$

On a alors le tableau :

x	0		$\mathrm{e}^{-\frac{1}{4}}$		$+\infty$
$f''(x)$	‖	$-$	0	$+$	
f	‖	concave		convexe	

3. (b) Pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, $\dfrac{1}{x} > 0$ donc $f''(x)$ est du signe de $4\ln(x)+1$. Or :

$$\begin{aligned} 4\ln(x)+1 \geqslant 0 &\iff 4\ln(x) \geqslant -1 \\ &\iff \ln(x) \geqslant -\frac{1}{4} \\ &\iff x \geqslant \mathrm{e}^{-\frac{1}{4}} \end{aligned}$$

On a alors le tableau :

x	0		$\mathrm{e}^{-\frac{1}{4}}$		$+\infty$
$f''(x)$	||	$-$	0	$+$	
f	||	concave		convexe	

L'abscisse du point d'inflexion est donc :

3. (b) Pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, $\dfrac{1}{x} > 0$ donc $f''(x)$ est du signe de $4\ln(x)+1$. Or :

$$\begin{aligned} 4\ln(x)+1 \geqslant 0 &\iff 4\ln(x) \geqslant -1 \\ &\iff \ln(x) \geqslant -\frac{1}{4} \\ &\iff x \geqslant \mathrm{e}^{-\frac{1}{4}} \end{aligned}$$

On a alors le tableau :

x	0		$\mathrm{e}^{-\frac{1}{4}}$		$+\infty$
$f''(x)$	‖	$-$	0	$+$	
f	‖	concave		convexe	

L'abscisse du point d'inflexion est donc :

$$\boxed{x = \mathrm{e}^{-\frac{1}{4}}}$$

3. (c) Sur l'intervalle $[1\,;+\infty[$,

3. (c) Sur l'intervalle $[1\,;+\infty[$, la fonction f est convexe (car $1 \geqslant \mathrm{e}^{-\frac{1}{4}}$)

3. (c) Sur l'intervalle $[1\,;+\infty[$, la fonction f est convexe (car $1 \geqslant \mathrm{e}^{-\frac{1}{4}}$) donc $\mathscr{C}_f$ est au-dessus de ses tangentes.

3. (c) Sur l'intervalle $[1\,;+\infty[$, la fonction f est convexe (car $1 \geqslant \mathrm{e}^{-\frac{1}{4}}$) donc $\mathscr{C}_f$ est au-dessus de ses tangentes. En particulier :

3. (c) Sur l'intervalle $[1\,;+\infty[$, la fonction f est convexe (car $1 \geqslant \mathrm{e}^{-\frac{1}{4}}$) donc $\mathscr{C}_f$ est au-dessus de ses tangentes. En particulier :

$$\boxed{\mathscr{C}_f \text{ est au-dessus de } T_B \text{ sur } [1\,;+\infty[}$$

Partie C

1. T_B est la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse e.

Partie C

1. T_B est la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse e. Or on a $f(\mathrm{e}) = \mathrm{e}$

1. T_B est la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse e. Or on a $f(\mathrm{e}) = \mathrm{e}$ et $f'(\mathrm{e}) = 2 + 1 - 1 = 2$.

Partie C

1. T_B est la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse e. Or on a $f(\mathrm{e}) = \mathrm{e}$ et $f'(\mathrm{e}) = 2 + 1 - 1 = 2$. T_B admet donc pour équation
$y = 2(x - \mathrm{e}) + \mathrm{e}$,

1. T_B est la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse e. Or on a $f(\text{e}) = \text{e}$ et $f'(\text{e}) = 2 + 1 - 1 = 2$. T_B admet donc pour équation $y = 2(x - \text{e}) + \text{e}$, soit $y = 2x - 2\text{e} + \text{e}$

Partie C

1. T_B est la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse e. Or on a $f(\mathrm{e}) = \mathrm{e}$ et $f'(\mathrm{e}) = 2 + 1 - 1 = 2$. T_B admet donc pour équation $y = 2(x - \mathrm{e}) + \mathrm{e}$, soit $y = 2x - 2\mathrm{e} + \mathrm{e}$ et donc :

$$\boxed{y = 2x - \mathrm{e}}$$

2. Pour tout $x \in [1\,;\,\mathrm{e}]$, on pose :

2. Pour tout $x \in [1\,; \mathrm{e}]$, on pose :

$$\begin{cases} u(x) = \ln(x) \\ v'(x) = x \end{cases}$$

2. Pour tout $x \in [1\,;\,\mathrm{e}]$, on pose :

$$\begin{cases} u(x) = \ln(x) \\ v'(x) = x \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = \dfrac{1}{x} \\ v(x) = \dfrac{1}{2}x^2 \end{cases}$$

2. Pour tout $x \in [1\,;\,\mathrm{e}]$, on pose :

$$\begin{cases} u(x) = \ln(x) \\ v'(x) = x \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = \dfrac{1}{x} \\ v(x) = \dfrac{1}{2}x^2 \end{cases}$$

On a alors, par intégration par parties :

2. Pour tout $x \in [1\,;\,\mathrm{e}]$, on pose :

$$\begin{cases} u(x) = \ln(x) \\ v'(x) = x \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = \dfrac{1}{x} \\ v(x) = \dfrac{1}{2}x^2 \end{cases}$$

On a alors, par intégration par parties :

$$\int_1^{\mathrm{e}} x \ln(x)\,\mathrm{d}x =$$

2. Pour tout $x \in [1\,;\,\mathrm{e}]$, on pose :

$$\begin{cases} u(x) = \ln(x) \\ v'(x) = x \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = \dfrac{1}{x} \\ v(x) = \dfrac{1}{2}x^2 \end{cases}$$

On a alors, par intégration par parties :

$$\int_1^{\mathrm{e}} x \ln(x)\,\mathrm{d}x = \left[\frac{1}{2}x^2 \ln(x)\right]_1^{\mathrm{e}} - \int_1^{\mathrm{e}} \frac{1}{2}x^2 \times \frac{1}{x}\,\mathrm{d}x$$

2. Pour tout $x \in [1\,;\,\mathrm{e}]$, on pose :

$$\begin{cases} u(x) = \ln(x) \\ v'(x) = x \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = \dfrac{1}{x} \\ v(x) = \dfrac{1}{2}x^2 \end{cases}$$

On a alors, par intégration par parties :

$$\begin{aligned} \int_1^{\mathrm{e}} x\ln(x)\,\mathrm{d}x &= \left[\frac{1}{2}x^2\ln(x)\right]_1^{\mathrm{e}} - \int_1^{\mathrm{e}} \frac{1}{2}x^2 \times \frac{1}{x}\,\mathrm{d}x \\ &= \frac{1}{2}\mathrm{e}^2\ln(e) - \frac{1}{2}\ln(1) - \frac{1}{2}\int_1^{\mathrm{e}} x\,\mathrm{d}x \end{aligned}$$

2. Pour tout $x \in [1\,;\,\mathrm{e}]$, on pose :

$$\begin{cases} u(x) = \ln(x) \\ v'(x) = x \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = \dfrac{1}{x} \\ v(x) = \dfrac{1}{2}x^2 \end{cases}$$

On a alors, par intégration par parties :

$$\begin{aligned} \int_1^{\mathrm{e}} x\ln(x)\,\mathrm{d}x &= \left[\frac{1}{2}x^2\ln(x)\right]_1^{\mathrm{e}} - \int_1^{\mathrm{e}} \frac{1}{2}x^2 \times \frac{1}{x}\,\mathrm{d}x \\ &= \frac{1}{2}\mathrm{e}^2\ln(e) - \frac{1}{2}\ln(1) - \frac{1}{2}\int_1^{\mathrm{e}} x\,\mathrm{d}x \\ &= \frac{\mathrm{e}^2}{2} - \frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}x^2\right]_1^{\mathrm{e}} \end{aligned}$$

2. Pour tout $x \in [1\,;\,\mathrm{e}]$, on pose :

$$\begin{cases} u(x) = \ln(x) \\ v'(x) = x \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = \dfrac{1}{x} \\ v(x) = \dfrac{1}{2}x^2 \end{cases}$$

On a alors, par intégration par parties :

$$\begin{aligned} \int_1^{\mathrm{e}} x\ln(x)\,\mathrm{d}x &= \left[\frac{1}{2}x^2\ln(x)\right]_1^{\mathrm{e}} - \int_1^{\mathrm{e}} \frac{1}{2}x^2 \times \frac{1}{x}\,\mathrm{d}x \\ &= \frac{1}{2}\mathrm{e}^2\ln(e) - \frac{1}{2}\ln(1) - \frac{1}{2}\int_1^{\mathrm{e}} x\,\mathrm{d}x \\ &= \frac{\mathrm{e}^2}{2} - \frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}x^2\right]_1^{\mathrm{e}} \\ &= \frac{\mathrm{e}^2}{2} - \frac{1}{4}\mathrm{e}^2 + \frac{1}{4} \end{aligned}$$

2. Pour tout $x \in [1\,;\,\mathrm{e}]$, on pose :

$$\begin{cases} u(x) = \ln(x) \\ v'(x) = x \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = \dfrac{1}{x} \\ v(x) = \dfrac{1}{2}x^2 \end{cases}$$

On a alors, par intégration par parties :

$$\begin{aligned} \int_1^{\mathrm{e}} x\ln(x)\,\mathrm{d}x &= \left[\frac{1}{2}x^2\ln(x)\right]_1^{\mathrm{e}} - \int_1^{\mathrm{e}} \frac{1}{2}x^2 \times \frac{1}{x}\,\mathrm{d}x \\ &= \frac{1}{2}\mathrm{e}^2\ln(e) - \frac{1}{2}\ln(1) - \frac{1}{2}\int_1^{\mathrm{e}} x\,\mathrm{d}x \\ &= \frac{\mathrm{e}^2}{2} - \frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}x^2\right]_1^{\mathrm{e}} \\ &= \frac{\mathrm{e}^2}{2} - \frac{1}{4}\mathrm{e}^2 + \frac{1}{4} \\ &= \frac{\mathrm{e}^2+1}{4} \end{aligned}$$

2. Pour tout $x \in [1\,;\,\mathrm{e}]$, on pose :

$$\begin{cases} u(x) = \ln(x) \\ v'(x) = x \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = \dfrac{1}{x} \\ v(x) = \dfrac{1}{2}x^2 \end{cases}$$

On a alors, par intégration par parties :

$$\begin{aligned} \int_1^{\mathrm{e}} x\ln(x)\,\mathrm{d}x &= \left[\frac{1}{2}x^2\ln(x)\right]_1^{\mathrm{e}} - \int_1^{\mathrm{e}} \frac{1}{2}x^2 \times \frac{1}{x}\,\mathrm{d}x \\ &= \frac{1}{2}\mathrm{e}^2\ln(e) - \frac{1}{2}\ln(1) - \frac{1}{2}\int_1^{\mathrm{e}} x\,\mathrm{d}x \\ &= \frac{\mathrm{e}^2}{2} - \frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}x^2\right]_1^{\mathrm{e}} \\ &= \frac{\mathrm{e}^2}{2} - \frac{1}{4}\mathrm{e}^2 + \frac{1}{4} \\ &= \frac{\mathrm{e}^2+1}{4} \end{aligned}$$

Soit :

$$\boxed{\int_1^{\mathrm{e}} x\ln(x)\,\mathrm{d}x = \frac{\mathrm{e}^2+1}{4}}$$

3. Sur l'intervalle $[1\,;\,\mathrm{e}]$,

3. Sur l'intervalle $[1\,;\,\mathrm{e}]$, $\mathscr{C}_f$ est au-dessus de T_B,

3. Sur l'intervalle $[1\,;\,\mathrm{e}]$, $\mathscr{C}_f$ est au-dessus de T_B, il s'agit donc de calculer $\displaystyle\int_1^{\mathrm{e}} f(x) - (2x - \mathrm{e})\,\mathrm{d}x$:

3. Sur l'intervalle $[1\,;\,\mathrm{e}]$, $\mathscr{C}_f$ est au-dessus de T_B, il s'agit donc de calculer $\displaystyle\int_1^{\mathrm{e}} f(x) - (2x - \mathrm{e})\,\mathrm{d}x$:

$$\int_1^{\mathrm{e}} f(x) - (2x - \mathrm{e})\,\mathrm{d}x =$$

3. Sur l'intervalle $[1\,;\,\mathrm{e}]$, $\mathscr{C}_f$ est au-dessus de T_B, il s'agit donc de calculer $\displaystyle\int_1^{\mathrm{e}} f(x) - (2x - \mathrm{e})\,\mathrm{d}x$:

$$\int_1^{\mathrm{e}} f(x) - (2x - \mathrm{e})\,\mathrm{d}x = \int_1^{\mathrm{e}} 2x(\ln(x))^2 - 3x\ln(x) + 2x - 2x + \mathrm{e}\,\mathrm{d}x$$

3. Sur l'intervalle $[1\,;\,\mathrm{e}]$, $\mathscr{C}_f$ est au-dessus de T_B, il s'agit donc de calculer $\displaystyle\int_1^{\mathrm{e}} f(x) - (2x - \mathrm{e})\,\mathrm{d}x$:

$$\begin{aligned}\int_1^{\mathrm{e}} f(x) - (2x - \mathrm{e})\,\mathrm{d}x &= \int_1^{\mathrm{e}} 2x(\ln(x))^2 - 3x\ln(x) + 2x - 2x + \mathrm{e}\,\mathrm{d}x \\ &= \int_1^{\mathrm{e}} 2x(\ln(x))^2 - 3x\ln(x) + \mathrm{e}\,\mathrm{d}x\end{aligned}$$

3. Sur l'intervalle $[1\,;\,\mathrm{e}]$, $\mathscr{C}_f$ est au-dessus de T_B, il s'agit donc de calculer $\displaystyle\int_1^{\mathrm{e}} f(x) - (2x - \mathrm{e})\,\mathrm{d}x$:

$$\begin{aligned}\int_1^{\mathrm{e}} f(x) - (2x - \mathrm{e})\,\mathrm{d}x &= \int_1^{\mathrm{e}} 2x(\ln(x))^2 - 3x\ln(x) + 2x - 2x + \mathrm{e}\,\mathrm{d}x \\ &= \int_1^{\mathrm{e}} 2x(\ln(x))^2 - 3x\ln(x) + \mathrm{e}\,\mathrm{d}x \\ &= 2\int_1^{\mathrm{e}} x(\ln(x))^2\,\mathrm{d}x - 3\int_1^{\mathrm{e}} x\ln(x)\,\mathrm{d}x + \int_1^{\mathrm{e}} \mathrm{e}\,\mathrm{d}x\end{aligned}$$

3. Sur l'intervalle $[1\,;\,\mathrm{e}]$, $\mathscr{C}_f$ est au-dessus de T_B, il s'agit donc de calculer $\displaystyle\int_1^{\mathrm{e}} f(x) - (2x - \mathrm{e})\,\mathrm{d}x$:

$$\begin{aligned}
\int_1^{\mathrm{e}} f(x) - (2x - \mathrm{e})\,\mathrm{d}x &= \int_1^{\mathrm{e}} 2x(\ln(x))^2 - 3x\ln(x) + 2x - 2x + \mathrm{e}\,\mathrm{d}x \\
&= \int_1^{\mathrm{e}} 2x(\ln(x))^2 - 3x\ln(x) + \mathrm{e}\,\mathrm{d}x \\
&= 2\int_1^{\mathrm{e}} x(\ln(x))^2\,\mathrm{d}x - 3\int_1^{\mathrm{e}} x\ln(x)\,\mathrm{d}x + \int_1^{\mathrm{e}} \mathrm{e}\,\mathrm{d}x \\
&= 2 \times \frac{\mathrm{e}^2 - 1}{4} - 3 \times \frac{\mathrm{e}^2 + 1}{4} + \mathrm{e}(\mathrm{e} - 1)
\end{aligned}$$

3. Sur l'intervalle $[1\,;\,\mathrm{e}]$, $\mathscr{C}_f$ est au-dessus de T_B, il s'agit donc de calculer $\displaystyle\int_1^{\mathrm{e}} f(x) - (2x - \mathrm{e})\,\mathrm{d}x$:

$$\begin{aligned}
\int_1^{\mathrm{e}} f(x) - (2x - \mathrm{e})\,\mathrm{d}x &= \int_1^{\mathrm{e}} 2x(\ln(x))^2 - 3x\ln(x) + 2x - 2x + \mathrm{e}\,\mathrm{d}x \\
&= \int_1^{\mathrm{e}} 2x(\ln(x))^2 - 3x\ln(x) + \mathrm{e}\,\mathrm{d}x \\
&= 2\int_1^{\mathrm{e}} x(\ln(x))^2\,\mathrm{d}x - 3\int_1^{\mathrm{e}} x\ln(x)\,\mathrm{d}x + \int_1^{\mathrm{e}} \mathrm{e}\,\mathrm{d}x \\
&= 2 \times \frac{\mathrm{e}^2 - 1}{4} - 3 \times \frac{\mathrm{e}^2 + 1}{4} + \mathrm{e}(\mathrm{e} - 1) \\
&= \frac{2\mathrm{e}^2 - 2 - 3\mathrm{e}^2 - 3 + 4\mathrm{e}^2 - 4\mathrm{e}}{4}
\end{aligned}$$

3. Sur l'intervalle $[1\,;\,\mathrm{e}]$, $\mathscr{C}_f$ est au-dessus de T_B, il s'agit donc de calculer $\displaystyle\int_1^{\mathrm{e}} f(x) - (2x - \mathrm{e})\,\mathrm{d}x$:

$$\begin{aligned}
\int_1^{\mathrm{e}} f(x) - (2x - \mathrm{e})\,\mathrm{d}x &= \int_1^{\mathrm{e}} 2x(\ln(x))^2 - 3x\ln(x) + 2x - 2x + \mathrm{e}\,\mathrm{d}x \\
&= \int_1^{\mathrm{e}} 2x(\ln(x))^2 - 3x\ln(x) + \mathrm{e}\,\mathrm{d}x \\
&= 2\int_1^{\mathrm{e}} x(\ln(x))^2\,\mathrm{d}x - 3\int_1^{\mathrm{e}} x\ln(x)\,\mathrm{d}x + \int_1^{\mathrm{e}} \mathrm{e}\,\mathrm{d}x \\
&= 2\times\frac{\mathrm{e}^2-1}{4} - 3\times\frac{\mathrm{e}^2+1}{4} + \mathrm{e}(\mathrm{e}-1) \\
&= \frac{2\mathrm{e}^2 - 2 - 3\mathrm{e}^2 - 3 + 4\mathrm{e}^2 - 4\mathrm{e}}{4} \\
&= \frac{3\mathrm{e}^2 - 4\mathrm{e} - 5}{4}
\end{aligned}$$

3. Sur l'intervalle $[1\,;\,\mathrm{e}]$, $\mathscr{C}_f$ est au-dessus de T_B, il s'agit donc de calculer $\displaystyle\int_1^{\mathrm{e}} f(x) - (2x - \mathrm{e})\,\mathrm{d}x$:

$$\begin{aligned}
\int_1^{\mathrm{e}} f(x) - (2x-\mathrm{e})\,\mathrm{d}x &= \int_1^{\mathrm{e}} 2x(\ln(x))^2 - 3x\ln(x) + 2x - 2x + \mathrm{e}\,\mathrm{d}x \\
&= \int_1^{\mathrm{e}} 2x(\ln(x))^2 - 3x\ln(x) + \mathrm{e}\,\mathrm{d}x \\
&= 2\int_1^{\mathrm{e}} x(\ln(x))^2\,\mathrm{d}x - 3\int_1^{\mathrm{e}} x\ln(x)\,\mathrm{d}x + \int_1^{\mathrm{e}} \mathrm{e}\,\mathrm{d}x \\
&= 2 \times \frac{\mathrm{e}^2-1}{4} - 3 \times \frac{\mathrm{e}^2+1}{4} + \mathrm{e}(\mathrm{e}-1) \\
&= \frac{2\mathrm{e}^2 - 2 - 3\mathrm{e}^2 - 3 + 4\mathrm{e}^2 - 4\mathrm{e}}{4} \\
&= \frac{3\mathrm{e}^2 - 4\mathrm{e} - 5}{4}
\end{aligned}$$

Soit, en unité d'aire :

$$\boxed{\mathscr{A} = \frac{3\mathrm{e}^2 - 4\mathrm{e} - 5}{4}}$$

Exercice 3

1. **Affirmation 1 : Vrai**

Exercice 3

1. **Affirmation 1 : Vrai**

   On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -6 \end{pmatrix}$.

1. **Affirmation 1 : Vrai**
   On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}4\\2\\-6\end{pmatrix}$. La droite (AB) est dirigée par n'importe quel vecteur colinéaire à $\overrightarrow{AB}$,

1. **Affirmation 1 : Vrai**
   On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}4\\2\\-6\end{pmatrix}$. La droite (AB) est dirigée par n'importe quel vecteur colinéaire à $\overrightarrow{AB}$, par exemple par le vecteur $\overrightarrow{u}=-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}$,

Exercice 3

1. **Affirmation 1 : Vrai**
   On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}4\\2\\-6\end{pmatrix}$. La droite (AB) est dirigée par n'importe quel vecteur colinéaire à $\overrightarrow{AB}$, par exemple par le vecteur $\overrightarrow{u}=-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}$, soit $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}-2\\-1\\3\end{pmatrix}$.

1. **Affirmation 1 : Vrai**

   On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}4\\2\\-6\end{pmatrix}$. La droite (AB) est dirigée par n'importe quel vecteur colinéaire à $\overrightarrow{AB}$, par exemple par le vecteur $\overrightarrow{u}=-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}$, soit $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}-2\\-1\\3\end{pmatrix}$. Et comme la droite (AB) passe par le point B, elle admet pour représentation paramétrique :

Exercice 3

1. **Affirmation 1 : Vrai**

   On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}4\\2\\-6\end{pmatrix}$. La droite (AB) est dirigée par n'importe quel vecteur colinéaire à $\overrightarrow{AB}$, par exemple par le vecteur $\overrightarrow{u}=-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}$, soit $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}-2\\-1\\3\end{pmatrix}$. Et comme la droite (AB) passe par le point B, elle admet pour représentation paramétrique :

$$\boxed{\begin{cases}x=3-2t\\y=2-t\\z=-1+3t\end{cases}}\quad \text{avec } t\in\mathbb{R}$$

Affirmation 2 : Faux

Affirmation 2 : Faux

On a $\overrightarrow{OA}\begin{pmatrix}-1\\0\\5\end{pmatrix}$

Affirmation 2 : Faux

On a $\overrightarrow{OA}\begin{pmatrix}-1\\0\\5\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{OB}\begin{pmatrix}3\\2\\-1\end{pmatrix}$.

Affirmation 2 : Faux

On a $\overrightarrow{OA}\begin{pmatrix}-1\\0\\5\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{OB}\begin{pmatrix}3\\2\\-1\end{pmatrix}$. On a alors :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{OA} =$

Affirmation 2 : Faux

On a $\overrightarrow{OA}\begin{pmatrix}-1\\0\\5\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{OB}\begin{pmatrix}3\\2\\-1\end{pmatrix}$. On a alors :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{OA} = 5 \times (-1) + (-2) \times 0 + 1 \times 5$

Affirmation 2 : Faux

On a $\overrightarrow{OA}\begin{pmatrix}-1\\0\\5\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{OB}\begin{pmatrix}3\\2\\-1\end{pmatrix}$. On a alors :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{OA} = 5 \times (-1) + (-2) \times 0 + 1 \times 5 = -5 + 5$

Affirmation 2 : Faux

On a $\overrightarrow{OA}\begin{pmatrix}-1\\0\\5\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{OB}\begin{pmatrix}3\\2\\-1\end{pmatrix}$. On a alors :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{OA} = 5 \times (-1) + (-2) \times 0 + 1 \times 5 = -5 + 5 = 0$

Affirmation 2 : Faux

On a $\overrightarrow{OA}\begin{pmatrix}-1\\0\\5\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{OB}\begin{pmatrix}3\\2\\-1\end{pmatrix}$. On a alors :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{OA} = 5 \times (-1) + (-2) \times 0 + 1 \times 5 = -5 + 5 = 0$
- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{OB} =$

Affirmation 2 : Faux

On a $\overrightarrow{OA}\begin{pmatrix}-1\\0\\5\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{OB}\begin{pmatrix}3\\2\\-1\end{pmatrix}$. On a alors :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{OA} = 5 \times (-1) + (-2) \times 0 + 1 \times 5 = -5 + 5 = 0$
- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{OB} = 5 \times 3 + (-2) \times 2 + 1 \times (-1)$

Affirmation 2 : Faux

On a $\overrightarrow{OA}\begin{pmatrix}-1\\0\\5\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{OB}\begin{pmatrix}3\\2\\-1\end{pmatrix}$. On a alors :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{OA} = 5 \times (-1) + (-2) \times 0 + 1 \times 5 = -5 + 5 = 0$
- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{OB} = 5 \times 3 + (-2) \times 2 + 1 \times (-1) = 15 - 4 - 1$

Affirmation 2 : Faux

On a $\overrightarrow{OA}\begin{pmatrix}-1\\0\\5\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{OB}\begin{pmatrix}3\\2\\-1\end{pmatrix}$. On a alors :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{OA} = 5 \times (-1) + (-2) \times 0 + 1 \times 5 = -5 + 5 = 0$
- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{OB} = 5 \times 3 + (-2) \times 2 + 1 \times (-1) = 15 - 4 - 1 = 10$

Affirmation 2 : Faux

On a $\overrightarrow{OA}\begin{pmatrix}-1\\0\\5\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{OB}\begin{pmatrix}3\\2\\-1\end{pmatrix}$. On a alors :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{OA} = 5 \times (-1) + (-2) \times 0 + 1 \times 5 = -5 + 5 = 0$
- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{OB} = 5 \times 3 + (-2) \times 2 + 1 \times (-1) = 15 - 4 - 1 = 10 \neq 0$

Affirmation 2 : Faux

On a $\overrightarrow{OA}\begin{pmatrix}-1\\0\\5\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{OB}\begin{pmatrix}3\\2\\-1\end{pmatrix}$. On a alors :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{OA} = 5\times(-1)+(-2)\times 0+1\times 5 = -5+5 = 0$
- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{OB} = 5\times 3+(-2)\times 2+1\times(-1) = 15-4-1 = 10 \neq 0$

Le vecteur $\overrightarrow{n}$ est donc orthogonal à $\overrightarrow{OA}$

Affirmation 2 : Faux

On a $\overrightarrow{OA}\begin{pmatrix}-1\\0\\5\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{OB}\begin{pmatrix}3\\2\\-1\end{pmatrix}$. On a alors :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{OA} = 5\times(-1)+(-2)\times 0+1\times 5 = -5+5 = 0$
- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{OB} = 5\times 3+(-2)\times 2+1\times(-1) = 15-4-1 = 10 \neq 0$

Le vecteur $\overrightarrow{n}$ est donc orthogonal à $\overrightarrow{OA}$ mais pas à $\overrightarrow{OB}$ donc :

Affirmation 2 : Faux

On a $\overrightarrow{OA}\begin{pmatrix}-1\\0\\5\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{OB}\begin{pmatrix}3\\2\\-1\end{pmatrix}$. On a alors :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{OA} = 5\times(-1)+(-2)\times 0+1\times 5 = -5+5 = 0$
- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{OB} = 5\times 3+(-2)\times 2+1\times(-1) = 15-4-1 = 10 \neq 0$

Le vecteur $\overrightarrow{n}$ est donc orthogonal à $\overrightarrow{OA}$ mais pas à $\overrightarrow{OB}$ donc :

$$\boxed{\overrightarrow{n} \text{ n'est pas normal au plan } (OAB)}$$

2. **Affirmation 3 : Faux**

2. **Affirmation 3 : Faux**

   La droite d est dirigée par le vecteur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}1\\-1\\2\end{pmatrix}$

2. **Affirmation 3 : Faux**

   La droite d est dirigée par le vecteur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}1\\-1\\2\end{pmatrix}$ et la droite d' est dirigée par le vecteur $\overrightarrow{u}'\begin{pmatrix}4\\4\\-6\end{pmatrix}$.

2. **Affirmation 3 : Faux**

La droite d est dirigée par le vecteur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}1\\-1\\2\end{pmatrix}$ et la droite d' est dirigée par le vecteur $\overrightarrow{u}'\begin{pmatrix}4\\4\\-6\end{pmatrix}$. Les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{u}'$ ne sont pas colinéaires donc les droites d et d' ne sont pas parallèles.

2. **Affirmation 3 : Faux**

La droite d est dirigée par le vecteur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}1\\-1\\2\end{pmatrix}$ et la droite d' est dirigée par le vecteur $\overrightarrow{u}'\begin{pmatrix}4\\4\\-6\end{pmatrix}$. Les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{u}'$ ne sont pas colinéaires donc les droites d et d' ne sont pas parallèles. Étudions alors leur intersection :

$$\begin{cases} 15 + k = 1 + 4s \\ 8 - k = 2 + 4s \\ -6 + 2k = 1 - 6s \end{cases} \iff$$

$$\begin{cases} 15 + k = 1 + 4s \\ 8 - k = 2 + 4s \\ -6 + 2k = 1 - 6s \end{cases} \iff \begin{cases} k = 4s - 14 \\ 8 - 4s + 14 = 2 + 4s \\ -6 + 8s - 28 = 1 - 6s \end{cases}$$

$$\begin{cases} 15+k=1+4s \\ 8-k=2+4s \\ -6+2k=1-6s \end{cases} \iff \begin{cases} k=4s-14 \\ 8-4s+14=2+4s \\ -6+8s-28=1-6s \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} k=4s-14 \\ 8s=20 \\ 14s=35 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 15+k=1+4s \\ 8-k=2+4s \\ -6+2k=1-6s \end{cases} \iff \begin{cases} k=4s-14 \\ 8-4s+14=2+4s \\ -6+8s-28=1-6s \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} k=4s-14 \\ 8s=20 \\ 14s=35 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} k=4s-14 \\ s=\dfrac{5}{2} \\ s=\dfrac{5}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 15+k=1+4s \\ 8-k=2+4s \\ -6+2k=1-6s \end{cases} \iff \begin{cases} k=4s-14 \\ 8-4s+14=2+4s \\ -6+8s-28=1-6s \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} k=4s-14 \\ 8s=20 \\ 14s=35 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} k=4s-14 \\ s=\dfrac{5}{2} \\ s=\dfrac{5}{2} \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} k=-4 \\ s=\dfrac{5}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 15+k=1+4s \\ 8-k=2+4s \\ -6+2k=1-6s \end{cases} \iff \begin{cases} k=4s-14 \\ 8-4s+14=2+4s \\ -6+8s-28=1-6s \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} k=4s-14 \\ 8s=20 \\ 14s=35 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} k=4s-14 \\ s=\dfrac{5}{2} \\ s=\dfrac{5}{2} \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} k=-4 \\ s=\dfrac{5}{2} \end{cases}$$

Ce système admet une unique solution donc les droites d et d' sont sécantes au point de coordonnées $(11\,;\,12\,;\,-14)$.

$$\begin{cases} 15+k=1+4s \\ 8-k=2+4s \\ -6+2k=1-6s \end{cases} \iff \begin{cases} k=4s-14 \\ 8-4s+14=2+4s \\ -6+8s-28=1-6s \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} k=4s-14 \\ 8s=20 \\ 14s=35 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} k=4s-14 \\ s=\dfrac{5}{2} \\ s=\dfrac{5}{2} \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} k=-4 \\ s=\dfrac{5}{2} \end{cases}$$

Ce système admet une unique solution donc les droites d et d' sont sécantes au point de coordonnées $(11\,;\,12\,;\,-14)$. On en déduit que :

$$\boxed{d \text{ et } d' \text{ sont coplanaires}}$$

3. **Affirmation 4 : Vrai**

3. **Affirmation 4 : Vrai**

La droite Δ passant par C orthogonalement au plan $\mathscr{P}$ est dirigée par le vecteur $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}1\\-1\\1\end{pmatrix}$.

3. **Affirmation 4 : Vrai**

   La droite Δ passant par C orthogonalement au plan $\mathscr{P}$ est dirigée par le vecteur $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}1\\-1\\1\end{pmatrix}$. Elle admet donc pour représentation paramétrique :

3. **Affirmation 4 : Vrai**

La droite Δ passant par C orthogonalement au plan $\mathscr{P}$ est dirigée par le vecteur $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}1\\-1\\1\end{pmatrix}$. Elle admet donc pour représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - t \\ z = 2 + t \end{cases} \qquad \text{avec } t \in \mathbb{R}$$

3. **Affirmation 4 : Vrai**
La droite Δ passant par C orthogonalement au plan $\mathscr{P}$ est dirigée par le vecteur $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}1\\-1\\1\end{pmatrix}$. Elle admet donc pour représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - t \\ z = 2 + t \end{cases} \qquad \text{avec } t \in \mathbb{R}$$

Déterminons alors les coordonnées du point d'intersection de $\mathscr{P}$ et Δ :

3. **Affirmation 4 : Vrai**

   La droite Δ passant par C orthogonalement au plan $\mathscr{P}$ est dirigée par le vecteur $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}1\\-1\\1\end{pmatrix}$. Elle admet donc pour représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = 2+t \\ y = -1-t \\ z = 2+t \end{cases} \qquad \text{avec } t \in \mathbb{R}$$

   Déterminons alors les coordonnées du point d'intersection de $\mathscr{P}$ et Δ :

$$2+t-(-1-t)+2+t+1=0 \iff$$

3. **Affirmation 4 : Vrai**

La droite Δ passant par C orthogonalement au plan $\mathscr{P}$ est dirigée par le vecteur $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}1\\-1\\1\end{pmatrix}$. Elle admet donc pour représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - t \qquad \text{avec } t \in \mathbb{R} \\ z = 2 + t \end{cases}$$

Déterminons alors les coordonnées du point d'intersection de $\mathscr{P}$ et Δ :

$$2 + t - (-1 - t) + 2 + t + 1 = 0 \iff 3t = -6$$

3. **Affirmation 4 : Vrai**

La droite Δ passant par C orthogonalement au plan $\mathscr{P}$ est dirigée par le vecteur $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}1\\-1\\1\end{pmatrix}$. Elle admet donc pour représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - t \\ z = 2 + t \end{cases} \qquad \text{avec } t \in \mathbb{R}$$

Déterminons alors les coordonnées du point d'intersection de $\mathscr{P}$ et Δ :

$$\begin{aligned} 2 + t - (-1 - t) + 2 + t + 1 = 0 &\iff 3t = -6 \\ &\iff t = -2 \end{aligned}$$

Le projeté orthogonal de C sur $\mathscr{P}$ est donc le point H de paramètre $t = -2$ dans la représentation paramétrique de Δ, Le projeté orthogonal de C sur $\mathscr{P}$ est donc le point H de paramètre $t = -2$ dans la représentation paramétrique de Δ, soit $H(0\,;\,1\,;\,0)$.

Le projeté orthogonal de C sur $\mathscr{P}$ est donc le point H de paramètre $t = -2$ dans la représentation paramétrique de Δ, soit $H(0\,;\,1\,;\,0)$. On a alors :

$$CH =$$

Le projeté orthogonal de C sur $\mathscr{P}$ est donc le point H de paramètre $t = -2$ dans la représentation paramétrique de Δ, soit $H(0\,;\,1\,;\,0)$. On a alors :

$$CH = \sqrt{(0-2)^2 + (1-(-1))^2 + (0-2)^2}$$

Le projeté orthogonal de C sur $\mathscr{P}$ est donc le point H de paramètre $t = -2$ dans la représentation paramétrique de Δ, soit $H(0\,;\,1\,;\,0)$. On a alors :

$$\begin{aligned} CH &= \sqrt{(0-2)^2 + (1-(-1))^2 + (0-2)^2} \\ &= \sqrt{4+4+4} \end{aligned}$$

Le projeté orthogonal de C sur $\mathscr{P}$ est donc le point H de paramètre $t = -2$ dans la représentation paramétrique de Δ, soit $H(0\,;\,1\,;\,0)$. On a alors :

$$\begin{aligned} CH &= \sqrt{(0-2)^2 + (1-(-1))^2 + (0-2)^2} \\ &= \sqrt{4+4+4} \\ &= \sqrt{12} \end{aligned}$$

Le projeté orthogonal de C sur $\mathscr{P}$ est donc le point H de paramètre $t = -2$ dans la représentation paramétrique de Δ, soit $H(0\,;\,1\,;\,0)$. On a alors :

$$\begin{aligned} CH &= \sqrt{(0-2)^2 + (1-(-1))^2 + (0-2)^2} \\ &= \sqrt{4+4+4} \\ &= \sqrt{12} \\ &= 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

Le projeté orthogonal de C sur $\mathscr{P}$ est donc le point H de paramètre $t = -2$ dans la représentation paramétrique de Δ, soit $H(0\,;\,1\,;\,0)$. On a alors :

$$\begin{aligned} CH &= \sqrt{(0-2)^2 + (1-(-1))^2 + (0-2)^2} \\ &= \sqrt{4+4+4} \\ &= \sqrt{12} \\ &= 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

La distance de C à $\mathscr{P}$ est alors :

Le projeté orthogonal de C sur $\mathscr{P}$ est donc le point H de paramètre $t = -2$ dans la représentation paramétrique de Δ, soit $H(0\,;\,1\,;\,0)$. On a alors :

$$\begin{aligned} CH &= \sqrt{(0-2)^2 + (1-(-1))^2 + (0-2)^2} \\ &= \sqrt{4+4+4} \\ &= \sqrt{12} \\ &= 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

La distance de C à $\mathscr{P}$ est alors :

$$\boxed{CH = 2\sqrt{3}}$$

Exercice 4 - Partie A

1. Il s'agit de calculer u_1 :

1. Il s'agit de calculer u_1 :

$$u_1 =$$

1. Il s'agit de calculer u_1 :

$$u_1 = -0,02u_0^2 + 1,3u_0$$

Exercice 4 - Partie A

1. Il s'agit de calculer u_1 :

$$u_1 = -0,02u_0^2 + 1,3u_0 = -0,02 + 1,3$$

Exercice 4 - Partie A

1. Il s'agit de calculer u_1 :

$$u_1 = -0,02u_0^2 + 1,3u_0 = -0,02 + 1,3 = 1,28$$

Exercice 4 - Partie A

1. Il s'agit de calculer u_1 :

$$u_1 = -0,02u_0^2 + 1,3u_0 = -0,02 + 1,3 = 1,28$$

La superficie, en ha, que devrait recouvrir la posidonie au premier juillet 2025 est donc :

1. Il s'agit de calculer u_1 :

$$u_1 = -0,02u_0^2 + 1,3u_0 = -0,02 + 1,3 = 1,28$$

La superficie, en ha, que devrait recouvrir la posidonie au premier juillet 2025 est donc :

$$\boxed{u_1 = 1,28}$$

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $1 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 20$.

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $1 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 20$.

- **Initialisation :**

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $1 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 20$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $u_0 = 1$ et $u_1 = 1,28$.

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $1 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 20$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $u_0 = 1$ et $u_1 = 1,28$. On a donc $1 \leqslant u_0 \leqslant u_1 \leqslant 20$

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $1 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 20$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $u_0 = 1$ et $u_1 = 1,28$. On a donc $1 \leqslant u_0 \leqslant u_1 \leqslant 20$ et la propriété est vraie au rang $n = 0$.

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $1 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 20$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $u_0 = 1$ et $u_1 = 1,28$. On a donc $1 \leqslant u_0 \leqslant u_1 \leqslant 20$ et la propriété est vraie au rang $n = 0$.
- **Hérédité :**

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $1 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 20$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $u_0 = 1$ et $u_1 = 1,28$. On a donc $1 \leqslant u_0 \leqslant u_1 \leqslant 20$ et la propriété est vraie au rang $n = 0$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$,

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $1 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 20$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $u_0 = 1$ et $u_1 = 1,28$. On a donc $1 \leqslant u_0 \leqslant u_1 \leqslant 20$ et la propriété est vraie au rang $n = 0$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire $1 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 20$.

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $1 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 20$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $u_0 = 1$ et $u_1 = 1,28$. On a donc $1 \leqslant u_0 \leqslant u_1 \leqslant 20$ et la propriété est vraie au rang $n = 0$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire $1 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 20$. En appliquant la fonction h qui est croissante sur l'intervalle $[1\,;\,20]$,

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $1 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 20$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $u_0 = 1$ et $u_1 = 1,28$. On a donc $1 \leqslant u_0 \leqslant u_1 \leqslant 20$ et la propriété est vraie au rang $n = 0$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire $1 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 20$. En appliquant la fonction h qui est croissante sur l'intervalle $[1\,;\,20]$, on obtient :

$$h(1) \leqslant h(u_n) \leqslant h(u_{n+1}) \leqslant h(20)$$

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $1 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 20$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $u_0 = 1$ et $u_1 = 1,28$. On a donc $1 \leqslant u_0 \leqslant u_1 \leqslant 20$ et la propriété est vraie au rang $n = 0$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire $1 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 20$. En appliquant la fonction h qui est croissante sur l'intervalle $[1\,;\,20]$, on obtient :

$$h(1) \leqslant h(u_n) \leqslant h(u_{n+1}) \leqslant h(20)$$

  Soit :

$$1,28 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_{n+2} \leqslant 18$$

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $1 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 20$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $u_0 = 1$ et $u_1 = 1,28$. On a donc $1 \leqslant u_0 \leqslant u_1 \leqslant 20$ et la propriété est vraie au rang $n = 0$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire $1 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 20$. En appliquant la fonction h qui est croissante sur l'intervalle $[1\,;\,20]$, on obtient :

  $$h(1) \leqslant h(u_n) \leqslant h(u_{n+1}) \leqslant h(20)$$

  Soit :

  $$1,28 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_{n+2} \leqslant 18$$

  Donc a fortiori :

  $$1 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_{n+2} \leqslant 20$$

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $1 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 20$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $u_0 = 1$ et $u_1 = 1,28$. On a donc $1 \leqslant u_0 \leqslant u_1 \leqslant 20$ et la propriété est vraie au rang $n = 0$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire $1 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 20$. En appliquant la fonction h qui est croissante sur l'intervalle $[1\,;\,20]$, on obtient :

  $$h(1) \leqslant h(u_n) \leqslant h(u_{n+1}) \leqslant h(20)$$

  Soit :

  $$1,28 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_{n+2} \leqslant 18$$

  Donc a fortiori :

  $$1 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_{n+2} \leqslant 20$$

  La propriété est donc vraie au rang $n + 1$.

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $1 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 20$.

- **Initialisation :**
Pour $n = 0$, on a $u_0 = 1$ et $u_1 = 1,28$. On a donc $1 \leqslant u_0 \leqslant u_1 \leqslant 20$ et la propriété est vraie au rang $n = 0$.
- **Hérédité :**
Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire $1 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 20$. En appliquant la fonction h qui est croissante sur l'intervalle $[1\,;\,20]$, on obtient :
$$h(1) \leqslant h(u_n) \leqslant h(u_{n+1}) \leqslant h(20)$$
Soit :
$$1,28 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_{n+2} \leqslant 18$$
Donc a fortiori :
$$1 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_{n+2} \leqslant 20$$
La propriété est donc vraie au rang $n+1$.
- **Conclusion :**

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $1 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 20$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $u_0 = 1$ et $u_1 = 1,28$. On a donc $1 \leqslant u_0 \leqslant u_1 \leqslant 20$ et la propriété est vraie au rang $n = 0$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire $1 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 20$. En appliquant la fonction h qui est croissante sur l'intervalle $[1\,;\,20]$, on obtient :

  $$h(1) \leqslant h(u_n) \leqslant h(u_{n+1}) \leqslant h(20)$$

  Soit :

  $$1,28 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_{n+2} \leqslant 18$$

  Donc a fortiori :

  $$1 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_{n+2} \leqslant 20$$

  La propriété est donc vraie au rang $n + 1$.
- **Conclusion :**
  La propriété est vraie au rang 0 et elle est héréditaire, elle est donc vraie pour tout $n \in \mathbb{N}$.

2. (b) D'après la question précédente :

2. (b) D'après la question précédente :

- La suite (u_n) est croissante

2. (b) D'après la question précédente :

- La suite (u_n) est croissante (car $u_n \leqslant u_{n+1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$)

2. (b) D'après la question précédente :

- La suite (u_n) est croissante (car $u_n \leqslant u_{n+1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$)
- La suite (u_n) est majorée par 20

2. (b) D'après la question précédente :

- La suite (u_n) est croissante (car $u_n \leqslant u_{n+1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$)
- La suite (u_n) est majorée par 20 (car $u_n \leqslant 20$ pour tout $n \in \mathbb{N}$)

2. (b) D'après la question précédente :

- La suite (u_n) est croissante (car $u_n \leqslant u_{n+1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$)
- La suite (u_n) est majorée par 20 (car $u_n \leqslant 20$ pour tout $n \in \mathbb{N}$)

On en déduit que :

$$\boxed{\text{La suite } (u_n) \text{ converge vers une limite } L}$$

2. (c) La suite (u_n) est définie par une relation de récurrence de la forme $u_{n+1} = f(u_n)$

2. (c) La suite (u_n) est définie par une relation de récurrence de la forme $u_{n+1} = f(u_n)$ où f est une fonction continue.

2. (c) La suite (u_n) est définie par une relation de récurrence de la forme $u_{n+1} = f(u_n)$ où f est une fonction continue. On sait alors que sa limite L est un point fixe de f,

2. (c) La suite (u_n) est définie par une relation de récurrence de la forme $u_{n+1} = f(u_n)$ où f est une fonction continue. On sait alors que sa limite L est un point fixe de f, c'est-à-dire une solution de l'équation $f(x) = x$.

2. (c) La suite (u_n) est définie par une relation de récurrence de la forme $u_{n+1} = f(u_n)$ où f est une fonction continue. On sait alors que sa limite L est un point fixe de f, c'est-à-dire une solution de l'équation $f(x) = x$. Or, pour tout $x \in [1\,;20]$:

$$f(x) = x \Longleftrightarrow$$

2. (c) La suite (u_n) est définie par une relation de récurrence de la forme $u_{n+1} = f(u_n)$ où f est une fonction continue. On sait alors que sa limite L est un point fixe de f, c'est-à-dire une solution de l'équation $f(x) = x$. Or, pour tout $x \in [1\,;\,20]$:

$$f(x) = x \iff -0,02x^2 + 1,3x = x$$

2. (c) La suite (u_n) est définie par une relation de récurrence de la forme $u_{n+1} = f(u_n)$ où f est une fonction continue. On sait alors que sa limite L est un point fixe de f, c'est-à-dire une solution de l'équation $f(x) = x$. Or, pour tout $x \in [1\,;\,20]$:

$$\begin{aligned} f(x) = x &\iff -0,02x^2 + 1,3x = x \\ &\iff -0,02x^2 + 0,3x = 0 \end{aligned}$$

2. (c) La suite (u_n) est définie par une relation de récurrence de la forme $u_{n+1} = f(u_n)$ où f est une fonction continue. On sait alors que sa limite L est un point fixe de f, c'est-à-dire une solution de l'équation $f(x) = x$. Or, pour tout $x \in [1\,;20]$:

$$\begin{aligned} f(x) = x &\Longleftrightarrow \; -0,02x^2 + 1,3x = x \\ &\Longleftrightarrow -0,02x^2 + 0,3x = 0 \\ &\Longleftrightarrow x(-0,02x + 0,3) = 0 \end{aligned}$$

2. (c) La suite (u_n) est définie par une relation de récurrence de la forme $u_{n+1} = f(u_n)$ où f est une fonction continue. On sait alors que sa limite L est un point fixe de f, c'est-à-dire une solution de l'équation $f(x) = x$. Or, pour tout $x \in [1\,;20]$:

$$\begin{aligned} f(x) = x &\Longleftrightarrow -0,02x^2 + 1,3x = x \\ &\Longleftrightarrow -0,02x^2 + 0,3x = 0 \\ &\Longleftrightarrow x(-0,02x + 0,3) = 0 \\ &\Longleftrightarrow x = 0 \quad \text{ou} \quad -0,02x + 0,3 = 0 \end{aligned}$$

2. (c) La suite (u_n) est définie par une relation de récurrence de la forme $u_{n+1} = f(u_n)$ où f est une fonction continue. On sait alors que sa limite L est un point fixe de f, c'est-à-dire une solution de l'équation $f(x) = x$. Or, pour tout $x \in [1\,;20]$:

$$\begin{aligned}
f(x) = x &\iff -0,02x^2 + 1,3x = x \\
&\iff -0,02x^2 + 0,3x = 0 \\
&\iff x(-0,02x + 0,3) = 0 \\
&\iff x = 0 \quad \text{ou} \quad -0,02x + 0,3 = 0 \\
&\iff x = 0 \quad \text{ou} \quad x = \frac{-0,3}{-0,02}
\end{aligned}$$

2. (c) La suite (u_n) est définie par une relation de récurrence de la forme $u_{n+1} = f(u_n)$ où f est une fonction continue. On sait alors que sa limite L est un point fixe de f, c'est-à-dire une solution de l'équation $f(x) = x$. Or, pour tout $x \in [1\,;20]$:

$$\begin{aligned}
f(x) = x &\iff -0,02x^2 + 1,3x = x \\
&\iff -0,02x^2 + 0,3x = 0 \\
&\iff x(-0,02x + 0,3) = 0 \\
&\iff x = 0 \quad \text{ou} \quad -0,02x + 0,3 = 0 \\
&\iff x = 0 \quad \text{ou} \quad x = \frac{-0,3}{-0,02} \\
&\iff x = 0 \quad \text{ou} \quad x = 15
\end{aligned}$$

2. (c) La suite (u_n) est définie par une relation de récurrence de la forme $u_{n+1} = f(u_n)$ où f est une fonction continue. On sait alors que sa limite L est un point fixe de f, c'est-à-dire une solution de l'équation $f(x) = x$. Or, pour tout $x \in [1\,;\,20]$:

$$\begin{aligned} f(x) = x &\iff -0,02x^2 + 1,3x = x \\ &\iff -0,02x^2 + 0,3x = 0 \\ &\iff x(-0,02x + 0,3) = 0 \\ &\iff x = 0 \quad \text{ou} \quad -0,02x + 0,3 = 0 \\ &\iff x = 0 \quad \text{ou} \quad x = \frac{-0,3}{-0,02} \\ &\iff x = 0 \quad \text{ou} \quad x = 15 \end{aligned}$$

Et comme $0 \notin [1\,;\,20]$,

2. (c) La suite (u_n) est définie par une relation de récurrence de la forme $u_{n+1} = f(u_n)$ où f est une fonction continue. On sait alors que sa limite L est un point fixe de f, c'est-à-dire une solution de l'équation $f(x) = x$. Or, pour tout $x \in [1\,;\,20]$:

$$\begin{aligned} f(x) = x &\iff -0,02x^2 + 1,3x = x \\ &\iff -0,02x^2 + 0,3x = 0 \\ &\iff x(-0,02x + 0,3) = 0 \\ &\iff x = 0 \quad \text{ou} \quad -0,02x + 0,3 = 0 \\ &\iff x = 0 \quad \text{ou} \quad x = \frac{-0,3}{-0,02} \\ &\iff x = 0 \quad \text{ou} \quad x = 15 \end{aligned}$$

Et comme $0 \notin [1\,;\,20]$, on en déduit que :

$$\boxed{L = 15}$$

3. On a $\lim_{n \to +\infty} u_n = 15$

3. On a $\lim_{n \to +\infty} u_n = 15$ donc quel que soit l'intervalle ouvert I contenant 15,

3. On a $\lim_{n \to +\infty} u_n = 15$ donc quel que soit l'intervalle ouvert I contenant 15, il existe un rang n_0 tel que pour tout $n \geqslant n_0$, $u_n \in I$.

3. On a $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 15$ donc quel que soit l'intervalle ouvert I contenant 15, il existe un rang n_0 tel que pour tout $n \geqslant n_0$, $u_n \in I$.
En prenant $I =]14\,;\,16[$,

3. On a $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 15$ donc quel que soit l'intervalle ouvert I contenant 15, il existe un rang n_0 tel que pour tout $n \geqslant n_0$, $u_n \in I$.
En prenant $I =]14\,;\,16[$, on est sûr que u_n dépassera 14.

4. On complète l'algorithme de la façon suivante :

4. On complète l'algorithme de la façon suivante :

```
def seuil() :
    n=0
    u=1
    while u < 14 :
        n = n+1
        u = -0.02*u**2+1.3*u
    return n
```

1. La fonction g est dérivable sur $[0\,; +\infty[$ et, pour tout $t \in [0\,; +\infty[$, on a :

1. La fonction g est dérivable sur $[0\,;+\infty[$ et, pour tout $t \in [0\,;+\infty[$, on a :

$$g'(t) = -\frac{f'(t)}{f^2(t)}$$

1. La fonction g est dérivable sur $[0\,;+\infty[$ et, pour tout $t \in [0\,;+\infty[$, on a :

$$g'(t) = -\frac{f'(t)}{f^2(t)}$$

Or on sait que f est solution de (E_1) donc pour tout $t \in [0\,;+\infty[$:

1. La fonction g est dérivable sur $[0\,;+\infty[$ et, pour tout $t \in [0\,;+\infty[$, on a :

$$g'(t) = -\frac{f'(t)}{f^2(t)}$$

Or on sait que f est solution de (E_1) donc pour tout $t \in [0\,;+\infty[$:

$$f'(t) = 0,002f(t)(15 - f(t))$$

On a alors :

$$g'(t) =$$

On a alors :

$$g'(t) = -\frac{f'(t)}{f^2(t)}$$

On a alors :

$$\begin{aligned} g'(t) &= -\frac{f'(t)}{f^2(t)} \\ &= -\frac{0,002f(t)(15-f(t))}{f^2(t)} \end{aligned}$$

On a alors :

$$\begin{aligned} g'(t) &= -\frac{f'(t)}{f^2(t)} \\ &= -\frac{0,002f(t)(15-f(t))}{f^2(t)} \\ &= -\frac{0,03f(t)-0,002f^2(t)}{f^2(t)} \end{aligned}$$

On a alors :

$$\begin{aligned}
g'(t) &= -\frac{f'(t)}{f^2(t)} \\
&= -\frac{0,002f(t)(15-f(t))}{f^2(t)} \\
&= -\frac{0,03f(t)-0,002f^2(t)}{f^2(t)} \\
&= -\frac{0,03}{f(t)}+0,002
\end{aligned}$$

On a alors :

$$\begin{aligned} g'(t) &= -\frac{f'(t)}{f^2(t)} \\ &= -\frac{0,002f(t)(15-f(t))}{f^2(t)} \\ &= -\frac{0,03f(t)-0,002f^2(t)}{f^2(t)} \\ &= -\frac{0,03}{f(t)}+0,002 \\ &= -0,03g(t)+0,002 \end{aligned}$$

On a alors :

$$\begin{aligned} g'(t) &= -\frac{f'(t)}{f^2(t)} \\ &= -\frac{0,002f(t)(15-f(t))}{f^2(t)} \\ &= -\frac{0,03f(t)-0,002f^2(t)}{f^2(t)} \\ &= -\frac{0,03}{f(t)}+0,002 \\ &= -0,03g(t)+0,002 \end{aligned}$$

Et donc :

$$\boxed{g \text{ est solution de } (E_2)}$$

2. L'équation (E_2) est de la forme $y' = ay + b$ avec $a = -0,3$ et $b = 0,02$.

2. L'équation (E_2) est de la forme $y' = ay + b$ avec $a = -0,3$ et $b = 0,02$. Les solutions sont donc les fonctions de la forme $t \mapsto \lambda \mathrm{e}^{-0,3t} - \dfrac{0,02}{-0,3}$

2. L'équation (E_2) est de la forme $y' = ay + b$ avec $a = -0,3$ et $b = 0,02$. Les solutions sont donc les fonctions de la forme $t \mapsto \lambda e^{-0,3t} - \dfrac{0,02}{-0,3}$ avec $\lambda \in \mathbb{R}$,

2. L'équation (E_2) est de la forme $y' = ay + b$ avec $a = -0,3$ et $b = 0,02$. Les solutions sont donc les fonctions de la forme $t \mapsto \lambda \mathrm{e}^{-0,3t} - \dfrac{0,02}{-0,3}$ avec $\lambda \in \mathbb{R}$, soit les fonctions de la forme :

2. L'équation (E_2) est de la forme $y' = ay + b$ avec $a = -0,3$ et $b = 0,02$. Les solutions sont donc les fonctions de la forme $t \mapsto \lambda e^{-0,3t} - \dfrac{0,02}{-0,3}$ avec $\lambda \in \mathbb{R}$, soit les fonctions de la forme :

$$\boxed{t \mapsto \lambda e^{-0,3t} + \frac{1}{15}} \quad \text{avec } \lambda \in \mathbb{R}$$

3. Pour tout $t \in [0\,;+\infty[$, il existe donc $\lambda \in \mathbb{R}$ tel que :

3. Pour tout $t \in [0\,;+\infty[$, il existe donc $\lambda \in \mathbb{R}$ tel que :

$$g(t) = \lambda \mathrm{e}^{-0,3t} + \frac{1}{15}$$

3. Pour tout $t \in [0\,;+\infty[$, il existe donc $\lambda \in \mathbb{R}$ tel que :

$$g(t) = \lambda \mathrm{e}^{-0,3t} + \frac{1}{15}$$

Et comme $g(t) = \dfrac{1}{f(t)}$,

3. Pour tout $t \in [0\,;+\infty[$, il existe donc $\lambda \in \mathbb{R}$ tel que :

$$g(t) = \lambda e^{-0,3t} + \frac{1}{15}$$

Et comme $g(t) = \dfrac{1}{f(t)}$, on a :

$$f(t) =$$

3. Pour tout $t \in [0\,; +\infty[$, il existe donc $\lambda \in \mathbb{R}$ tel que :

$$g(t) = \lambda e^{-0,3t} + \frac{1}{15}$$

Et comme $g(t) = \dfrac{1}{f(t)}$, on a :

$$f(t) = \frac{1}{g(t)}$$

3. Pour tout $t \in [0\,;+\infty[$, il existe donc $\lambda \in \mathbb{R}$ tel que :

$$g(t) = \lambda e^{-0,3t} + \frac{1}{15}$$

Et comme $g(t) = \dfrac{1}{f(t)}$, on a :

$$f(t) = \frac{1}{g(t)} = \frac{1}{\lambda e^{-0,3t} + \frac{1}{15}}$$

3. Pour tout $t \in [0\,;+\infty[$, il existe donc $\lambda \in \mathbb{R}$ tel que :

$$g(t) = \lambda e^{-0,3t} + \frac{1}{15}$$

Et comme $g(t) = \dfrac{1}{f(t)}$, on a :

$$f(t) = \frac{1}{g(t)} = \frac{1}{\lambda e^{-0,3t} + \frac{1}{15}} = \frac{1}{\frac{15\lambda e^{-0,3t} + 1}{15}}$$

3. Pour tout $t \in [0\,;+\infty[$, il existe donc $\lambda \in \mathbb{R}$ tel que :

$$g(t) = \lambda \mathrm{e}^{-0,3t} + \frac{1}{15}$$

Et comme $g(t) = \dfrac{1}{f(t)}$, on a :

$$f(t) = \frac{1}{g(t)} = \frac{1}{\lambda \mathrm{e}^{-0,3t} + \frac{1}{15}} = \frac{1}{\frac{15\lambda \mathrm{e}^{-0,3t} + 1}{15}} = \frac{15}{15\lambda \mathrm{e}^{-0,3t} + 1}$$

3. Pour tout $t \in [0\,;+\infty[$, il existe donc $\lambda \in \mathbb{R}$ tel que :

$$g(t) = \lambda e^{-0,3t} + \frac{1}{15}$$

Et comme $g(t) = \dfrac{1}{f(t)}$, on a :

$$f(t) = \frac{1}{g(t)} = \frac{1}{\lambda e^{-0,3t} + \frac{1}{15}} = \frac{1}{\frac{15\lambda e^{-0,3t} + 1}{15}} = \frac{15}{15\lambda e^{-0,3t} + 1}$$

Et avec la condition initiale $f(0) = 1$,

3. Pour tout $t \in [0\,;+\infty[$, il existe donc $\lambda \in \mathbb{R}$ tel que :

$$g(t) = \lambda e^{-0,3t} + \frac{1}{15}$$

Et comme $g(t) = \dfrac{1}{f(t)}$, on a :

$$f(t) = \frac{1}{g(t)} = \frac{1}{\lambda e^{-0,3t} + \frac{1}{15}} = \frac{1}{\frac{15\lambda e^{-0,3t} + 1}{15}} = \frac{15}{15\lambda e^{-0,3t} + 1}$$

Et avec la condition initiale $f(0) = 1$, on a :

$$f(0) = 1 \iff$$

3. Pour tout $t \in [0\,;+\infty[$, il existe donc $\lambda \in \mathbb{R}$ tel que :

$$g(t) = \lambda e^{-0,3t} + \frac{1}{15}$$

Et comme $g(t) = \dfrac{1}{f(t)}$, on a :

$$f(t) = \frac{1}{g(t)} = \frac{1}{\lambda e^{-0,3t} + \frac{1}{15}} = \frac{1}{\frac{15\lambda e^{-0,3t} + 1}{15}} = \frac{15}{15\lambda e^{-0,3t} + 1}$$

Et avec la condition initiale $f(0) = 1$, on a :

$$f(0) = 1 \Longleftrightarrow \frac{15}{15\lambda + 1} = 1$$

3. Pour tout $t \in [0\,;+\infty[$, il existe donc $\lambda \in \mathbb{R}$ tel que :

$$g(t) = \lambda e^{-0,3t} + \frac{1}{15}$$

Et comme $g(t) = \dfrac{1}{f(t)}$, on a :

$$f(t) = \frac{1}{g(t)} = \frac{1}{\lambda e^{-0,3t} + \frac{1}{15}} = \frac{1}{\frac{15\lambda e^{-0,3t} + 1}{15}} = \frac{15}{15\lambda e^{-0,3t} + 1}$$

Et avec la condition initiale $f(0) = 1$, on a :

$$\begin{aligned} f(0) = 1 &\iff \frac{15}{15\lambda + 1} = 1 \\ &\iff 15\lambda + 1 = 15 \end{aligned}$$

3. Pour tout $t \in [0\,;+\infty[$, il existe donc $\lambda \in \mathbb{R}$ tel que :

$$g(t) = \lambda \mathrm{e}^{-0,3t} + \frac{1}{15}$$

Et comme $g(t) = \dfrac{1}{f(t)}$, on a :

$$f(t) = \frac{1}{g(t)} = \frac{1}{\lambda \mathrm{e}^{-0,3t} + \frac{1}{15}} = \frac{1}{\frac{15\lambda \mathrm{e}^{-0,3t} + 1}{15}} = \frac{15}{15\lambda \mathrm{e}^{-0,3t} + 1}$$

Et avec la condition initiale $f(0) = 1$, on a :

$$\begin{aligned} f(0) = 1 &\iff \frac{15}{15\lambda + 1} = 1 \\ &\iff 15\lambda + 1 = 15 \\ &\iff 15\lambda = 14 \end{aligned}$$

3. Pour tout $t \in [0\,;+\infty[$, il existe donc $\lambda \in \mathbb{R}$ tel que :

$$g(t) = \lambda e^{-0,3t} + \frac{1}{15}$$

Et comme $g(t) = \dfrac{1}{f(t)}$, on a :

$$f(t) = \frac{1}{g(t)} = \frac{1}{\lambda e^{-0,3t} + \frac{1}{15}} = \frac{1}{\frac{15\lambda e^{-0,3t} + 1}{15}} = \frac{15}{15\lambda e^{-0,3t} + 1}$$

Et avec la condition initiale $f(0) = 1$, on a :

$$\begin{aligned} f(0) = 1 &\iff \frac{15}{15\lambda + 1} = 1 \\ &\iff 15\lambda + 1 = 15 \\ &\iff 15\lambda = 14 \end{aligned}$$

Et donc, pour tout $t \in [0\,;+\infty[$:

3. Pour tout $t \in [0\,; +\infty[$, il existe donc $\lambda \in \mathbb{R}$ tel que :

$$g(t) = \lambda e^{-0,3t} + \frac{1}{15}$$

Et comme $g(t) = \dfrac{1}{f(t)}$, on a :

$$f(t) = \frac{1}{g(t)} = \frac{1}{\lambda e^{-0,3t} + \frac{1}{15}} = \frac{1}{\frac{15\lambda e^{-0,3t} + 1}{15}} = \frac{15}{15\lambda e^{-0,3t} + 1}$$

Et avec la condition initiale $f(0) = 1$, on a :

$$\begin{aligned} f(0) = 1 &\iff \frac{15}{15\lambda + 1} = 1 \\ &\iff 15\lambda + 1 = 15 \\ &\iff 15\lambda = 14 \end{aligned}$$

Et donc, pour tout $t \in [0\,; +\infty[$:

$$\boxed{f(t) = \frac{15}{14e^{-0,3t} + 1}}$$

4. On a :

$$\boxed{\lim_{t \to +\infty} f(t) = 15}$$

4. On a :

$$\boxed{\lim_{t \to +\infty} f(t) = 15} \quad \text{car} \quad \lim_{t \to +\infty} \mathrm{e}^{-0,3t} = 0$$

5. Pour tout $t \in [0\,;+\infty[$, on a :

5. Pour tout $t \in [0\,; +\infty[$, on a :

$$f(t) > 14 \iff$$

5. Pour tout $t \in [0\,; +\infty[$, on a :

$$f(t) > 14 \Longleftrightarrow \frac{15}{14\mathrm{e}^{-0{,}3t} + 1} > 14$$

5. Pour tout $t \in [0\,; +\infty[$, on a :

$$\begin{aligned} f(t) > 14 &\iff \frac{15}{14\mathrm{e}^{-0,3t}+1} > 14 \\ &\iff \frac{14\mathrm{e}^{-0,3t}+1}{15} < \frac{1}{14} \end{aligned}$$

5. Pour tout $t \in [0\,;+\infty[$, on a :

$$\begin{aligned} f(t) > 14 &\iff \frac{15}{14\mathrm{e}^{-0,3t}+1} > 14 \\ &\iff \frac{14\mathrm{e}^{-0,3t}+1}{15} < \frac{1}{14} \\ &\iff 14\mathrm{e}^{-0,3t}+1 < \frac{15}{14} \end{aligned}$$

5. Pour tout $t \in [0\,;+\infty[$, on a :

$$\begin{aligned} f(t) > 14 &\iff \frac{15}{14\mathrm{e}^{-0,3t}+1} > 14 \\ &\iff \frac{14\mathrm{e}^{-0,3t}+1}{15} < \frac{1}{14} \\ &\iff 14\mathrm{e}^{-0,3t}+1 < \frac{15}{14} \\ &\iff 14\mathrm{e}^{-0,3t} < \frac{1}{14} \end{aligned}$$

5. Pour tout $t \in [0\,; +\infty[$, on a :

$$\begin{aligned}
f(t) > 14 &\iff \frac{15}{14\mathrm{e}^{-0,3t}+1} > 14 \\
&\iff \frac{14\mathrm{e}^{-0,3t}+1}{15} < \frac{1}{14} \\
&\iff 14\mathrm{e}^{-0,3t}+1 < \frac{15}{14} \\
&\iff 14\mathrm{e}^{-0,3t} < \frac{1}{14} \\
&\iff \mathrm{e}^{-0,3t} < \frac{1}{196}
\end{aligned}$$

5. Pour tout $t \in [0\,;+\infty[$, on a :

$$\begin{aligned}
f(t) > 14 &\iff \frac{15}{14\mathrm{e}^{-0,3t}+1} > 14 \\
&\iff \frac{14\mathrm{e}^{-0,3t}+1}{15} < \frac{1}{14} \\
&\iff 14\mathrm{e}^{-0,3t}+1 < \frac{15}{14} \\
&\iff 14\mathrm{e}^{-0,3t} < \frac{1}{14} \\
&\iff \mathrm{e}^{-0,3t} < \frac{1}{196} \\
&\iff -0,3t < \ln\left(\frac{1}{196}\right)
\end{aligned}$$

5. Pour tout $t \in [0\,;+\infty[$, on a :

$$\begin{aligned}
f(t) > 14 &\iff \frac{15}{14\mathrm{e}^{-0{,}3t}+1} > 14 \\
&\iff \frac{14\mathrm{e}^{-0{,}3t}+1}{15} < \frac{1}{14} \\
&\iff 14\mathrm{e}^{-0{,}3t}+1 < \frac{15}{14} \\
&\iff 14\mathrm{e}^{-0{,}3t} < \frac{1}{14} \\
&\iff \mathrm{e}^{-0{,}3t} < \frac{1}{196} \\
&\iff -0,3t < \ln\left(\frac{1}{196}\right) \\
&\iff t > \frac{-\ln(196)}{-0,3}
\end{aligned}$$

5. Pour tout $t \in [0\,;+\infty[$, on a :

$$\begin{aligned}
f(t) > 14 &\iff \frac{15}{14\mathrm{e}^{-0,3t}+1} > 14\\
&\iff \frac{14\mathrm{e}^{-0,3t}+1}{15} < \frac{1}{14}\\
&\iff 14\mathrm{e}^{-0,3t}+1 < \frac{15}{14}\\
&\iff 14\mathrm{e}^{-0,3t} < \frac{1}{14}\\
&\iff \mathrm{e}^{-0,3t} < \frac{1}{196}\\
&\iff -0,3t < \ln\left(\frac{1}{196}\right)\\
&\iff t > \frac{-\ln(196)}{-0,3}\\
&\iff t > \frac{\ln(196)}{0,3}
\end{aligned}$$

L’ensemble solution est donc :

L'ensemble solution est donc :

$$\boxed{\mathscr{S} = \left] \frac{\ln(196)}{0,3} \,;\, +\infty \right[}$$

L'ensemble solution est donc :

$$\boxed{\mathscr{S} = \left]\frac{\ln(196)}{0,3}\,;+\infty\right[}$$

Et comme $\dfrac{\ln(196)}{0,3} \approx 17,59$, cela signifie que la superficie de la zone recouverte dépassera 14 ha au cours de la dix-huitième année.

Tous les sujets corrigés avec sources LaTeX :

http://specialite.mathematiques.free.fr/

Pour toute remarque :

fabien.vinsu@ac-besancon.fr