Corrigé de l'épreuve du baccalauréat de spécialité mathématiques

Métropole
18 juin 2025

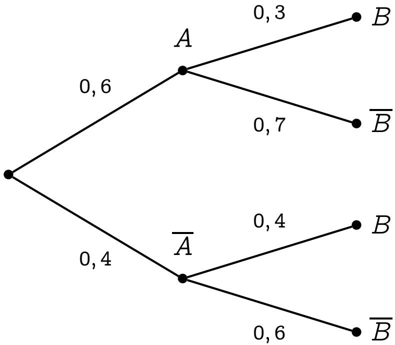
http://specialite.mathematiques.free.fr/
fabien.vinsu@ac-besancon.fr

Exercice 1 - Partie A

1. On peut représenter la situation par l'arbre suivant :

Exercice 1 - Partie A

1. On peut représenter la situation par l'arbre suivant :



2. On a :

$$P\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right) =$$

2. On a :

$$P\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)=P(\overline{A})\times P_{\overline{A}}(\overline{B})$$

2. On a :

$$\begin{aligned} P\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right) &= P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(\overline{B}) \\ &= 0,4 \times 0,6 \end{aligned}$$

2. On a :

$$\begin{aligned} P\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right) &= P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(\overline{B}) \\ &= 0,4 \times 0,6 \\ &= 0,24 \end{aligned}$$

2. On a :

$$\begin{aligned} P\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right) &= P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(\overline{B}) \\ &= 0,4 \times 0,6 \\ &= 0,24 \end{aligned}$$

La probabilité que la personne ne chute ni pendant la première ni pendant la deuxième séance est donc :

2. On a :

$$\begin{aligned} P\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right) &= P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(\overline{B}) \\ &= 0,4 \times 0,6 \\ &= 0,24 \end{aligned}$$

La probabilité que la personne ne chute ni pendant la première ni pendant la deuxième séance est donc :

$$\boxed{P\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right) = 0,24}$$

3. Les événements A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

3. Les événements A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$P(B) =$$

3. Les événements A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$P(B) = P(A) \times P_A(B) + P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(B)$$

3. Les événements A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(B) &= P(A) \times P_A(B) + P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(B) \\ &= 0,6 \times 0,3 + 0,4 \times 0,4 \end{aligned}$$

3. Les événements A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(B) &= P(A) \times P_A(B) + P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(B) \\ &= 0,6 \times 0,3 + 0,4 \times 0,4 \\ &= 0,18 + 0,16 \end{aligned}$$

3. Les événements A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned}P(B) &= P(A) \times P_A(B) + P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(B)\\ &= 0,6 \times 0,3 + 0,4 \times 0,4\\ &= 0,18 + 0,16\\ &= 0,34\end{aligned}$$

3. Les événements A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(B) &= P(A) \times P_A(B) + P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(B) \\ &= 0,6 \times 0,3 + 0,4 \times 0,4 \\ &= 0,18 + 0,16 \\ &= 0,34 \end{aligned}$$

La probabilité que la personne chute pendant la deuxième séance est donc :

3. Les événements A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(B) &= P(A) \times P_A(B) + P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(B) \\ &= 0,6 \times 0,3 + 0,4 \times 0,4 \\ &= 0,18 + 0,16 \\ &= 0,34 \end{aligned}$$

La probabilité que la personne chute pendant la deuxième séance est donc :

$$\boxed{P(B) = 0,34}$$

4. Il s'agit de calculer $P_{\overline{B}}(\overline{A})$:

4. Il s'agit de calculer $P_{\overline{B}}(\overline{A})$:

$$P_{\overline{B}}(\overline{A}) =$$

4. Il s'agit de calculer $P_{\overline{B}}(\overline{A})$:

$$P_{\overline{B}}(\overline{A}) = \frac{P(\overline{A} \cap \overline{B})}{P(\overline{B})}$$

4. Il s'agit de calculer $P_{\overline{B}}(\overline{A})$:

$$\begin{aligned} P_{\overline{B}}(\overline{A}) &= \frac{P(\overline{A} \cap \overline{B})}{P(\overline{B})} \\ &= \frac{0,24}{1-0,34} \end{aligned}$$

4. Il s'agit de calculer $P_{\overline{B}}(\overline{A})$:

$$\begin{aligned}
P_{\overline{B}}(\overline{A}) &= \frac{P(\overline{A} \cap \overline{B})}{P(\overline{B})} \\
&= \frac{0,24}{1-0,34} \\
&= \frac{0,24}{0,66}
\end{aligned}$$

4. Il s'agit de calculer $P_{\overline{B}}(\overline{A})$:

$$\begin{aligned} P_{\overline{B}}(\overline{A}) &= \frac{P(\overline{A} \cap \overline{B})}{P(\overline{B})} \\ &= \frac{0,24}{1-0,34} \\ &= \frac{0,24}{0,66} \\ &\approx 0,364 \end{aligned}$$

4. Il s'agit de calculer $P_{\overline{B}}(\overline{A})$:

$$\begin{aligned} P_{\overline{B}}(\overline{A}) &= \frac{P(\overline{A} \cap \overline{B})}{P(\overline{B})} \\ &= \frac{0,24}{1-0,34} \\ &= \frac{0,24}{0,66} \\ &\approx 0,364 \end{aligned}$$

La probabilité que la personne n'ait pas chuté lors de la première séance sachant qu'elle n'a pas chuté pendant la deuxième est donc :

4. Il s'agit de calculer $P_{\overline{B}}(\overline{A})$:

$$\begin{aligned} P_{\overline{B}}(\overline{A}) &= \frac{P(\overline{A} \cap \overline{B})}{P(\overline{B})} \\ &= \frac{0,24}{1-0,34} \\ &= \frac{0,24}{0,66} \\ &\approx 0,364 \end{aligned}$$

La probabilité que la personne n'ait pas chuté lors de la première séance sachant qu'elle n'a pas chuté pendant la deuxième est donc :

$$\boxed{P_{\overline{B}}(\overline{A}) \approx 0,364}$$

5. (a) On répète 100 fois, de façon identique et indépendante, une épreuve de Bernoulli dont la probabilité est égale à $0,24$.

5. (a) On répète 100 fois, de façon identique et indépendante, une épreuve de Bernoulli dont la probabilité est égale à $0,24$. La variable aléatoire X compte le nombre de succès donc :

5. (a) On répète 100 fois, de façon identique et indépendante, une épreuve de Bernoulli dont la probabilité est égale à $0,24$. La variable aléatoire X compte le nombre de succès donc :

$$\boxed{X \text{ suit une loi binomiale de paramètres } n = 100 \text{ et } p = 0,24}$$

5. (b) Il s'agit de calculer $P(X \geqslant 20)$.

5. (b) Il s'agit de calculer $P(X \geqslant 20)$. On obtient, à l'aide de la calculatrice, que la probabilité d'avoir, dans un échantillon de 100 personnes, au moins 20 personnes qui ne chutent ni lors de la première ni lors de la deuxième séance est :

5. (b) Il s'agit de calculer $P(X \geqslant 20)$. On obtient, à l'aide de la calculatrice, que la probabilité d'avoir, dans un échantillon de 100 personnes, au moins 20 personnes qui ne chutent ni lors de la première ni lors de la deuxième séance est :

$$\boxed{P(X \geqslant 20) \approx 0,855}$$

5. (c) On a $E(X) =$

5. (c) On a $E(X) = n \times p$

5. (c) On a $E(X) = n \times p = 100 \times 0,24$

5. (c) On a $E(X) = n \times p = 100 \times 0,24 = 24$,

5. (c) On a $E(X) = n \times p = 100 \times 0,24 = 24$, soit :

$$\boxed{E(X) = 24}$$

5. (c) On a $E(X) = n \times p = 100 \times 0,24 = 24$, soit :

$$\boxed{E(X) = 24}$$

Cela signifie que sur un échantillon de 100 personnes, en moyenne, il y en a 24 qui ne tombent ni à la première ni à la deuxième séance.

1. Par linéarité de l'espérance, on a :

1. Par linéarité de l'espérance, on a :

$$E(T) =$$

1. Par linéarité de l'espérance, on a :

$$E(T) = E(T_1 + T_2)$$

Partie B

1. Par linéarité de l'espérance, on a :

$$E(T) = E(T_1 + T_2) = E(T_1) + E(T_2)$$

1. Par linéarité de l'espérance, on a :

$$E(T) = E(T_1 + T_2) = E(T_1) + E(T_2) = 40 + 60$$

1. Par linéarité de l'espérance, on a :

$$E(T) = E(T_1 + T_2) = E(T_1) + E(T_2) = 40 + 60 = 100$$

1. Par linéarité de l'espérance, on a :

$$E(T) = E(T_1 + T_2) = E(T_1) + E(T_2) = 40 + 60 = 100$$

Soit :

$$\boxed{E(T) = 100}$$

Partie B

1. Par linéarité de l'espérance, on a :

$$E(T) = E(T_1 + T_2) = E(T_1) + E(T_2) = 40 + 60 = 100$$

Soit :

$$\boxed{E(T) = 100}$$

Cela signifie que le temps d'attente moyen lors des deux jours est de 100 minutes.

2. On sait que la variance est égale au carré de l'écart-type

2. On sait que la variance est égale au carré de l'écart-type donc
$V(T_1) =$

2. On sait que la variance est égale au carré de l'écart-type donc
$V(T_1) = 10^2$

2. On sait que la variance est égale au carré de l'écart-type donc
$V(T_1) = 10^2 = 100$

2. On sait que la variance est égale au carré de l'écart-type donc $V(T_1) = 10^2 = 100$ et $V(T_2) =$

2. On sait que la variance est égale au carré de l'écart-type donc $V(T_1) = 10^2 = 100$ et $V(T_2) = 16^2$

2. On sait que la variance est égale au carré de l'écart-type donc $V(T_1) = 10^2 = 100$ et $V(T_2) = 16^2 = 256$.

2. On sait que la variance est égale au carré de l'écart-type donc $V(T_1) = 10^2 = 100$ et $V(T_2) = 16^2 = 256$. Les variables aléatoires T_1 et T_2 étant indépendantes, on a :

2. On sait que la variance est égale au carré de l'écart-type donc $V(T_1) = 10^2 = 100$ et $V(T_2) = 16^2 = 256$. Les variables aléatoires T_1 et T_2 étant indépendantes, on a :

$$V(T) =$$

2. On sait que la variance est égale au carré de l'écart-type donc $V(T_1) = 10^2 = 100$ et $V(T_2) = 16^2 = 256$. Les variables aléatoires T_1 et T_2 étant indépendantes, on a :

$$V(T) = V(T_1 + T_2)$$

2. On sait que la variance est égale au carré de l'écart-type donc $V(T_1) = 10^2 = 100$ et $V(T_2) = 16^2 = 256$. Les variables aléatoires T_1 et T_2 étant indépendantes, on a :

$$V(T) = V(T_1 + T_2) = V(T_1) + V(T_2)$$

2. On sait que la variance est égale au carré de l'écart-type donc $V(T_1) = 10^2 = 100$ et $V(T_2) = 16^2 = 256$. Les variables aléatoires T_1 et T_2 étant indépendantes, on a :

$$V(T) = V(T_1 + T_2) = V(T_1) + V(T_2) = 100 + 256$$

2. On sait que la variance est égale au carré de l'écart-type donc $V(T_1) = 10^2 = 100$ et $V(T_2) = 16^2 = 256$. Les variables aléatoires T_1 et T_2 étant indépendantes, on a :

$$V(T) = V(T_1 + T_2) = V(T_1) + V(T_2) = 100 + 256 = 356$$

2. On sait que la variance est égale au carré de l'écart-type donc $V(T_1) = 10^2 = 100$ et $V(T_2) = 16^2 = 256$. Les variables aléatoires T_1 et T_2 étant indépendantes, on a :

$$V(T) = V(T_1 + T_2) = V(T_1) + V(T_2) = 100 + 256 = 356$$

Soit :

$$\boxed{V(T) = 356}$$

3. D'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, on a :

3. D'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, on a :

$$P\left(|T-E(T)| \geqslant 40\right) \leqslant \frac{V(T)}{40^2}$$

3. D'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, on a :

$$P\left(|T - E(T)| \geqslant 40\right) \leqslant \frac{V(T)}{40^2}$$

Soit :

$$P\left(|T - 100| \geqslant 40\right) \leqslant \frac{356}{1\,600}$$

3. D'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, on a :

$$P\left(|T - E(T)| \geqslant 40\right) \leqslant \frac{V(T)}{40^2}$$

Soit :

$$P\left(|T - 100| \geqslant 40\right) \leqslant \frac{356}{1\,600}$$

D'où :

$$P\left(|T - 100| \geqslant 40\right) \leqslant 0,2225$$

3. D'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, on a :

$$P\left(|T - E(T)| \geqslant 40\right) \leqslant \frac{V(T)}{40^2}$$

Soit :

$$P\left(|T - 100| \geqslant 40\right) \leqslant \frac{356}{1\,600}$$

D'où :

$$P\left(|T - 100| \geqslant 40\right) \leqslant 0,2225$$

Puis en passant à l'événement contraire :

$$P\left(|T - 100| < 40\right) \geqslant 1 - 0,2225$$

3. D'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, on a :

$$P(|T - E(T)| \geqslant 40) \leqslant \frac{V(T)}{40^2}$$

Soit :

$$P(|T - 100| \geqslant 40) \leqslant \frac{356}{1\,600}$$

D'où :

$$P(|T - 100| \geqslant 40) \leqslant 0,2225$$

Puis en passant à l'événement contraire :

$$P(|T - 100| < 40) \geqslant 1 - 0,2225$$

Soit :

$$\boxed{P(60 < T < 140) \geqslant 0,7775}$$

3. D'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, on a :

$$P\left(|T - E(T)| \geqslant 40\right) \leqslant \frac{V(T)}{40^2}$$

Soit :

$$P\left(|T - 100| \geqslant 40\right) \leqslant \frac{356}{1\,600}$$

D'où :

$$P\left(|T - 100| \geqslant 40\right) \leqslant 0,2225$$

Puis en passant à l'événement contraire :

$$P\left(|T - 100| < 40\right) \geqslant 1 - 0,2225$$

Soit :

$$\boxed{P\left(60 < T < 140\right) \geqslant 0,7775}$$

Et donc, a fortiori, la probabilité que le temps total d'attente T soit strictement compris entre 60 et 140 minutes est supérieure à $0,77$.

1. Déterminons l'intersection des droites d et d'.

1. Déterminons l'intersection des droites d et d'.

$$\begin{cases} \dfrac{3}{2} + 2t = s \\ 2 + t = \dfrac{3}{2} + s \\ 3 - t = 3 - 2s \end{cases} \iff$$

1. Déterminons l'intersection des droites d et d'.

$$\begin{cases} \dfrac{3}{2} + 2t = s \\ 2 + t = \dfrac{3}{2} + s \\ 3 - t = 3 - 2s \end{cases} \iff \begin{cases} \dfrac{3}{2} + 2 \times 2s = s \\ 2 + 2s = \dfrac{3}{2} + s \\ t = 2s \end{cases}$$

1. Déterminons l'intersection des droites d et d'.

$$\begin{cases} \dfrac{3}{2} + 2t = s \\ 2 + t = \dfrac{3}{2} + s \\ 3 - t = 3 - 2s \end{cases} \iff \begin{cases} \dfrac{3}{2} + 2 \times 2s = s \\ 2 + 2s = \dfrac{3}{2} + s \\ t = 2s \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} 3s = -\dfrac{3}{2} \\ s = \dfrac{3}{2} - 2 \\ t = 2s \end{cases}$$

Exercice 2 - Partie A

1. Déterminons l'intersection des droites d et d'.

$$\begin{cases} \dfrac{3}{2} + 2t = s \\ 2 + t = \dfrac{3}{2} + s \\ 3 - t = 3 - 2s \end{cases} \iff \begin{cases} \dfrac{3}{2} + 2 \times 2s = s \\ 2 + 2s = \dfrac{3}{2} + s \\ t = 2s \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} 3s = -\dfrac{3}{2} \\ s = \dfrac{3}{2} - 2 \\ t = 2s \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} s = -\dfrac{1}{2} \\ s = -\dfrac{1}{2} \\ t = -1 \end{cases}$$

Les droites d et d' sont donc sécantes en un unique point, il s'agit du point de paramètre $t = -\dfrac{1}{2}$ dans la représentation paramétrique de la droite d

Les droites d et d' sont donc sécantes en un unique point, il s'agit du point de paramètre $t = -\dfrac{1}{2}$ dans la représentation paramétrique de la droite d et de paramètre $s = -1$ dans celle de d', Les droites d et d' sont donc sécantes en un unique point, il s'agit du point de paramètre $t = -\dfrac{1}{2}$ dans la représentation paramétrique de la droite d et de paramètre $s = -1$ dans celle de d', soit le point :

$$\boxed{S\left(-\frac{1}{2}\,;\,1\,;\,4\right)}$$

2. (a) On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$

2. (a) On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2\\-3\\1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}2\\-1\\0\end{pmatrix}$.

2. (a) On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2\\-3\\1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}2\\-1\\0\end{pmatrix}$. Puis :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AB} =$

2. (a) On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2\\-3\\1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}2\\-1\\0\end{pmatrix}$. Puis :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AB} = 1 \times 2 + 2 \times (-3) + 4 \times 1$

2. (a) On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2\\-3\\1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}2\\-1\\0\end{pmatrix}$. Puis :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AB} = 1 \times 2 + 2 \times (-3) + 4 \times 1 = 2 - 6 + 4$

2. (a) On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$. Puis :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AB} = 1 \times 2 + 2 \times (-3) + 4 \times 1 = 2 - 6 + 4 = 0.$

2. (a) On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2\\-3\\1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}2\\-1\\0\end{pmatrix}$. Puis :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AB} = 1 \times 2 + 2 \times (-3) + 4 \times 1 = 2 - 6 + 4 = 0.$
- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AC} =$

2. (a) On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2\\-3\\1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}2\\-1\\0\end{pmatrix}$. Puis :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AB} = 1 \times 2 + 2 \times (-3) + 4 \times 1 = 2 - 6 + 4 = 0.$
- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AC} = 1 \times 2 + 2 \times (-1) + 4 \times 0$

2. (a) On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2\\-3\\1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}2\\-1\\0\end{pmatrix}$. Puis :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AB} = 1 \times 2 + 2 \times (-3) + 4 \times 1 = 2 - 6 + 4 = 0.$
- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AC} = 1 \times 2 + 2 \times (-1) + 4 \times 0 = 2 - 2$

2. (a) On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2\\-3\\1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}2\\-1\\0\end{pmatrix}$. Puis :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AB} = 1\times 2 + 2\times(-3) + 4\times 1 = 2 - 6 + 4 = 0.$
- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AC} = 1\times 2 + 2\times(-1) + 4\times 0 = 2 - 2 = 0.$

2. (a) On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2\\-3\\1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}2\\-1\\0\end{pmatrix}$. Puis :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AB} = 1\times 2 + 2\times(-3) + 4\times 1 = 2 - 6 + 4 = 0.$
- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AC} = 1\times 2 + 2\times(-1) + 4\times 0 = 2 - 2 = 0.$

Le vecteur $\overrightarrow{n}$ est donc orthogonal à deux vecteurs non colinéaires du plan (ABC),

2. (a) On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2\\-3\\1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}2\\-1\\0\end{pmatrix}$. Puis :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AB} = 1\times 2 + 2\times(-3) + 4\times 1 = 2-6+4 = 0.$
- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AC} = 1\times 2 + 2\times(-1) + 4\times 0 = 2-2 = 0.$

Le vecteur $\overrightarrow{n}$ est donc orthogonal à deux vecteurs non colinéaires du plan (ABC), on en déduit que :

$$\boxed{\overrightarrow{n} \text{ est un vecteur normal au plan } (ABC)}$$

2. (b) On déduit de la question précédente que le plan (ABC) admet une équation cartésienne de la forme :

2. (b) On déduit de la question précédente que le plan (ABC) admet une équation cartésienne de la forme :

$$x + 2y + 4z + d = 0 \quad \text{avec } d \in \mathbb{R}$$

2. (b) On déduit de la question précédente que le plan (ABC) admet une équation cartésienne de la forme :

$$x + 2y + 4z + d = 0 \quad \text{avec } d \in \mathbb{R}$$

Et comme le point A appartient à ce plan, ses coordonnées vérifient l'équation,

2. (b) On déduit de la question précédente que le plan (ABC) admet une équation cartésienne de la forme :

$$x + 2y + 4z + d = 0 \quad \text{avec } d \in \mathbb{R}$$

Et comme le point A appartient à ce plan, ses coordonnées vérifient l'équation, soit $-1 + 2 \times 2 + 4 \times 1 + d = 0$,

2. (b) On déduit de la question précédente que le plan (ABC) admet une équation cartésienne de la forme :

$$x + 2y + 4z + d = 0 \quad \text{avec } d \in \mathbb{R}$$

Et comme le point A appartient à ce plan, ses coordonnées vérifient l'équation, soit $-1 + 2 \times 2 + 4 \times 1 + d = 0$, d'où $7 + d = 0$

2. (b) On déduit de la question précédente que le plan (ABC) admet une équation cartésienne de la forme :

$$x + 2y + 4z + d = 0 \quad \text{avec } d \in \mathbb{R}$$

Et comme le point A appartient à ce plan, ses coordonnées vérifient l'équation, soit $-1 + 2 \times 2 + 4 \times 1 + d = 0$, d'où $7 + d = 0$ et donc $d = -7$.

2. (b) On déduit de la question précédente que le plan (ABC) admet une équation cartésienne de la forme :

$$x + 2y + 4z + d = 0 \quad \text{avec } d \in \mathbb{R}$$

Et comme le point A appartient à ce plan, ses coordonnées vérifient l'équation, soit $-1 + 2 \times 2 + 4 \times 1 + d = 0$, d'où $7 + d = 0$ et donc $d = -7$. Une équation cartésienne du plan (ABC) est donc :

2. (b) On déduit de la question précédente que le plan (ABC) admet une équation cartésienne de la forme :

$$x + 2y + 4z + d = 0 \quad \text{avec } d \in \mathbb{R}$$

Et comme le point A appartient à ce plan, ses coordonnées vérifient l'équation, soit $-1 + 2 \times 2 + 4 \times 1 + d = 0$, d'où $7 + d = 0$ et donc $d = -7$. Une équation cartésienne du plan (ABC) est donc :

$$\boxed{x + 2y + 4z - 7 = 0}$$

2. (c) On a :

$$-\frac{1}{2} + 2 \times 1 + 4 \times 4 - 7 =$$

2. (c) On a :

$$-\frac{1}{2}+2\times 1+4\times 4-7=-\frac{1}{2}+11$$

2. (c) On a :

$$-\frac{1}{2}+2\times 1+4\times 4-7=-\frac{1}{2}+11=10,5$$

2. (c) On a :

$$-\frac{1}{2}+2\times 1+4\times 4-7=-\frac{1}{2}+11=10,5\neq 0$$

2. (c) On a :

$$-\frac{1}{2} + 2 \times 1 + 4 \times 4 - 7 = -\frac{1}{2} + 11 = 10,5 \neq 0$$

Les coordonnées du point S ne vérifient pas l'équation du plan (ABC) donc le point S n'appartient pas à ce plan.

2. (c) On a :

$$-\frac{1}{2}+2\times 1+4\times 4-7=-\frac{1}{2}+11=10,5\neq 0$$

Les coordonnées du point S ne vérifient pas l'équation du plan (ABC) donc le point S n'appartient pas à ce plan. On en déduit que :

$$\boxed{\text{Les points } A,\ B,\ C \text{ et } S \text{ ne sont pas coplanaires}}$$

3. (a) On a :

- $-1 + 2 \times 0 + 4 \times 2 - 7 =$

3. (a) On a :

- $-1+2\times 0+4\times 2-7= -1+8-7$

3. (a) On a :

- $-1+2\times 0+4\times 2-7= -1+8-7=0$

3. (a) On a :

- $-1+2\times 0+4\times 2-7 = -1+8-7=0$ donc le point H appartient au plan (ABC).

3. (a) On a :

- $-1+2\times 0+4\times 2-7 = -1+8-7=0$ donc le point H appartient au plan (ABC).
- $\overrightarrow{HS}\begin{pmatrix}\frac{1}{2}\\1\\2\end{pmatrix}$

3. (a) On a :

- $-1+2\times 0+4\times 2-7= -1+8-7=0$ donc le point H appartient au plan (ABC).
- $\overrightarrow{HS}\begin{pmatrix}\frac{1}{2}\\1\\2\end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{HS}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{n}$.

3. (a) On a :

- $-1+2\times 0+4\times 2-7 = -1+8-7=0$ donc le point H appartient au plan (ABC).
- $\overrightarrow{HS}\begin{pmatrix}\frac{1}{2}\\1\\2\end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{HS}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{n}$. Le vecteur $\overrightarrow{HS}$ étant colinéaire au vecteur $\overrightarrow{n}$,

3. (a) On a :

- $-1+2\times 0+4\times 2-7 = -1+8-7=0$ donc le point H appartient au plan (ABC).
- $\overrightarrow{HS}\begin{pmatrix}\frac{1}{2}\\1\\2\end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{HS}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{n}$. Le vecteur $\overrightarrow{HS}$ étant colinéaire au vecteur $\overrightarrow{n}$, il est orthogonal au plan (ABC).

3. (a) On a :

- $-1+2\times 0+4\times 2-7=-1+8-7=0$ donc le point H appartient au plan (ABC).
- $\overrightarrow{HS}\begin{pmatrix}\frac{1}{2}\\ 1\\ 2\end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{HS}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{n}$. Le vecteur $\overrightarrow{HS}$ étant colinéaire au vecteur $\overrightarrow{n}$, il est orthogonal au plan (ABC).

On en déduit que :

$$\boxed{\text{Le point } H \text{ est le projeté orthogonal de } S \text{ sur le plan } (ABC)}$$

3. (b) Le point H étant le projeté orthogonal de S sur le plan (ABC),

3. (b) Le point H étant le projeté orthogonal de S sur le plan (ABC), c'est le point du plan (ABC) le plus proche du point S.

3. (b) Le point H étant le projeté orthogonal de S sur le plan (ABC), c'est le point du plan (ABC) le plus proche du point S. Et on a :

$$HS =$$

3. (b) Le point H étant le projeté orthogonal de S sur le plan (ABC), c'est le point du plan (ABC) le plus proche du point S. Et on a :

$$HS = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right) + 1^2 + 2^2}$$

3. (b) Le point H étant le projeté orthogonal de S sur le plan (ABC), c'est le point du plan (ABC) le plus proche du point S. Et on a :

$$HS = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right) + 1^2 + 2^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + 1 + 4}$$

3. (b) Le point H étant le projeté orthogonal de S sur le plan (ABC), c'est le point du plan (ABC) le plus proche du point S. Et on a :

$$HS = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right) + 1^2 + 2^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + 1 + 4} = \sqrt{\frac{21}{4}}$$

3. (b) Le point H étant le projeté orthogonal de S sur le plan (ABC), c'est le point du plan (ABC) le plus proche du point S. Et on a :

$$HS = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right) + 1^2 + 2^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + 1 + 4} = \sqrt{\frac{21}{4}} = \frac{\sqrt{21}}{2}$$

3. (b) Le point H étant le projeté orthogonal de S sur le plan (ABC), c'est le point du plan (ABC) le plus proche du point S. Et on a :

$$HS = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right) + 1^2 + 2^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + 1 + 4} = \sqrt{\frac{21}{4}} = \frac{\sqrt{21}}{2}$$

Donc, pour tout point M du plan (ABC), $SM \geqslant SH = \dfrac{\sqrt{21}}{2}$.

3. (b) Le point H étant le projeté orthogonal de S sur le plan (ABC), c'est le point du plan (ABC) le plus proche du point S. Et on a :

$$HS = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right) + 1^2 + 2^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + 1 + 4} = \sqrt{\frac{21}{4}} = \frac{\sqrt{21}}{2}$$

Donc, pour tout point M du plan (ABC), $SM \geqslant SH = \dfrac{\sqrt{21}}{2}$. Il n'existe donc aucun point M du plan (ABC) tel que $SM < \dfrac{\sqrt{21}}{2}$.

Partie B

1. Soit $M(x\,;\,y\,;\,z)$,

Partie B

1. Soit $M(x\,;\,y\,;\,z)$, on a $\overrightarrow{CM}\begin{pmatrix}x-1\\y-1\\z-1\end{pmatrix}$

Partie B

1. Soit $M(x\,;\,y\,;\,z)$, on a $\overrightarrow{CM}\begin{pmatrix} x-1 \\ y-1 \\ z-1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CS}\begin{pmatrix} -\frac{3}{2} \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$.

Partie B

1. Soit $M(x\,;\,y\,;\,z)$, on a $\overrightarrow{CM}\begin{pmatrix}x-1\\y-1\\z-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CS}\begin{pmatrix}-\frac{3}{2}\\0\\3\end{pmatrix}$. Et donc :

$$\overrightarrow{CM} = k\overrightarrow{CS} \iff$$

Partie B

1. Soit $M(x\,;\,y\,;\,z)$, on a $\overrightarrow{CM}\begin{pmatrix}x-1\\y-1\\z-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CS}\begin{pmatrix}-\dfrac{3}{2}\\0\\3\end{pmatrix}$. Et donc :

$$\overrightarrow{CM}=k\overrightarrow{CS}\iff\begin{cases}x-1=-\dfrac{3}{2}k\\y-1=0\\z-1=3k\end{cases}$$

1. Soit $M(x\,;\,y\,;\,z)$, on a $\overrightarrow{CM}\begin{pmatrix}x-1\\y-1\\z-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CS}\begin{pmatrix}-\frac{3}{2}\\0\\3\end{pmatrix}$. Et donc :

$$\overrightarrow{CM}=k\overrightarrow{CS}\iff\begin{cases}x-1=-\dfrac{3}{2}k\\y-1=0\\z-1=3k\end{cases}\iff\begin{cases}x=1-\dfrac{3}{2}k\\y=1\\z=1+3k\end{cases}$$

Partie B

1. Soit $M(x\,;\,y\,;\,z)$, on a $\overrightarrow{CM}\begin{pmatrix}x-1\\y-1\\z-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CS}\begin{pmatrix}-\frac{3}{2}\\0\\3\end{pmatrix}$. Et donc :

$$\overrightarrow{CM}=k\overrightarrow{CS}\iff\begin{cases}x-1=-\dfrac{3}{2}k\\y-1=0\\z-1=3k\end{cases}\iff\begin{cases}x=1-\dfrac{3}{2}k\\y=1\\z=1+3k\end{cases}$$

Soit :

$$\boxed{M\left(1-\frac{3}{2}k\,;\,1\,;\,1+3k\right)}$$

2. Le triangle MAB est rectangle en M si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{MA}$ et $\overrightarrow{MB}$ sont orthogonaux.

2. Le triangle MAB est rectangle en M si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{MA}$ et $\overrightarrow{MB}$ sont orthogonaux. Or, on a $\overrightarrow{MA}\begin{pmatrix} -2+\frac{3}{2}k \\ 1 \\ -3k \end{pmatrix}$

2. Le triangle MAB est rectangle en M si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{MA}$ et $\overrightarrow{MB}$ sont orthogonaux. Or, on a $\overrightarrow{MA}\begin{pmatrix} -2+\dfrac{3}{2}k \\ 1 \\ -3k \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{MB}\begin{pmatrix} \dfrac{3}{2}k \\ -2 \\ 1-3k \end{pmatrix}$

2. Le triangle MAB est rectangle en M si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{MA}$ et $\overrightarrow{MB}$ sont orthogonaux. Or, on a $\overrightarrow{MA}\begin{pmatrix}-2+\frac{3}{2}k\\1\\-3k\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{MB}\begin{pmatrix}\frac{3}{2}k\\-2\\1-3k\end{pmatrix}$ d'où :

$$\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} =$$

2. Le triangle MAB est rectangle en M si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{MA}$ et $\overrightarrow{MB}$ sont orthogonaux. Or, on a $\overrightarrow{MA}\begin{pmatrix}-2+\frac{3}{2}k\\1\\-3k\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{MB}\begin{pmatrix}\frac{3}{2}k\\-2\\1-3k\end{pmatrix}$ d'où :

$$\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = \left(-2+\frac{3}{2}k\right)\times\frac{3}{2}k + 1\times(-2) + (-3k)\times(1-3k)$$

2. Le triangle MAB est rectangle en M si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{MA}$ et $\overrightarrow{MB}$ sont orthogonaux. Or, on a $\overrightarrow{MA}\begin{pmatrix} -2+\frac{3}{2}k \\ 1 \\ -3k \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{MB}\begin{pmatrix} \frac{3}{2}k \\ -2 \\ 1-3k \end{pmatrix}$ d'où :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} &= \left(-2+\frac{3}{2}k\right)\times\frac{3}{2}k + 1\times(-2) + (-3k)\times(1-3k) \\ &= -3k + \frac{9}{4}k^2 - 2 - 3k + 9k^2 \end{aligned}$$

2. Le triangle MAB est rectangle en M si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{MA}$ et $\overrightarrow{MB}$ sont orthogonaux. Or, on a $\overrightarrow{MA}\begin{pmatrix}-2+\dfrac{3}{2}k\\1\\-3k\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{MB}\begin{pmatrix}\dfrac{3}{2}k\\-2\\1-3k\end{pmatrix}$ d'où :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} &= \left(-2+\frac{3}{2}k\right)\times\frac{3}{2}k+1\times(-2)+(-3k)\times(1-3k)\\ &= -3k+\frac{9}{4}k^2-2-3k+9k^2\\ &= \frac{45}{4}k^2-6k-2\end{aligned}$$

On a alors :

$$\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = 0 \iff$$

On a alors :

$$\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = 0 \Longleftrightarrow \frac{45}{4}k^2 - 6k + 2$$

On a alors :

$$\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = 0 \Longleftrightarrow \frac{45}{4}k^2 - 6k + 2$$

Il s'agit d'un polynôme du second degré qui admet deux racines réelles :

On a alors :

$$\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = 0 \Longleftrightarrow \frac{45}{4}k^2 - 6k + 2$$

Il s'agit d'un polynôme du second degré qui admet deux racines réelles :

$$k_1 = \frac{4 - 2\sqrt{14}}{15} \approx -0,23$$

On a alors :

$$\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = 0 \Longleftrightarrow \frac{45}{4}k^2 - 6k + 2$$

Il s'agit d'un polynôme du second degré qui admet deux racines réelles :

$$k_1 = \frac{4 - 2\sqrt{14}}{15} \approx -0,23 \quad \text{et} \quad k_2 = \frac{4 + 2\sqrt{14}}{15} \approx 0,77$$

On a alors :

$$\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = 0 \Longleftrightarrow \frac{45}{4}k^2 - 6k + 2$$

Il s'agit d'un polynôme du second degré qui admet deux racines réelles :

$$k_1 = \frac{4 - 2\sqrt{14}}{15} \approx -0,23 \quad \text{et} \quad k_2 = \frac{4 + 2\sqrt{14}}{15} \approx 0,77$$

Or $k_1 \notin [0\,;\,1]$,

On a alors :

$$\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = 0 \Longleftrightarrow \frac{45}{4}k^2 - 6k + 2$$

Il s'agit d'un polynôme du second degré qui admet deux racines réelles :

$$k_1 = \frac{4 - 2\sqrt{14}}{15} \approx -0,23 \quad \text{et} \quad k_2 = \frac{4 + 2\sqrt{14}}{15} \approx 0,77$$

Or $k_1 \notin [0\,;\,1]$, il existe donc un unique point M du segment $[CS]$ tel que le triangle MAB soit rectangle en M,

On a alors :

$$\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = 0 \Longleftrightarrow \frac{45}{4}k^2 - 6k + 2$$

Il s'agit d'un polynôme du second degré qui admet deux racines réelles :

$$k_1 = \frac{4 - 2\sqrt{14}}{15} \approx -0,23 \quad \text{et} \quad k_2 = \frac{4 + 2\sqrt{14}}{15} \approx 0,77$$

Or $k_1 \notin [0\,;1]$, il existe donc un unique point M du segment $[CS]$ tel que le triangle MAB soit rectangle en M, il s'agit du point tel que $\overrightarrow{CM} = k\overrightarrow{CS}$ avec :

$$\boxed{k = \frac{4 + 2\sqrt{14}}{15}}$$

Exercice 3

1. **Affirmation 1 : Faux**

Exercice 3

1. **Affirmation 1 : Faux**
   Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$u_n =$$

Exercice 3

1. **Affirmation 1 : Faux**

   Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$u_n = \frac{1 + 5^n}{2 + 3^n}$$

1. **Affirmation 1 : Faux**
   Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$u_n = \frac{1+5^n}{2+3^n} = \frac{5^n\left(\dfrac{1}{5^n}+1\right)}{3^n\left(\dfrac{2}{3^n}+1\right)}$$

1. **Affirmation 1 : Faux**

   Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$u_n = \frac{1+5^n}{2+3^n} = \frac{5^n\left(\frac{1}{5^n}+1\right)}{3^n\left(\frac{2}{3^n}+1\right)} = \left(\frac{5}{3}\right)^n \times \frac{\frac{1}{5^n}+1}{\frac{2}{3^n}+1}$$

1. **Affirmation 1 : Faux**

   Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$u_n = \frac{1+5^n}{2+3^n} = \frac{5^n\left(\frac{1}{5^n}+1\right)}{3^n\left(\frac{2}{3^n}+1\right)} = \left(\frac{5}{3}\right)^n \times \frac{\frac{1}{5^n}+1}{\frac{2}{3^n}+1}$$

Or $\frac{5}{3} > 1$

1. **Affirmation 1 : Faux**

   Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$u_n = \frac{1+5^n}{2+3^n} = \frac{5^n\left(\frac{1}{5^n}+1\right)}{3^n\left(\frac{2}{3^n}+1\right)} = \left(\frac{5}{3}\right)^n \times \frac{\frac{1}{5^n}+1}{\frac{2}{3^n}+1}$$

Or $\frac{5}{3} > 1$ donc $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{5}{3}\right)^n = +\infty$.

Exercice 3

1. **Affirmation 1 : Faux**

   Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$u_n = \frac{1+5^n}{2+3^n} = \frac{5^n\left(\frac{1}{5^n}+1\right)}{3^n\left(\frac{2}{3^n}+1\right)} = \left(\frac{5}{3}\right)^n \times \frac{\frac{1}{5^n}+1}{\frac{2}{3^n}+1}$$

   Or $\frac{5}{3} > 1$ donc $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{5}{3}\right)^n = +\infty$. De plus, $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{5^n}+1\right) = 1$

Exercice 3

1. **Affirmation 1 : Faux**

   Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$u_n = \frac{1+5^n}{2+3^n} = \frac{5^n\left(\frac{1}{5^n}+1\right)}{3^n\left(\frac{2}{3^n}+1\right)} = \left(\frac{5}{3}\right)^n \times \frac{\frac{1}{5^n}+1}{\frac{2}{3^n}+1}$$

   Or $\frac{5}{3} > 1$ donc $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{5}{3}\right)^n = +\infty$. De plus, $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{5^n}+1\right) = 1$ et $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{2}{3^n}+1\right) = 1$.

1. **Affirmation 1 : Faux**

   Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$u_n = \frac{1+5^n}{2+3^n} = \frac{5^n\left(\frac{1}{5^n}+1\right)}{3^n\left(\frac{2}{3^n}+1\right)} = \left(\frac{5}{3}\right)^n \times \frac{\frac{1}{5^n}+1}{\frac{2}{3^n}+1}$$

   Or $\frac{5}{3} > 1$ donc $\lim\limits_{n \to +\infty} \left(\frac{5}{3}\right)^n = +\infty$. De plus, $\lim\limits_{n \to +\infty} \left(\frac{1}{5^n}+1\right) = 1$ et $\lim\limits_{n \to +\infty} \left(\frac{2}{3^n}+1\right) = 1$. On en déduit que $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = +\infty$.

2. **Affirmation 2 : Vrai**

2. **Affirmation 2 : Vrai**

Montrons par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $w_n \geqslant n$.

2. **Affirmation 2 : Vrai**

Montrons par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $w_n \geqslant n$.

- **Initialisation :**

2. **Affirmation 2 : Vrai**

   Montrons par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $w_n \geqslant n$.

   - **Initialisation :**

     Pour $n = 0$,

2. **Affirmation 2 : Vrai**

   Montrons par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $w_n \geqslant n$.

   - **Initialisation :**

     Pour $n = 0$, on a $w_0 = 0$ donc $w_0 \geqslant 0$.

2. **Affirmation 2 : Vrai**
   Montrons par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $w_n \geqslant n$.
   - **Initialisation :**
     Pour $n = 0$, on a $w_0 = 0$ donc $w_0 \geqslant 0$. La propriété est vraie au rang $n = 0$.

2. **Affirmation 2 : Vrai**

Montrons par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $w_n \geqslant n$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $w_0 = 0$ donc $w_0 \geqslant 0$. La propriété est vraie au rang $n = 0$.
- **Hérédité :**

2. **Affirmation 2 : Vrai**

Montrons par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $w_n \geqslant n$.

- **Initialisation :**

  Pour $n = 0$, on a $w_0 = 0$ donc $w_0 \geqslant 0$. La propriété est vraie au rang $n = 0$.

- **Hérédité :**

  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire $w_n \geqslant n$.

2. **Affirmation 2 : Vrai**

Montrons par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $w_n \geqslant n$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $w_0 = 0$ donc $w_0 \geqslant 0$. La propriété est vraie au rang $n = 0$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire $w_n \geqslant n$.On a alors, en multipliant par 3 :

$$3w_n \geqslant 3n$$

2. **Affirmation 2 : Vrai**

Montrons par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $w_n \geqslant n$.

- **Initialisation :**

  Pour $n = 0$, on a $w_0 = 0$ donc $w_0 \geqslant 0$. La propriété est vraie au rang $n = 0$.

- **Hérédité :**

  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire $w_n \geqslant n$.On a alors, en multipliant par 3 :

  $$3w_n \geqslant 3n$$

  Puis, en ajoutant $-2n + 3$:

  $$3w_n - 2n + 3 \geqslant 3n - 2n + 3$$

2. **Affirmation 2 : Vrai**

Montrons par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $w_n \geqslant n$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $w_0 = 0$ donc $w_0 \geqslant 0$. La propriété est vraie au rang $n = 0$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire $w_n \geqslant n$.On a alors, en multipliant par 3 :

$$3w_n \geqslant 3n$$

  Puis, en ajoutant $-2n + 3$:

$$3w_n - 2n + 3 \geqslant 3n - 2n + 3$$

  Soit :

$$w_{n+1} \geqslant n + 3$$

2. **Affirmation 2 : Vrai**
Montrons par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $w_n \geqslant n$.
   - **Initialisation :**
   Pour $n = 0$, on a $w_0 = 0$ donc $w_0 \geqslant 0$. La propriété est vraie au rang $n = 0$.
   - **Hérédité :**
   Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire $w_n \geqslant n$.On a alors, en multipliant par 3 :
   $$3w_n \geqslant 3n$$
   Puis, en ajoutant $-2n + 3$:
   $$3w_n - 2n + 3 \geqslant 3n - 2n + 3$$
   Soit :
   $$w_{n+1} \geqslant n + 3$$
   Et donc, a fortiori :
   $$w_{n+1} \geqslant n + 1$$

2. **Affirmation 2 : Vrai**

   Montrons par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $w_n \geqslant n$.

   - **Initialisation :**

     Pour $n = 0$, on a $w_0 = 0$ donc $w_0 \geqslant 0$. La propriété est vraie au rang $n = 0$.

   - **Hérédité :**

     Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire $w_n \geqslant n$.On a alors, en multipliant par 3 :

     $$3w_n \geqslant 3n$$

     Puis, en ajoutant $-2n + 3$:

     $$3w_n - 2n + 3 \geqslant 3n - 2n + 3$$

     Soit :

     $$w_{n+1} \geqslant n + 3$$

     Et donc, a fortiori :

     $$w_{n+1} \geqslant n + 1$$

     La propriété est donc vraie au rang $n + 1$.

2. **Affirmation 2 : Vrai**
Montrons par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $w_n \geqslant n$.

- **Initialisation :**
Pour $n = 0$, on a $w_0 = 0$ donc $w_0 \geqslant 0$. La propriété est vraie au rang $n = 0$.
- **Hérédité :**
Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire $w_n \geqslant n$.On a alors, en multipliant par 3 :

$$3w_n \geqslant 3n$$

Puis, en ajoutant $-2n + 3$:

$$3w_n - 2n + 3 \geqslant 3n - 2n + 3$$

Soit :

$$w_{n+1} \geqslant n + 3$$

Et donc, a fortiori :

$$w_{n+1} \geqslant n + 1$$

La propriété est donc vraie au rang $n + 1$.
- **Conclusion :**

2. **Affirmation 2 : Vrai**
Montrons par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $w_n \geqslant n$.
   - **Initialisation :**
     Pour $n = 0$, on a $w_0 = 0$ donc $w_0 \geqslant 0$. La propriété est vraie au rang $n = 0$.
   - **Hérédité :**
     Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire $w_n \geqslant n$.On a alors, en multipliant par 3 :
     $$3w_n \geqslant 3n$$
     Puis, en ajoutant $-2n + 3$:
     $$3w_n - 2n + 3 \geqslant 3n - 2n + 3$$
     Soit :
     $$w_{n+1} \geqslant n + 3$$
     Et donc, a fortiori :
     $$w_{n+1} \geqslant n + 1$$
     La propriété est donc vraie au rang $n + 1$.
   - **Conclusion :**
     La propriété est vraie au rang $n = 0$ et elle est héréditaire, elle est donc vraie pour tout $n \in \mathbb{N}$.

3. **Affirmation 3 : Faux**

3. **Affirmation 3 : Faux**
   On remarque que la courbe $\mathscr{C}_f$ est en-dessous de sa tangente T au point A.

3. **Affirmation 3 : Faux**
   On remarque que la courbe $\mathscr{C}_f$ est en-dessous de sa tangente T au point A. La fonction f ne peut donc pas être convexe sur son ensemble de définition

3. **Affirmation 3 : Faux**
   On remarque que la courbe $\mathscr{C}_f$ est en-dessous de sa tangente T au point A. La fonction f ne peut donc pas être convexe sur son ensemble de définition car sinon sa courbe représentative serait au-dessus de ses tangentes.

4. **Affirmation 4 : Vrai**

4. **Affirmation 4 : Vrai**
   Pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, on pose $h(x) = \ln(x) - x + 1$.

4. **Affirmation 4 : Vrai**

   Pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, on pose $h(x) = \ln(x) - x + 1$. La fonction h est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, on a :

4. **Affirmation 4 : Vrai**

   Pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, on pose $h(x) = \ln(x) - x + 1$. La fonction h est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, on a :

$$h'(x) = \frac{1}{x} - 1 = \frac{1-x}{x}$$

4. **Affirmation 4 : Vrai**

Pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, on pose $h(x) = \ln(x) - x + 1$. La fonction h est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, on a :

$$h'(x) = \frac{1}{x} - 1 = \frac{1-x}{x}$$

D'où le tableau :

x	0		1		$+\infty$
$h'(x)$	$\Vert$	$+$	0	$-$	
$h(x)$	$\Vert$	$\nearrow$	0	$\searrow$	

4. **Affirmation 4 : Vrai**

Pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, on pose $h(x) = \ln(x) - x + 1$. La fonction h est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, on a :

$$h'(x) = \frac{1}{x} - 1 = \frac{1-x}{x}$$

D'où le tableau :

x	0		1		$+\infty$
$h'(x)$	$\Vert$	$+$	0	$-$	
$h(x)$	$\Vert$	$\nearrow$	0	$\searrow$	

La fonction h admet donc son maximum en 1 et ce maximum vaut 0 donc, pour tout $x > 0$, $h(x) \leqslant 0$,

4. **Affirmation 4 : Vrai**

Pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, on pose $h(x) = \ln(x) - x + 1$. La fonction h est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, on a :

$$h'(x) = \frac{1}{x} - 1 = \frac{1-x}{x}$$

D'où le tableau :

x	0		1		$+\infty$
$h'(x)$	$\|$	$+$	0	$-$	
$h(x)$	$\|$	$\nearrow$	0	$\searrow$	

La fonction h admet donc son maximum en 1 et ce maximum vaut 0 donc, pour tout $x > 0$, $h(x) \leqslant 0$, soit $\ln(x) - x + 1 \leqslant 0$.

1. Le chariot aura parcouru 15 m dans la zone de freinage au bout d'environ :

1. Le chariot aura parcouru 15 m dans la zone de freinage au bout d'environ :

$$\boxed{\text{2 secondes}}$$

2. On remarque que la distance parcourue par le chariot ne semble pas dépasser 22,8 mètres.

2. On remarque que la distance parcourue par le chariot ne semble pas dépasser 22,8 mètres. Il faut donc prévoir une longueur minimale de :

$$\boxed{22{,}8 \text{ mètres}}$$

3. Il s'agit de déterminer le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}_d$ en A.

3. Il s'agit de déterminer le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}_d$ en A. On lit graphiquement que ce coefficient directeur semble être proche de 1,

3. Il s'agit de déterminer le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}_d$ en A. On lit graphiquement que ce coefficient directeur semble être proche de 1, soit :

$$\boxed{d'(4,7) \approx 1}$$

3. Il s'agit de déterminer le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}_d$ en A. On lit graphiquement que ce coefficient directeur semble être proche de 1, soit :

$$\boxed{d'(4,7) \approx 1}$$

Cela signifie que la vitesse instantanée du chariot après 4,7 secondes est d'environ 1 m.s^{-1}.

Partie B

1. (a) L'équation différentielle (E') s'écrit $y' = -0,6y$

1. (a) L'équation différentielle (E') s'écrit $y' = -0,6y$ donc ses solutions sont les fonctions de la forme :

$$\boxed{t \mapsto \lambda \mathrm{e}^{-0,6t} \quad \text{avec } \lambda \in \mathbb{R}}$$

1. (b) La fonction g est dérivable sur $[0\,;+\infty[$ et, pour tout $t \in [0\,;+\infty[$:

1. (b) La fonction g est dérivable sur $[0\,;+\infty[$ et, pour tout $t \in [0\,;+\infty[$:

$$g'(t) =$$

1. (b) La fonction g est dérivable sur $[0\,;+\infty[$ et, pour tout $t \in [0\,;+\infty[$:

$$g'(t) = 1 \times \mathrm{e}^{-0,6t} + t \times (-0,6\mathrm{e}^{-0,6t})$$

1. (b) La fonction g est dérivable sur $[0\,; +\infty[$ et, pour tout $t \in [0\,; +\infty[$:

$$\begin{aligned} g'(t) &= 1 \times \mathrm{e}^{-0,6t} + t \times \left(-0,6\mathrm{e}^{-0,6t}\right) \\ &= \mathrm{e}^{-0,6t} - 0,6t\mathrm{e}^{-0,6t} \end{aligned}$$

1. (b) La fonction g est dérivable sur $[0\,;+\infty[$ et, pour tout $t \in [0\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned} g'(t) &= 1 \times \mathrm{e}^{-0,6t} + t \times \left(-0,6\mathrm{e}^{-0,6t}\right) \\ &= \mathrm{e}^{-0,6t} - 0,6t\mathrm{e}^{-0,6t} \\ &= (1 - 0,6t)\mathrm{e}^{-0,6t} \end{aligned}$$

1. (b) La fonction g est dérivable sur $[0\,;+\infty[$ et, pour tout $t \in [0\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned} g'(t) &= 1 \times \mathrm{e}^{-0,6t} + t \times (-0,6\mathrm{e}^{-0,6t}) \\ &= \mathrm{e}^{-0,6t} - 0,6t\mathrm{e}^{-0,6t} \\ &= (1-0,6t)\mathrm{e}^{-0,6t} \end{aligned}$$

On a alors, pour tout $t \in [0\,;+\infty[$:

1. (b) La fonction g est dérivable sur $[0\,;+\infty[$ et, pour tout $t \in [0\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned} g'(t) &= 1 \times \mathrm{e}^{-0,6t} + t \times (-0,6\mathrm{e}^{-0,6t}) \\ &= \mathrm{e}^{-0,6t} - 0,6t\mathrm{e}^{-0,6t} \\ &= (1 - 0,6t)\mathrm{e}^{-0,6t} \end{aligned}$$

On a alors, pour tout $t \in [0\,;+\infty[$:

$$g'(t) + 0,6g(t) =$$

1. (b) La fonction g est dérivable sur $[0\,;+\infty[$ et, pour tout $t \in [0\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned} g'(t) &= 1 \times \mathrm{e}^{-0,6t} + t \times \left(-0,6\mathrm{e}^{-0,6t}\right) \\ &= \mathrm{e}^{-0,6t} - 0,6t\mathrm{e}^{-0,6t} \\ &= (1-0,6t)\mathrm{e}^{-0,6t} \end{aligned}$$

On a alors, pour tout $t \in [0\,;+\infty[$:

$$g'(t) + 0,6g(t) = (1-0,6t)\mathrm{e}^{-0,6t} + 0,6 \times t\mathrm{e}^{-0,6t}$$

1. (b) La fonction g est dérivable sur $[0\,;+\infty[$ et, pour tout $t \in [0\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned} g'(t) &= 1 \times \mathrm{e}^{-0,6t} + t \times (-0,6\mathrm{e}^{-0,6t}) \\ &= \mathrm{e}^{-0,6t} - 0,6t\mathrm{e}^{-0,6t} \\ &= (1 - 0,6t)\mathrm{e}^{-0,6t} \end{aligned}$$

On a alors, pour tout $t \in [0\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned} g'(t) + 0,6g(t) &= (1 - 0,6t)\mathrm{e}^{-0,6t} + 0,6 \times t\mathrm{e}^{-0,6t} \\ &= \mathrm{e}^{-0,6t} - 0,6t\mathrm{e}^{-0,6t} + 0,6t\mathrm{e}^{-0,6t} \end{aligned}$$

1. (b) La fonction g est dérivable sur $[0\,;+\infty[$ et, pour tout $t \in [0\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned} g'(t) &= 1 \times \mathrm{e}^{-0,6t} + t \times \left(-0,6\mathrm{e}^{-0,6t}\right) \\ &= \mathrm{e}^{-0,6t} - 0,6t\mathrm{e}^{-0,6t} \\ &= (1-0,6t)\mathrm{e}^{-0,6t} \end{aligned}$$

On a alors, pour tout $t \in [0\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned} g'(t) + 0,6g(t) &= (1-0,6t)\mathrm{e}^{-0,6t} + 0,6 \times t\mathrm{e}^{-0,6t} \\ &= \mathrm{e}^{-0,6t} - 0,6t\mathrm{e}^{-0,6t} + 0,6t\mathrm{e}^{-0,6t} \\ &= \mathrm{e}^{-0,6t} \end{aligned}$$

1. (b) La fonction g est dérivable sur $[0\,;+\infty[$ et, pour tout $t \in [0\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned} g'(t) &= 1 \times \mathrm{e}^{-0,6t} + t \times (-0,6\mathrm{e}^{-0,6t}) \\ &= \mathrm{e}^{-0,6t} - 0,6t\mathrm{e}^{-0,6t} \\ &= (1-0,6t)\mathrm{e}^{-0,6t} \end{aligned}$$

On a alors, pour tout $t \in [0\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned} g'(t) + 0,6g(t) &= (1-0,6t)\mathrm{e}^{-0,6t} + 0,6 \times t\mathrm{e}^{-0,6t} \\ &= \mathrm{e}^{-0,6t} - 0,6t\mathrm{e}^{-0,6t} + 0,6t\mathrm{e}^{-0,6t} \\ &= \mathrm{e}^{-0,6t} \end{aligned}$$

On en déduit que :

$$\boxed{g \text{ est une solution de l'équation différentielle } (E)}$$

1. (c) Les solutions de l'équation différentielle (E) sont les fonctions qui s'écrivent comme la somme d'une solution de l'équation homogène associée (E') et d'une solution particulière de (E),

1. (c) Les solutions de l'équation différentielle (E) sont les fonctions qui s'écrivent comme la somme d'une solution de l'équation homogène associée (E') et d'une solution particulière de (E), soit les fonctions de la forme $t \mapsto \lambda \mathrm{e}^{-0,6t} + t\mathrm{e}^{-0,6t}$ avec $\lambda \in \mathbb{R}$

1. (c) Les solutions de l'équation différentielle (E) sont les fonctions qui s'écrivent comme la somme d'une solution de l'équation homogène associée (E') et d'une solution particulière de (E), soit les fonctions de la forme $t \mapsto \lambda e^{-0,6t} + te^{-0,6t}$ avec $\lambda \in \mathbb{R}$ ou encore :

$$\boxed{t \mapsto (\lambda + t)e^{-0,6t} \quad \text{avec } \lambda \in \mathbb{R}}$$

1. (d) La fonction v étant solution de (E), elle s'écrit sous la forme $v(t) = (\lambda + t)\mathrm{e}^{-0,6t}$.

1. (d) La fonction v étant solution de (E), elle s'écrit sous la forme $v(t) = (\lambda + t)\mathrm{e}^{-0,6t}$. De plus on sait que $v(0) = 12$.

1. (d) La fonction v étant solution de (E), elle s'écrit sous la forme $v(t) = (\lambda + t)\mathrm{e}^{-0,6t}$. De plus on sait que $v(0) = 12$. On a alors :

$$v(0) = 12 \Longleftrightarrow$$

1. (d) La fonction v étant solution de (E), elle s'écrit sous la forme $v(t) = (\lambda + t)\text{e}^{-0,6t}$. De plus on sait que $v(0) = 12$. On a alors :

$$v(0) = 12 \Longleftrightarrow (\lambda + 0)\text{e}^{0} = 12$$

1. (d) La fonction v étant solution de (E), elle s'écrit sous la forme $v(t) = (\lambda + t)\mathrm{e}^{-0,6t}$. De plus on sait que $v(0) = 12$. On a alors :

$$\begin{aligned} v(0) = 12 &\Longleftrightarrow (\lambda + 0)\mathrm{e}^{0} = 12 \\ &\Longleftrightarrow \lambda = 12 \end{aligned}$$

1. (d) La fonction v étant solution de (E), elle s'écrit sous la forme $v(t) = (\lambda + t)\mathrm{e}^{-0,6t}$. De plus on sait que $v(0) = 12$. On a alors :

$$\begin{aligned} v(0) = 12 &\Longleftrightarrow (\lambda + 0)\mathrm{e}^{0} = 12 \\ &\Longleftrightarrow \lambda = 12 \end{aligned}$$

On en déduit que, pour tout $t \in [0\,;+\infty[$, on a :

1. (d) La fonction v étant solution de (E), elle s'écrit sous la forme $v(t) = (\lambda + t)e^{-0,6t}$. De plus on sait que $v(0) = 12$. On a alors :

$$\begin{aligned} v(0) = 12 &\iff (\lambda + 0)e^{0} = 12 \\ &\iff \lambda = 12 \end{aligned}$$

On en déduit que, pour tout $t \in [0\,; +\infty[$, on a :

$$\boxed{v(t) = (12 + t)e^{-0,6t}}$$

2. (a) Pour tout $t \in [0\,; +\infty[$, on a :

$$v'(t) =$$

2. (a) Pour tout $t \in [0\,;+\infty[$, on a :

$$v'(t) = 1 \times \mathrm{e}^{-0,6t} + (12 + t) \times (-0,6\mathrm{e}^{-0,6t})$$

2. (a) Pour tout $t \in [0\,;+\infty[$, on a :

$$\begin{aligned} v'(t) &= 1 \times \mathrm{e}^{-0,6t} + (12+t) \times (-0,6\mathrm{e}^{-0,6t}) \\ &= \mathrm{e}^{-0,6t} - 7,2\mathrm{e}^{-0,6t} - 0,6t\mathrm{e}^{-0,6t} \end{aligned}$$

2. (a) Pour tout $t \in [0\,;+\infty[$, on a :

$$\begin{aligned} v'(t) &= 1 \times \mathrm{e}^{-0,6t} + (12 + t) \times (-0,6\mathrm{e}^{-0,6t}) \\ &= \mathrm{e}^{-0,6t} - 7,2\mathrm{e}^{-0,6t} - 0,6t\mathrm{e}^{-0,6t} \\ &= (1 - 7,2 - 0,6t)\mathrm{e}^{-0,6t} \end{aligned}$$

2. (a) Pour tout $t \in [0\,;+\infty[$, on a :

$$\begin{aligned} v'(t) &= 1 \times \mathrm{e}^{-0,6t} + (12+t) \times (-0,6\mathrm{e}^{-0,6t}) \\ &= \mathrm{e}^{-0,6t} - 7,2\mathrm{e}^{-0,6t} - 0,6t\mathrm{e}^{-0,6t} \\ &= (1 - 7,2 - 0,6t)\mathrm{e}^{-0,6t} \\ &= (-6,2 - 0,6t)\mathrm{e}^{-0,6t} \end{aligned}$$

2. (a) Pour tout $t \in [0\,;+\infty[$, on a :

$$\begin{aligned} v'(t) &= 1 \times \mathrm{e}^{-0,6t} + (12+t) \times (-0,6\mathrm{e}^{-0,6t}) \\ &= \mathrm{e}^{-0,6t} - 7,2\mathrm{e}^{-0,6t} - 0,6t\mathrm{e}^{-0,6t} \\ &= (1 - 7,2 - 0,6t)\mathrm{e}^{-0,6t} \\ &= (-6,2 - 0,6t)\mathrm{e}^{-0,6t} \end{aligned}$$

Soit :

$$\boxed{v'(t) = (-6,2 - 0,6t)\mathrm{e}^{-0,6t}}$$

2. (b) On a :

$$\boxed{\lim_{t \to +\infty} v(t) = 0}$$

2. (b) On a :

$$\boxed{\lim_{t \to +\infty} v(t) = 0} \quad \text{car} \quad \begin{cases} \lim\limits_{t \to +\infty} \mathrm{e}^{-0,6t} = 0 \\ \lim\limits_{t \to +\infty} \dfrac{0,6t}{\mathrm{e}^{0,6t}} = 0 \quad \textit{(par croissances comparées)} \end{cases}$$

2. (c) Pour tout $t \in [0\,;+\infty[$, on a $\mathrm{e}^{-0,6t} > 0$

2. (c) Pour tout $t \in [0\,;+\infty[$, on a $\mathrm{e}^{-0,6t} > 0$ et $-6,2 - 0,6t < 0$

2. (c) Pour tout $t \in [0\,;+\infty[$, on a $\mathrm{e}^{-0,6t} > 0$ et $-6,2 - 0,6t < 0$ donc $v'(t) < 0$.

2. (c) Pour tout $t \in [0\,;+\infty[$, on a $\mathrm{e}^{-0,6t} > 0$ et $-6,2-0,6t < 0$ donc $v'(t) < 0$. On en déduit que la fonction v est strictement décroissante sur $[0\,;+\infty[$.

2. (c) Pour tout $t \in [0\,;+\infty[$, on a $\mathrm{e}^{-0,6t} > 0$ et $-6,2 - 0,6t < 0$ donc $v'(t) < 0$. On en déduit que la fonction v est strictement décroissante sur $[0\,;+\infty[$. On a donc le tableau :

t	0	$+\infty$
$v'(t)$	$-$	
$v(t)$	12	0

2. (d) Sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$, la fonction v est continue et strictement décroissante.

2. (d) Sur l'intervalle $[0\,; +\infty[$, la fonction v est continue et strictement décroissante. De plus $v(0) = 12 > 1$ et $\lim\limits_{t \to +\infty} v(t) = 0 < 1$.

2. (d) Sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$, la fonction v est continue et strictement décroissante. De plus $v(0) = 12 > 1$ et $\lim\limits_{t \to +\infty} v(t) = 0 < 1$. Donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $v(t) = 1$ admet une unique solution α sur $[0\,;+\infty[$.

2. (d) Sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$, la fonction v est continue et strictement décroissante. De plus $v(0) = 12 > 1$ et $\lim\limits_{t \to +\infty} v(t) = 0 < 1$. Donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $v(t) = 1$ admet une unique solution α sur $[0\,;+\infty[$.
On obtient, par balayage à la calculatrice :

2. (d) Sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$, la fonction v est continue et strictement décroissante. De plus $v(0) = 12 > 1$ et $\lim\limits_{t\to+\infty} v(t) = 0 < 1$. Donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $v(t) = 1$ admet une unique solution α sur $[0\,;+\infty[$.
On obtient, par balayage à la calculatrice :

- $v(4,6) \approx 1,05 > 1$

2. (d) Sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$, la fonction v est continue et strictement décroissante. De plus $v(0)=12>1$ et $\lim\limits_{t\to+\infty} v(t)=0<1$. Donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $v(t)=1$ admet une unique solution α sur $[0\,;+\infty[$.
On obtient, par balayage à la calculatrice :

- $v(4,6)\approx 1,05>1$
- $v(4,7)\approx 0,995<1$

2. (d) Sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$, la fonction v est continue et strictement décroissante. De plus $v(0) = 12 > 1$ et $\lim\limits_{t \to +\infty} v(t) = 0 < 1$. Donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $v(t) = 1$ admet une unique solution α sur $[0\,;+\infty[$.
On obtient, par balayage à la calculatrice :

- $v(4,6) \approx 1,05 > 1$
- $v(4,7) \approx 0,995 < 1$

Donc :

$$\boxed{4,6 < \alpha < 4,7}$$

3. D'après la question précédente, la vitesse est inférieure ou égale à 1 mètre par seconde à partir de $t = \alpha$.

3. D'après la question précédente, la vitesse est inférieure ou égale à 1 mètre par seconde à partir de $t = \alpha$. Le système entre donc en action après environ :

3. D'après la question précédente, la vitesse est inférieure ou égale à 1 mètre par seconde à partir de $t = \alpha$. Le système entre donc en action après environ :

$$\boxed{\text{4,7 secondes}}$$

Partie C

1. Pour tout $x \in [0\,;\,+\infty[$, on pose :

Partie C

1. Pour tout $x \in [0\,;\,+\infty[$, on pose :

$$\begin{cases} f(x) = 12 + x \\ g'(x) = \mathrm{e}^{-0{,}6x} \end{cases}$$

Partie C

1. Pour tout $x \in [0\,; +\infty[$, on pose :

$$\begin{cases} f(x) = 12 + x \\ g'(x) = \mathrm{e}^{-0,6x} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} f'(x) = 1 \\ g(x) = -\dfrac{1}{0,6}\mathrm{e}^{-0,6x} = -\dfrac{10}{6}\mathrm{e}^{-0,6x} \end{cases}$$

On a alors, par intégration par parties :

On a alors, par intégration par parties :

$$\int_0^t (12+x)\mathrm{e}^{-0,6x}\,\mathrm{d}x =$$

On a alors, par intégration par parties :

$$\int_0^t (12+x)\mathrm{e}^{-0,6x}\,\mathrm{d}x = \left[-\frac{10}{6}(12+x)\mathrm{e}^{-0,6x}\right]_0^t + \frac{10}{6}\int_0^t \mathrm{e}^{-0,6x}\,\mathrm{d}x$$

On a alors, par intégration par parties :

$$\begin{aligned}\int_0^t (12+x)\mathrm{e}^{-0,6x}\,\mathrm{d}x &= \left[-\frac{10}{6}(12+x)\mathrm{e}^{-0,6x}\right]_0^t + \frac{10}{6}\int_0^t \mathrm{e}^{-0,6x}\,\mathrm{d}x \\ &= -\frac{10}{6}(12+t)\mathrm{e}^{-0,6t} + \frac{120}{6} + \frac{10}{6}\left[-\frac{10}{6}\mathrm{e}^{-0,6x}\right]_0^t\end{aligned}$$

On a alors, par intégration par parties :

$$\begin{aligned}
\int_0^t (12+x)\mathrm{e}^{-0{,}6x}\,\mathrm{d}x &= \left[-\frac{10}{6}(12+x)\mathrm{e}^{-0{,}6x}\right]_0^t + \frac{10}{6}\int_0^t \mathrm{e}^{-0{,}6x}\,\mathrm{d}x \\
&= -\frac{10}{6}(12+t)\mathrm{e}^{-0{,}6t} + \frac{120}{6} + \frac{10}{6}\left[-\frac{10}{6}\mathrm{e}^{-0{,}6x}\right]_0^t \\
&= -\frac{5}{3}(12+t)\mathrm{e}^{-0{,}6t} + 20 - \frac{25}{9}\mathrm{e}^{-0{,}6t} + \frac{25}{9}
\end{aligned}$$

On a alors, par intégration par parties :

$$\begin{aligned}\int_0^t (12+x)\mathrm{e}^{-0{,}6x}\,\mathrm{d}x &= \left[-\frac{10}{6}(12+x)\mathrm{e}^{-0{,}6x}\right]_0^t + \frac{10}{6}\int_0^t \mathrm{e}^{-0{,}6x}\,\mathrm{d}x \\ &= -\frac{10}{6}(12+t)\mathrm{e}^{-0{,}6t} + \frac{120}{6} + \frac{10}{6}\left[-\frac{10}{6}\mathrm{e}^{-0{,}6x}\right]_0^t \\ &= -\frac{5}{3}(12+t)\mathrm{e}^{-0{,}6t} + 20 - \frac{25}{9}\mathrm{e}^{-0{,}6t} + \frac{25}{9} \\ &= -20\mathrm{e}^{-0{,}6t} - \frac{5}{3}t\mathrm{e}^{-0{,}6t} + \frac{180}{9} - \frac{25}{9}\mathrm{e}^{-0{,}6t} + \frac{25}{9}\end{aligned}$$

On a alors, par intégration par parties :

$$\begin{aligned}\int_0^t (12+x)\mathrm{e}^{-0{,}6x}\,\mathrm{d}x &= \left[-\frac{10}{6}(12+x)\mathrm{e}^{-0{,}6x}\right]_0^t + \frac{10}{6}\int_0^t \mathrm{e}^{-0{,}6x}\,\mathrm{d}x\\ &= -\frac{10}{6}(12+t)\mathrm{e}^{-0{,}6t} + \frac{120}{6} + \frac{10}{6}\left[-\frac{10}{6}\mathrm{e}^{-0{,}6x}\right]_0^t\\ &= -\frac{5}{3}(12+t)\mathrm{e}^{-0{,}6t} + 20 - \frac{25}{9}\mathrm{e}^{-0{,}6t} + \frac{25}{9}\\ &= -20\mathrm{e}^{-0{,}6t} - \frac{5}{3}t\mathrm{e}^{-0{,}6t} + \frac{180}{9} - \frac{25}{9}\mathrm{e}^{-0{,}6t} + \frac{25}{9}\\ &= -\frac{5}{3}t\mathrm{e}^{-0{,}6t} - \frac{205}{9}\mathrm{e}^{-0{,}6t} + \frac{205}{9}\end{aligned}$$

On a alors, par intégration par parties :

$$\begin{aligned}
\int_0^t (12+x)\mathrm{e}^{-0{,}6x}\,\mathrm{d}x &= \left[-\frac{10}{6}(12+x)\mathrm{e}^{-0{,}6x}\right]_0^t + \frac{10}{6}\int_0^t \mathrm{e}^{-0{,}6x}\,\mathrm{d}x \\
&= -\frac{10}{6}(12+t)\mathrm{e}^{-0{,}6t} + \frac{120}{6} + \frac{10}{6}\left[-\frac{10}{6}\mathrm{e}^{-0{,}6x}\right]_0^t \\
&= -\frac{5}{3}(12+t)\mathrm{e}^{-0{,}6t} + 20 - \frac{25}{9}\mathrm{e}^{-0{,}6t} + \frac{25}{9} \\
&= -20\mathrm{e}^{-0{,}6t} - \frac{5}{3}t\mathrm{e}^{-0{,}6t} + \frac{180}{9} - \frac{25}{9}\mathrm{e}^{-0{,}6t} + \frac{25}{9} \\
&= -\frac{5}{3}t\mathrm{e}^{-0{,}6t} - \frac{205}{9}\mathrm{e}^{-0{,}6t} + \frac{205}{9} \\
&= \mathrm{e}^{-0{,}6t}\left(-\frac{5}{3}t - \frac{205}{9}\right) + \frac{205}{9}
\end{aligned}$$

Soit :

$$\boxed{d(t) = \mathrm{e}^{-0,6t}\left(-\frac{5}{3}t - \frac{205}{9}\right) + \frac{205}{9}}$$

2. On a vu que le dispositif se déclenche au bout du temps $t = \alpha$.

2. On a vu que le dispositif se déclenche au bout du temps $t = \alpha$. Il s'agit donc de calculer $d(\alpha)$,

2. On a vu que le dispositif se déclenche au bout du temps $t = \alpha$. Il s'agit donc de calculer $d(\alpha)$, mais n'ayant pas de valeur exacte de α, nous pouvons utiliser la valeur approchée $\alpha \approx 4,7$.

2. On a vu que le dispositif se déclenche au bout du temps $t = \alpha$. Il s'agit donc de calculer $d(\alpha)$, mais n'ayant pas de valeur exacte de α, nous pouvons utiliser la valeur approchée $\alpha \approx 4,7$. On a alors :

$$d(4,7) =$$

2. On a vu que le dispositif se déclenche au bout du temps $t = \alpha$. Il s'agit donc de calculer $d(\alpha)$, mais n'ayant pas de valeur exacte de α, nous pouvons utiliser la valeur approchée $\alpha \approx 4,7$. On a alors :

$$d(4,7) = \mathrm{e}^{-0,6\times 4,7}\left(-\frac{5}{3}\times 4,7 - \frac{205}{9}\right) + \frac{205}{9}$$

2. On a vu que le dispositif se déclenche au bout du temps $t = \alpha$. Il s'agit donc de calculer $d(\alpha)$, mais n'ayant pas de valeur exacte de α, nous pouvons utiliser la valeur approchée $\alpha \approx 4,7$. On a alors :

$$d(4,7) = \mathrm{e}^{-0,6\times 4,7}\left(-\frac{5}{3}\times 4,7 - \frac{205}{9}\right) + \frac{205}{9} \approx 20,95$$

2. On a vu que le dispositif se déclenche au bout du temps $t = \alpha$. Il s'agit donc de calculer $d(\alpha)$, mais n'ayant pas de valeur exacte de α, nous pouvons utiliser la valeur approchée $\alpha \approx 4,7$. On a alors :

$$d(4,7) = \mathrm{e}^{-0,6\times 4,7}\left(-\frac{5}{3}\times 4,7 - \frac{205}{9}\right) + \frac{205}{9} \approx 20,95$$

La distance parcourue par le chariot dans la zone de freinage avant le déclenchement du dispositif sera donc d'environ :

$$\boxed{\text{20,95 mètres}}$$

Tous les sujets corrigés avec sources LaTeX :

http://specialite.mathematiques.free.fr/

Pour toute remarque :

fabien.vinsu@ac-besancon.fr