Corrigé de l'épreuve du baccalauréat de spécialité mathématiques

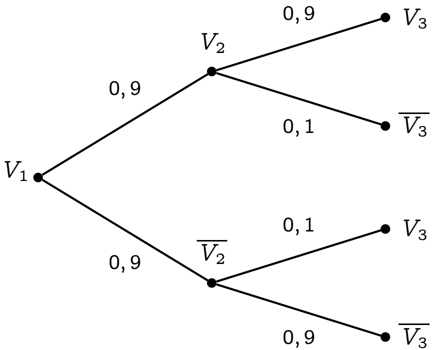
Polynésie
18 juin 2025

http://specialite.mathematiques.free.fr/
fabien.vinsu@ac-besancon.fr

Exercice 1 - Partie A

1. (a) On complète l'arbre de la façon suivante :

1. (a) On complète l'arbre de la façon suivante :



1. (b) Les événements V_2 et $\overline{V_2}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

1. (b) Les événements V_2 et $\overline{V_2}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$P(V_3) =$$

1. (b) Les événements V_2 et $\overline{V_2}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(V_3) &= P(V_2) \times P_{V_2}(V_3) + P(\overline{V_2}) \times P_{\overline{V_2}}(V_3) \\ &= 0,9 \times 0,9 + 0,1 \times 0,1 \end{aligned}$$

1. (b) Les événements V_2 et $\overline{V_2}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(V_3) &= P(V_2) \times P_{V_2}(V_3) + P(\overline{V_2}) \times P_{\overline{V_2}}(V_3) \\ &= 0,9 \times 0,9 + 0,1 \times 0,1 \\ &= 0,81 + 0,01 \end{aligned}$$

1. (b) Les événements V_2 et $\overline{V_2}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(V_3) &= P(V_2) \times P_{V_2}(V_3) + P(\overline{V_2}) \times P_{\overline{V_2}}(V_3) \\ &= 0,9 \times 0,9 + 0,1 \times 0,1 \\ &= 0,81 + 0,01 \\ &= 0,82 \end{aligned}$$

1. (b) Les événements V_2 et $\overline{V_2}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(V_3) &= P(V_2) \times P_{V_2}(V_3) + P(\overline{V_2}) \times P_{\overline{V_2}}(V_3) \\ &= 0,9 \times 0,9 + 0,1 \times 0,1 \\ &= 0,81 + 0,01 \\ &= 0,82 \end{aligned}$$

Soit :

$$\boxed{P(V_3) = 0,82}$$

1. (b) Les événements V_2 et $\overline{V_2}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(V_3) &= P(V_2) \times P_{V_2}(V_3) + P(\overline{V_2}) \times P_{\overline{V_2}}(V_3) \\ &= 0,9 \times 0,9 + 0,1 \times 0,1 \\ &= 0,81 + 0,01 \\ &= 0,82 \end{aligned}$$

Soit :

$$\boxed{P(V_3) = 0,82}$$

Il s'agit de la probabilité que la troisième machine contienne la valeur 1, soit la bonne valeur.

1. (c) Il s'agit de calculer $P_{V_3}(V_2)$:

1. (c) Il s'agit de calculer $P_{V_3}(V_2)$:

$$P_{V_3}(V_2) =$$

1. (c) Il s'agit de calculer $P_{V_3}(V_2)$:

$$P_{V_3}(V_2) = \frac{P(V_2 \cap V_3)}{P(V_3)}$$

1. (c) Il s'agit de calculer $P_{V_3}(V_2)$:

$$\begin{aligned} P_{V_3}(V_2) &= \frac{P(V_2 \cap V_3)}{P(V_3)} \\ &= \frac{P(V_2) \times P_{V_2}(V_3)}{P(V_3)} \end{aligned}$$

1. (c) Il s'agit de calculer $P_{V_3}(V_2)$:

$$\begin{aligned} P_{V_3}(V_2) &= \frac{P(V_2 \cap V_3)}{P(V_3)} \\ &= \frac{P(V_2) \times P_{V_2}(V_3)}{P(V_3)} \\ &= \frac{0,9 \times 0,9}{0,82} \end{aligned}$$

1. (c) Il s'agit de calculer $P_{V_3}(V_2)$:

$$\begin{aligned} P_{V_3}(V_2) &= \frac{P(V_2 \cap V_3)}{P(V_3)} \\ &= \frac{P(V_2) \times P_{V_2}(V_3)}{P(V_3)} \\ &= \frac{0,9 \times 0,9}{0,82} \\ &\approx 0,988 \end{aligned}$$

1. (c) Il s'agit de calculer $P_{V_3}(V_2)$:

$$\begin{aligned} P_{V_3}(V_2) &= \frac{P(V_2 \cap V_3)}{P(V_3)} \\ &= \frac{P(V_2) \times P_{V_2}(V_3)}{P(V_3)} \\ &= \frac{0,9 \times 0,9}{0,82} \\ &\approx 0,988 \end{aligned}$$

Sachant que la troisième machine a reçu la valeur 1, la probabilité que la deuxième machine ait reçu la valeur 1 est :

1. (c) Il s'agit de calculer $P_{V_3}(V_2)$:

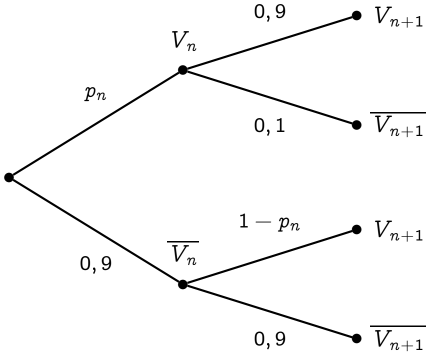
$$\begin{aligned} P_{V_3}(V_2) &= \frac{P(V_2 \cap V_3)}{P(V_3)} \\ &= \frac{P(V_2) \times P_{V_2}(V_3)}{P(V_3)} \\ &= \frac{0,9 \times 0,9}{0,82} \\ &\approx 0,988 \end{aligned}$$

Sachant que la troisième machine a reçu la valeur 1, la probabilité que la deuxième machine ait reçu la valeur 1 est :

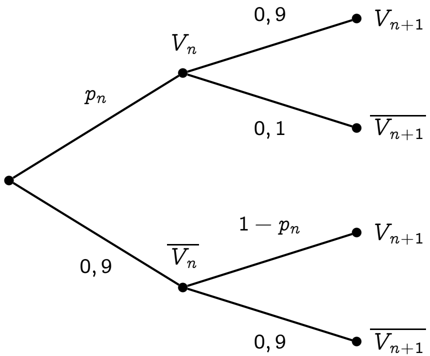
$$\boxed{P_{V_3}(V_2) \approx 0,988}$$

2. (a) Soit $n \geqslant 1$, on peut représenter la situation par l'arbre suivant :

2. (a) Soit $n \geqslant 1$, on peut représenter la situation par l'arbre suivant :

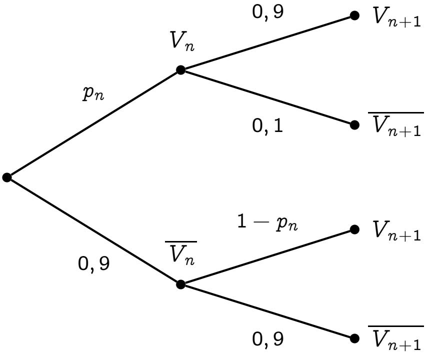


2. (a) Soit $n \geqslant 1$, on peut représenter la situation par l'arbre suivant :



Les événements V_n et $\overline{V_n}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

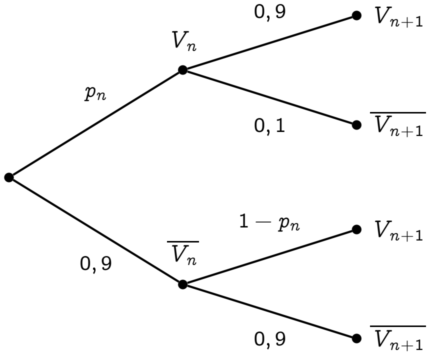
2. (a) Soit $n \geqslant 1$, on peut représenter la situation par l'arbre suivant :



Les événements V_n et $\overline{V_n}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$P(V_{n+1}) =$$

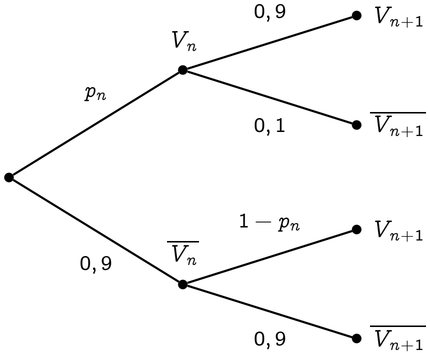
2. (a) Soit $n \geqslant 1$, on peut représenter la situation par l'arbre suivant :



Les événements V_n et $\overline{V_n}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$P(V_{n+1}) = P(V_n) \times P_{V_n}(V_{n+1}) + P(\overline{V_n}) \times P_{\overline{V_n}}(V_{n+1})$$

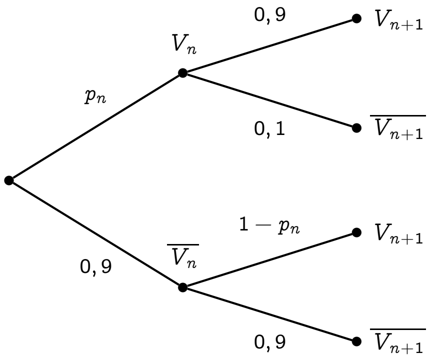
2. (a) Soit $n \geqslant 1$, on peut représenter la situation par l'arbre suivant :



Les événements V_n et $\overline{V_n}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(V_{n+1}) &= P(V_n) \times P_{V_n}(V_{n+1}) + P(\overline{V_n}) \times P_{\overline{V_n}}(V_{n+1}) \\ &= p_n \times 0,9 + (1-p_n) \times 0,1 \end{aligned}$$

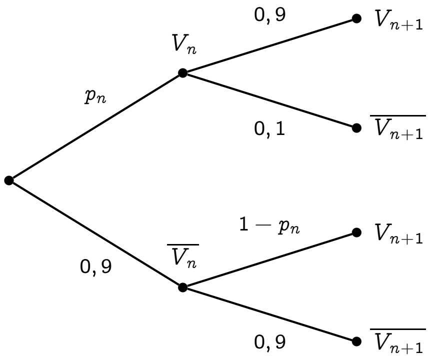
2. (a) Soit $n \geqslant 1$, on peut représenter la situation par l'arbre suivant :



Les événements V_n et $\overline{V_n}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(V_{n+1}) &= P(V_n) \times P_{V_n}(V_{n+1}) + P(\overline{V_n}) \times P_{\overline{V_n}}(V_{n+1}) \\ &= p_n \times 0,9 + (1 - p_n) \times 0,1 \\ &= 0,9p_n + 0,1 - 0,1p_n \end{aligned}$$

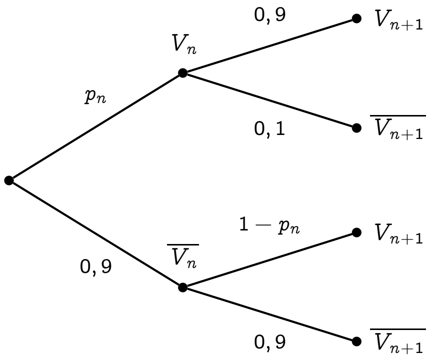
2. (a) Soit $n \geqslant 1$, on peut représenter la situation par l'arbre suivant :



Les événements V_n et $\overline{V_n}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(V_{n+1}) &= P(V_n) \times P_{V_n}(V_{n+1}) + P(\overline{V_n}) \times P_{\overline{V_n}}(V_{n+1}) \\ &= p_n \times 0,9 + (1-p_n) \times 0,1 \\ &= 0,9p_n + 0,1 - 0,1p_n \\ &= 0,8p_n + 0,1 \end{aligned}$$

2. (a) Soit $n \geqslant 1$, on peut représenter la situation par l'arbre suivant :



Les événements V_n et $\overline{V_n}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned}
P(V_{n+1}) &= P(V_n) \times P_{V_n}(V_{n+1}) + P(\overline{V_n}) \times P_{\overline{V_n}}(V_{n+1}) \\
&= p_n \times 0,9 + (1 - p_n) \times 0,1 \\
&= 0,9p_n + 0,1 - 0,1p_n \\
&= 0,8p_n + 0,1
\end{aligned}$$

Soit :

$$\boxed{p_{n+1} = 0,8p_n + 0,1}$$

2. (b) Montrons par récurrence que pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, $p_n = 0,5 \times 0,8^{n-1} + 0,5$.

2. (b) Montrons par récurrence que pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, $p_n = 0,5 \times 0,8^{n-1} + 0,5$.

- **Initialisation :**

2. (b) Montrons par récurrence que pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, $p_n = 0,5 \times 0,8^{n-1} + 0,5$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 1$, on a d'une part $p_1 = 1$

2. (b) Montrons par récurrence que pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, $p_n = 0,5 \times 0,8^{n-1} + 0,5$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 1$, on a d'une part $p_1 = 1$ et d'autre part $0,5 \times 0,8^{1-1} + 0,5 =$

2. (b) Montrons par récurrence que pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, $p_n = 0,5 \times 0,8^{n-1} + 0,5$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 1$, on a d'une part $p_1 = 1$ et d'autre part $0,5 \times 0,8^{1-1} + 0,5 = 0,5 \times 1 + 0,5$

2. (b) Montrons par récurrence que pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, $p_n = 0,5 \times 0,8^{n-1} + 0,5$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 1$, on a d'une part $p_1 = 1$ et d'autre part $0,5 \times 0,8^{1-1} + 0,5 = 0,5 \times 1 + 0,5 = 1$.

2. (b) Montrons par récurrence que pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, $p_n = 0,5 \times 0,8^{n-1} + 0,5$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 1$, on a d'une part $p_1 = 1$ et d'autre part $0,5 \times 0,8^{1-1} + 0,5 = 0,5 \times 1 + 0,5 = 1$. On a donc bien $p_1 = 0,5 \times 0,8^{1-1} + 0,5$.

2. (b) Montrons par récurrence que pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, $p_n = 0,5 \times 0,8^{n-1} + 0,5$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 1$, on a d'une part $p_1 = 1$ et d'autre part $0,5 \times 0,8^{1-1} + 0,5 = 0,5 \times 1 + 0,5 = 1$. On a donc bien $p_1 = 0,5 \times 0,8^{1-1} + 0,5$. La propriété est vraie au rang $n = 1$.

2. (b) Montrons par récurrence que pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, $p_n = 0,5 \times 0,8^{n-1} + 0,5$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 1$, on a d'une part $p_1 = 1$ et d'autre part $0,5 \times 0,8^{1-1} + 0,5 = 0,5 \times 1 + 0,5 = 1$. On a donc bien $p_1 = 0,5 \times 0,8^{1-1} + 0,5$. La propriété est vraie au rang $n = 1$.
- **Hérédité :**

2. (b) Montrons par récurrence que pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, $p_n = 0,5 \times 0,8^{n-1} + 0,5$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 1$, on a d'une part $p_1 = 1$ et d'autre part $0,5 \times 0,8^{1-1} + 0,5 = 0,5 \times 1 + 0,5 = 1$. On a donc bien $p_1 = 0,5 \times 0,8^{1-1} + 0,5$. La propriété est vraie au rang $n = 1$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \geqslant 1$,

2. (b) Montrons par récurrence que pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, $p_n = 0,5 \times 0,8^{n-1} + 0,5$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 1$, on a d'une part $p_1 = 1$ et d'autre part $0,5 \times 0,8^{1-1} + 0,5 = 0,5 \times 1 + 0,5 = 1$. On a donc bien $p_1 = 0,5 \times 0,8^{1-1} + 0,5$. La propriété est vraie au rang $n = 1$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \geqslant 1$, c'est-à-dire que $p_n = 0,5 \times 0,8^{n-1} + 0,5$.

2. (b) Montrons par récurrence que pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, $p_n = 0,5 \times 0,8^{n-1} + 0,5$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 1$, on a d'une part $p_1 = 1$ et d'autre part $0,5 \times 0,8^{1-1} + 0,5 = 0,5 \times 1 + 0,5 = 1$. On a donc bien $p_1 = 0,5 \times 0,8^{1-1} + 0,5$. La propriété est vraie au rang $n = 1$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \geqslant 1$, c'est-à-dire que $p_n = 0,5 \times 0,8^{n-1} + 0,5$. On a alors :

  $$p_{n+1} =$$

2. (b) Montrons par récurrence que pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, $p_n = 0,5 \times 0,8^{n-1} + 0,5$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 1$, on a d'une part $p_1 = 1$ et d'autre part $0,5 \times 0,8^{1-1} + 0,5 = 0,5 \times 1 + 0,5 = 1$. On a donc bien $p_1 = 0,5 \times 0,8^{1-1} + 0,5$. La propriété est vraie au rang $n = 1$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \geqslant 1$, c'est-à-dire que $p_n = 0,5 \times 0,8^{n-1} + 0,5$. On a alors :

$$p_{n+1} = 0,8p_n + 0,1$$

2. (b) Montrons par récurrence que pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, $p_n = 0,5 \times 0,8^{n-1} + 0,5$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 1$, on a d'une part $p_1 = 1$ et d'autre part $0,5 \times 0,8^{1-1} + 0,5 = 0,5 \times 1 + 0,5 = 1$. On a donc bien $p_1 = 0,5 \times 0,8^{1-1} + 0,5$. La propriété est vraie au rang $n = 1$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \geqslant 1$, c'est-à-dire que $p_n = 0,5 \times 0,8^{n-1} + 0,5$. On a alors :

$$\begin{aligned} p_{n+1} &= 0,8p_n + 0,1 \\ &= 0,8(0,5 \times 0,8^{n-1} + 0,5) + 0,1 \quad \textit{(hypothèse de récurrence)} \end{aligned}$$

2. (b) Montrons par récurrence que pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, $p_n = 0,5 \times 0,8^{n-1} + 0,5$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 1$, on a d'une part $p_1 = 1$ et d'autre part $0,5 \times 0,8^{1-1} + 0,5 = 0,5 \times 1 + 0,5 = 1$. On a donc bien $p_1 = 0,5 \times 0,8^{1-1} + 0,5$. La propriété est vraie au rang $n = 1$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \geqslant 1$, c'est-à-dire que $p_n = 0,5 \times 0,8^{n-1} + 0,5$. On a alors :

$$\begin{aligned} p_{n+1} &= 0,8p_n + 0,1 \\ &= 0,8(0,5 \times 0,8^{n-1} + 0,5) + 0,1 \quad \textit{(hypothèse de récurrence)} \\ &= 0,8 \times 0,5 \times 0,8^{n-1} + 0,8 \times 0,5 + 0,1 \end{aligned}$$

2. (b) Montrons par récurrence que pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, $p_n = 0,5 \times 0,8^{n-1} + 0,5$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 1$, on a d'une part $p_1 = 1$ et d'autre part $0,5 \times 0,8^{1-1} + 0,5 = 0,5 \times 1 + 0,5 = 1$. On a donc bien $p_1 = 0,5 \times 0,8^{1-1} + 0,5$. La propriété est vraie au rang $n = 1$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \geqslant 1$, c'est-à-dire que $p_n = 0,5 \times 0,8^{n-1} + 0,5$. On a alors :

$$\begin{aligned} p_{n+1} &= 0,8p_n + 0,1 \\ &= 0,8(0,5 \times 0,8^{n-1} + 0,5) + 0,1 \quad \textit{(hypothèse de récurrence)} \\ &= 0,8 \times 0,5 \times 0,8^{n-1} + 0,8 \times 0,5 + 0,1 \\ &= 0,5 \times 0,8^{n} + 0,4 + 0,1 \end{aligned}$$

2. (b) Montrons par récurrence que pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, $p_n = 0,5 \times 0,8^{n-1} + 0,5$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 1$, on a d'une part $p_1 = 1$ et d'autre part $0,5 \times 0,8^{1-1} + 0,5 = 0,5 \times 1 + 0,5 = 1$. On a donc bien $p_1 = 0,5 \times 0,8^{1-1} + 0,5$. La propriété est vraie au rang $n = 1$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \geqslant 1$, c'est-à-dire que $p_n = 0,5 \times 0,8^{n-1} + 0,5$. On a alors :

$$\begin{aligned}
p_{n+1} &= 0,8p_n + 0,1 \\
&= 0,8(0,5 \times 0,8^{n-1} + 0,5) + 0,1 \quad \textit{(hypothèse de récurrence)} \\
&= 0,8 \times 0,5 \times 0,8^{n-1} + 0,8 \times 0,5 + 0,1 \\
&= 0,5 \times 0,8^{n} + 0,4 + 0,1 \\
&= 0,5 \times 0,8^{n} + 0,5
\end{aligned}$$

2. (b) Montrons par récurrence que pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, $p_n = 0,5 \times 0,8^{n-1} + 0,5$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 1$, on a d'une part $p_1 = 1$ et d'autre part $0,5 \times 0,8^{1-1} + 0,5 = 0,5 \times 1 + 0,5 = 1$. On a donc bien $p_1 = 0,5 \times 0,8^{1-1} + 0,5$. La propriété est vraie au rang $n = 1$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \geqslant 1$, c'est-à-dire que $p_n = 0,5 \times 0,8^{n-1} + 0,5$. On a alors :

$$\begin{aligned} p_{n+1} &= 0,8p_n + 0,1 \\ &= 0,8(0,5 \times 0,8^{n-1} + 0,5) + 0,1 \quad \textit{(hypothèse de récurrence)} \\ &= 0,8 \times 0,5 \times 0,8^{n-1} + 0,8 \times 0,5 + 0,1 \\ &= 0,5 \times 0,8^{n} + 0,4 + 0,1 \\ &= 0,5 \times 0,8^{n} + 0,5 \end{aligned}$$

  La propriété est donc vraie au rang $n + 1$.

2. (b) Montrons par récurrence que pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, $p_n = 0,5 \times 0,8^{n-1} + 0,5$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 1$, on a d'une part $p_1 = 1$ et d'autre part $0,5 \times 0,8^{1-1} + 0,5 = 0,5 \times 1 + 0,5 = 1$. On a donc bien $p_1 = 0,5 \times 0,8^{1-1} + 0,5$. La propriété est vraie au rang $n = 1$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \geqslant 1$, c'est-à-dire que $p_n = 0,5 \times 0,8^{n-1} + 0,5$. On a alors :

$$\begin{aligned} p_{n+1} &= 0,8p_n + 0,1 \\ &= 0,8(0,5 \times 0,8^{n-1} + 0,5) + 0,1 \quad \textit{(hypothèse de récurrence)} \\ &= 0,8 \times 0,5 \times 0,8^{n-1} + 0,8 \times 0,5 + 0,1 \\ &= 0,5 \times 0,8^{n} + 0,4 + 0,1 \\ &= 0,5 \times 0,8^{n} + 0,5 \end{aligned}$$

  La propriété est donc vraie au rang $n + 1$.
- **Conclusion :**

2. (b) Montrons par récurrence que pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, $p_n = 0,5 \times 0,8^{n-1} + 0,5$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 1$, on a d'une part $p_1 = 1$ et d'autre part $0,5 \times 0,8^{1-1} + 0,5 = 0,5 \times 1 + 0,5 = 1$. On a donc bien $p_1 = 0,5 \times 0,8^{1-1} + 0,5$. La propriété est vraie au rang $n = 1$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \geqslant 1$, c'est-à-dire que $p_n = 0,5 \times 0,8^{n-1} + 0,5$. On a alors :

$$\begin{aligned}
p_{n+1} &= 0,8p_n + 0,1 \\
&= 0,8(0,5 \times 0,8^{n-1} + 0,5) + 0,1 \quad \textit{(hypothèse de récurrence)} \\
&= 0,8 \times 0,5 \times 0,8^{n-1} + 0,8 \times 0,5 + 0,1 \\
&= 0,5 \times 0,8^{n} + 0,4 + 0,1 \\
&= 0,5 \times 0,8^{n} + 0,5
\end{aligned}$$

  La propriété est donc vraie au rang $n + 1$.
- **Conclusion :**
  La propriété est vraie pour $n = 1$ et elle est héréditaire, elle est donc vraie pour tout $n \geqslant 1$.

2. (c) On a $\lim_{n \to +\infty} (0,8^{n-1}) = 0$

2. (c) On a $\lim_{n \to +\infty} (0,8^{n-1}) = 0$ car $-1 < 0,8 < 1$

2. (c) On a $\lim_{n \to +\infty} (0,8^{n-1}) = 0$ car $-1 < 0,8 < 1$ donc :

$$\boxed{\lim_{n \to +\infty} p_n = 0,5}$$

2. (c) On a $\lim\limits_{n \to +\infty} (0,8^{n-1}) = 0$ car $-1 < 0,8 < 1$ donc :

$$\boxed{\lim_{n \to +\infty} p_n = 0,5}$$

Cela signifie qu'après un grand nombre de transmissions, la machine a une chance sur deux de détenir la valeur 1 et une chance sur deux de détenir la valeur 0.

Partie B

Partie B

1. Les lignes 5 et 6 permettent de changer la valeur transmise avec une probabilité de $0,1$.

Partie B

1. Les lignes 5 et 6 permettent de changer la valeur transmise avec une probabilité de $0,1$. La ligne 5 permet permet de valider la condition dans 10 % des cas et la ligne 6 transforme la valeur de la variable `donnee`.

1. Les lignes 5 et 6 permettent de changer la valeur transmise avec une probabilité de $0,1$. La ligne 5 permet permet de valider la condition dans 10 % des cas et la ligne 6 transforme la valeur de la variable `donnee`.
   - Si `donnee=1` alors `1-donnee=0`

Partie B

1. Les lignes 5 et 6 permettent de changer la valeur transmise avec une probabilité de $0,1$. La ligne 5 permet permet de valider la condition dans 10 % des cas et la ligne 6 transforme la valeur de la variable `donnee`.
   - Si `donnee=1` alors `1-donnee=0`
   - Si `donnee=0` alors `1-donnee=1`

2. La probabilité que `simulation(4)` renvoie la liste `[1,1,1,1,1]` est la probabilité que la donnée soit transmise 4 fois de manière fidèle,

2. La probabilité que `simulation(4)` renvoie la liste `[1,1,1,1,1]` est la probabilité que la donnée soit transmise 4 fois de manière fidèle, cette probabilité est :

2. La probabilité que `simulation(4)` renvoie la liste `[1,1,1,1,1]` est la probabilité que la donnée soit transmise 4 fois de manière fidèle, cette probabilité est :

$$\boxed{0,9^4 = 0,6561}$$

2. La probabilité que `simulation(4)` renvoie la liste `[1,1,1,1,1]` est la probabilité que la donnée soit transmise 4 fois de manière fidèle, cette probabilité est :

$$\boxed{0,9^4 = 0,6561}$$

La probabilité que `simulation(6)` renvoie la liste `[1,0,1,0,0,1,1]` est la probabilité que la donnée soit transmise de manière contraire, contraire, contraire, fidèle, contraire puis fidèle.

2. La probabilité que `simulation(4)` renvoie la liste `[1,1,1,1,1]` est la probabilité que la donnée soit transmise 4 fois de manière fidèle, cette probabilité est :

$$\boxed{0,9^4 = 0,6561}$$

La probabilité que `simulation(6)` renvoie la liste `[1,0,1,0,0,1,1]` est la probabilité que la donnée soit transmise de manière contraire, contraire, contraire, fidèle, contraire puis fidèle. Cette probabilité est :

2. La probabilité que `simulation(4)` renvoie la liste `[1,1,1,1,1]` est la probabilité que la donnée soit transmise 4 fois de manière fidèle, cette probabilité est :

$$\boxed{0,9^4 = 0,6561}$$

La probabilité que `simulation(6)` renvoie la liste `[1,0,1,0,0,1,1]` est la probabilité que la donnée soit transmise de manière contraire, contraire, contraire, fidèle, contraire puis fidèle. Cette probabilité est :

$$\boxed{0,1 \times 0,1 \times 0,1 \times 0,9 \times 0,1 \times 0,9 = 0,000081}$$

Exercice 2

Exercice 2

1. D'après le graphique, on peut conjecturer que :

Exercice 2

1. D'après le graphique, on peut conjecturer que :
   - La fonction f est strictement croissante sur $]2\,;+\infty[$.

Exercice 2

1. D'après le graphique, on peut conjecturer que :
   - La fonction f est strictement croissante sur $]2\,;+\infty[$.
   - $\lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ x > 2}} f(x) = -\infty$

Exercice 2

1. D'après le graphique, on peut conjecturer que :
   - La fonction f est strictement croissante sur $]2\,;+\infty[$.
   - $\lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ x > 2}} f(x) = -\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$.

Exercice 2

1. D'après le graphique, on peut conjecturer que :
   - La fonction f est strictement croissante sur $]2\,;+\infty[$.
   - $\lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ x > 2}} f(x) = -\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$.
   - La courbe $\mathscr{C}$ admet la droite d'équation $x = 2$ pour asymptote verticale.

2. Pour tout $x \in \,]2\,;+\infty[$:

2. Pour tout $x \in]2\,; +\infty[$:

$$f(x) = 0 \Longleftrightarrow$$

2. Pour tout $x \in]2\,;+\infty[$:

$$f(x) = 0 \iff x\ln(x-2) = 0$$

2. Pour tout $x \in \left]2\,;+\infty\right[$:

$$\begin{aligned} f(x) = 0 &\iff x\ln(x-2) = 0 \\ &\iff x = 0 \text{ ou } \ln(x-2) = 0 \end{aligned}$$

2. Pour tout $x \in \,]2\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned} f(x) = 0 &\iff x\ln(x-2) = 0 \\ &\iff x = 0 \text{ ou } \ln(x-2) = 0 \\ &\iff x = 0 \text{ ou } x - 2 = 1 \end{aligned}$$

2. Pour tout $x \in \,]2\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned} f(x) = 0 &\iff x\ln(x-2) = 0 \\ &\iff x = 0 \text{ ou } \ln(x-2) = 0 \\ &\iff x = 0 \text{ ou } x - 2 = 1 \\ &\iff x = 0 \text{ ou } x = 3 \end{aligned}$$

2. Pour tout $x \in]2\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned} f(x)=0 &\iff x\ln(x-2)=0 \\ &\iff x=0 \text{ ou } \ln(x-2)=0 \\ &\iff x=0 \text{ ou } x-2=1 \\ &\iff x=0 \text{ ou } x=3 \end{aligned}$$

Or $0 \notin]2\,;+\infty[$

2. Pour tout $x \in]2\,; +\infty[$:

$$\begin{aligned} f(x) = 0 &\Longleftrightarrow x \ln(x-2) = 0 \\ &\Longleftrightarrow x = 0 \text{ ou } \ln(x-2) = 0 \\ &\Longleftrightarrow x = 0 \text{ ou } x - 2 = 1 \\ &\Longleftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = 3 \end{aligned}$$

Or $0 \notin]2\,; +\infty[$ donc l'équation $f(x) = 0$ admet pour unique solution :

2. Pour tout $x \in]2\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned} f(x) = 0 &\iff x\ln(x-2) = 0 \\ &\iff x = 0 \text{ ou } \ln(x-2) = 0 \\ &\iff x = 0 \text{ ou } x - 2 = 1 \\ &\iff x = 0 \text{ ou } x = 3 \end{aligned}$$

Or $0 \notin]2\,;+\infty[$ donc l'équation $f(x) = 0$ admet pour unique solution :

$$\boxed{x = 3}$$

3. On a $\lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ x > 2}} (x - 2) = 0^+$

3. On a $\lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ x > 2}} (x-2) = 0^+$ et $\lim\limits_{\substack{X \to 0 \\ X > 0}} \ln(X) = -\infty$

3. On a $\lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ x > 2}} (x-2) = 0^+$ et $\lim\limits_{\substack{X \to 0 \\ X > 0}} \ln(X) = -\infty$ donc, par composition, $\lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ x > 2}} \ln(x-2) = -\infty$.

3. On a $\lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ x > 2}} (x-2) = 0^+$ et $\lim\limits_{\substack{X \to 0 \\ X > 0}} \ln(X) = -\infty$ donc, par composition, $\lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ x > 2}} \ln(x-2) = -\infty$. Et comme $\lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ x > 2}} x = 2$,

3. On a $\lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ x>2}} (x-2) = 0^+$ et $\lim\limits_{\substack{X \to 0 \\ X>0}} \ln(X) = -\infty$ donc, par composition, $\lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ x>2}} \ln(x-2) = -\infty$. Et comme $\lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ x>2}} x = 2$, on a :

$$\boxed{\lim_{\substack{x \to 2 \\ x>2}} f(x) = -\infty}$$

3. On a $\lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ x > 2}} (x-2) = 0^+$ et $\lim\limits_{\substack{X \to 0 \\ X > 0}} \ln(X) = -\infty$ donc, par composition, $\lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ x > 2}} \ln(x-2) = -\infty$. Et comme $\lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ x > 2}} x = 2$, on a :

$$\boxed{\lim_{\substack{x \to 2 \\ x > 2}} f(x) = -\infty}$$

Cela confirme la conjecture faite à la question 1.

4. La fonction f est dérivable sur $]2\,; +\infty[$ et, pour tout $x \in]2\,; +\infty[$, on a :

4. La fonction f est dérivable sur $]2\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in]2\,;+\infty[$, on a :

$$f'(x) =$$

4. La fonction f est dérivable sur $]2\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in]2\,;+\infty[$, on a :

$$f'(x) = 1 \times \ln(x-2) + x \times \frac{1}{x-2}$$

4. La fonction f est dérivable sur $]2\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in]2\,;+\infty[$, on a :

$$\begin{aligned} f'(x) &= 1 \times \ln(x-2) + x \times \frac{1}{x-2} \\ &= \ln(x-2) + \frac{x}{x-2} \end{aligned}$$

4. La fonction f est dérivable sur $]2\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in]2\,;+\infty[$, on a :

$$\begin{aligned} f'(x) &= 1 \times \ln(x-2) + x \times \frac{1}{x-2} \\ &= \ln(x-2) + \frac{x}{x-2} \end{aligned}$$

Soit :

$$\boxed{f'(x) = \ln(x-2) + \frac{x}{x-2}}$$

5. (a) La fonction g est dérivable sur $]2\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in]2\,;+\infty[$, on a :

5. (a) La fonction g est dérivable sur $]2\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in]2\,;+\infty[$, on a :

$$g'(x) =$$

5. (a) La fonction g est dérivable sur $]2\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in]2\,;+\infty[$, on a :

$$g'(x) = \frac{1}{x-2} + \frac{1 \times (x-2) - x \times 1}{(x-2)^2}$$

5. (a) La fonction g est dérivable sur $]2\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in]2\,;+\infty[$, on a :

$$\begin{aligned} g'(x) &= \frac{1}{x-2} + \frac{1 \times (x-2) - x \times 1}{(x-2)^2} \\ &= \frac{1}{x-2} + \frac{x-2-x}{(x-2)^2} \end{aligned}$$

5. (a) La fonction g est dérivable sur $]2\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in]2\,;+\infty[$, on a :

$$\begin{aligned} g'(x) &= \frac{1}{x-2} + \frac{1\times(x-2) - x\times 1}{(x-2)^2} \\ &= \frac{1}{x-2} + \frac{x-2-x}{(x-2)^2} \\ &= \frac{x-2}{(x-2)^2} - \frac{2}{(x-2)^2} \end{aligned}$$

5. (a) La fonction g est dérivable sur $]2\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in]2\,;+\infty[$, on a :

$$\begin{aligned}
g'(x) &= \frac{1}{x-2} + \frac{1 \times (x-2) - x \times 1}{(x-2)^2} \\
&= \frac{1}{x-2} + \frac{x-2-x}{(x-2)^2} \\
&= \frac{x-2}{(x-2)^2} - \frac{2}{(x-2)^2} \\
&= \frac{x-2-2}{(x-2)^2}
\end{aligned}$$

5. (a) La fonction g est dérivable sur $]2\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in]2\,;+\infty[$, on a :

$$\begin{aligned}
g'(x) &= \frac{1}{x-2} + \frac{1 \times (x-2) - x \times 1}{(x-2)^2} \\
&= \frac{1}{x-2} + \frac{x-2-x}{(x-2)^2} \\
&= \frac{x-2}{(x-2)^2} - \frac{2}{(x-2)^2} \\
&= \frac{x-2-2}{(x-2)^2} \\
&= \frac{x-4}{(x-2)^2}
\end{aligned}$$

5. (a) La fonction g est dérivable sur $]2\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in]2\,;+\infty[$, on a :

$$\begin{aligned} g'(x) &= \frac{1}{x-2} + \frac{1 \times (x-2) - x \times 1}{(x-2)^2} \\ &= \frac{1}{x-2} + \frac{x-2-x}{(x-2)^2} \\ &= \frac{x-2}{(x-2)^2} - \frac{2}{(x-2)^2} \\ &= \frac{x-2-2}{(x-2)^2} \\ &= \frac{x-4}{(x-2)^2} \end{aligned}$$

Soit :

$$\boxed{g'(x) = \frac{x-4}{(x-2)^2}}$$

5. (b) Pour tout $x \in]2\,;+\infty[$,

5. (b) Pour tout $x \in]2\,; +\infty[$, $(x-2)^2 > 0$

5. (b) Pour tout $x \in]2\,;+\infty[$, $(x-2)^2 > 0$ donc $g'(x)$ est du signe de $x-4$.

5. (b) Pour tout $x \in]2\,;+\infty[$, $(x-2)^2 > 0$ donc $g'(x)$ est du signe de $x-4$. De plus, on a $g(4) = \ln(2) + 2$.

5. (b) Pour tout $x \in]2\,;+\infty[$, $(x-2)^2 > 0$ donc $g'(x)$ est du signe de $x-4$. De plus, on a $g(4) = \ln(2)+2$. On en déduit le tableau :

5. (b) Pour tout $x \in]2\,;+\infty[$, $(x-2)^2 > 0$ donc $g'(x)$ est du signe de $x-4$. De plus, on a $g(4) = \ln(2) + 2$. On en déduit le tableau :

x	2		4		$+\infty$
$g'(x)$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$\Vert$ $+\infty$	$\searrow$	$\ln(2)+2$	$\nearrow$	$+\infty$

5. (c) On a $\ln(2) + 2 > 0$

5. (c) On a $\ln(2) + 2 > 0$ donc g est strictement positive sur $]2\,; +\infty[$.

5. (c) On a $\ln(2) + 2 > 0$ donc g est strictement positive sur $]2\,; +\infty[$. On a donc, pour tout $x \in]2\,; +\infty[$, $f'(x) > 0$.

5. (c) On a $\ln(2) + 2 > 0$ donc g est strictement positive sur $]2\,;+\infty[$. On a donc, pour tout $x \in]2\,;+\infty[$, $f'(x) > 0$. On en déduit que :

$$\boxed{\text{La fonction } f \text{ est strictement croissante sur }]2\,;+\infty[}$$

6. La dérivée seconde de la fonction f est la fonction g'.

6. La dérivée seconde de la fonction f est la fonction g'. On a donc le tableau :

x	2		4		$+\infty$
$f''(x)$		$-$	0	$+$	
f		concave		convexe	

6. La dérivée seconde de la fonction f est la fonction g'. On a donc le tableau :

x	2		4		$+\infty$
$f''(x)$		$-$	0	$+$	
f		concave		convexe	

La dérivée seconde s'annule en changeant de signe en $x = 4$.

6. La dérivée seconde de la fonction f est la fonction g'. On a donc le tableau :

x	2		4		$+\infty$
$f''(x)$		$-$	0	$+$	
f		concave		convexe	

La dérivée seconde s'annule en changeant de signe en $x = 4$. La courbe $\mathscr{C}$ admet donc pour point d'inflexion le point de coordonnées :

6. La dérivée seconde de la fonction f est la fonction g'. On a donc le tableau :

x	2		4		$+\infty$
$f''(x)$		$-$	0	$+$	
f		concave		convexe	

La dérivée seconde s'annule en changeant de signe en $x = 4$. La courbe $\mathscr{C}$ admet donc pour point d'inflexion le point de coordonnées :

$$\boxed{(4\,;\,4\ln(2))}$$

7. Il s'agit de déterminer le nombre de solutions de l'équation $f'(x) = 3$,

7. Il s'agit de déterminer le nombre de solutions de l'équation $f'(x) = 3$, autrement dit de l'équation $g(x) = 3$.

7. Il s'agit de déterminer le nombre de solutions de l'équation $f'(x) = 3$, autrement dit de l'équation $g(x) = 3$.
   - Sur l'intervalle $]2\,;\,4]$, la fonction g est continue et strictement décroissante.

7. Il s'agit de déterminer le nombre de solutions de l'équation $f'(x) = 3$, autrement dit de l'équation $g(x) = 3$.
   - Sur l'intervalle $]2\,;\,4]$, la fonction g est continue et strictement décroissante. De plus $\lim\limits_{x \to 2} g(x) = +\infty$

7. Il s'agit de déterminer le nombre de solutions de l'équation $f'(x) = 3$, autrement dit de l'équation $g(x) = 3$.
   - Sur l'intervalle $]2\,;\,4]$, la fonction g est continue et strictement décroissante. De plus $\lim\limits_{x \to 2} g(x) = +\infty$ et $g(4) = \ln(2) + 2 \approx 2,7$.

7. Il s'agit de déterminer le nombre de solutions de l'équation $f'(x) = 3$, autrement dit de l'équation $g(x) = 3$.
    - Sur l'intervalle $]2\,;\,4]$, la fonction g est continue et strictement décroissante. De plus $\lim_{x \to 2} g(x) = +\infty$ et $g(4) = \ln(2) + 2 \approx 2,7$. Or $3 \in [\ln(2) + 2\,;\,+\infty[$

7. Il s'agit de déterminer le nombre de solutions de l'équation $f'(x) = 3$, autrement dit de l'équation $g(x) = 3$.
    - Sur l'intervalle $]2\,;\,4]$, la fonction g est continue et strictement décroissante. De plus $\lim\limits_{x \to 2} g(x) = +\infty$ et $g(4) = \ln(2) + 2 \approx 2,7$. Or $3 \in [\ln(2) + 2\,;\,+\infty[$ donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires,

7. Il s'agit de déterminer le nombre de solutions de l'équation $f'(x) = 3$, autrement dit de l'équation $g(x) = 3$.
   - Sur l'intervalle $]2\,;\,4]$, la fonction g est continue et strictement décroissante. De plus $\lim\limits_{x \to 2} g(x) = +\infty$ et $g(4) = \ln(2) + 2 \approx 2,7$. Or $3 \in [\ln(2) + 2\,;\,+\infty[$ donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $g(x) = 3$ admet une unique solution sur $]2\,;\,4]$.

7. Il s'agit de déterminer le nombre de solutions de l'équation $f'(x) = 3$, autrement dit de l'équation $g(x) = 3$.
   - Sur l'intervalle $]2\,;\,4]$, la fonction g est continue et strictement décroissante. De plus $\lim\limits_{x \to 2} g(x) = +\infty$ et $g(4) = \ln(2) + 2 \approx 2,7$. Or $3 \in [\ln(2) + 2\,;\, +\infty[$ donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $g(x) = 3$ admet une unique solution sur $]2\,;\,4]$.
   - Sur l'intervalle $[4\,;\,+\infty[$,

7. Il s'agit de déterminer le nombre de solutions de l'équation $f'(x) = 3$, autrement dit de l'équation $g(x) = 3$.
   - Sur l'intervalle $]2\,;\,4]$, la fonction g est continue et strictement décroissante. De plus $\lim\limits_{x \to 2} g(x) = +\infty$ et $g(4) = \ln(2) + 2 \approx 2,7$. Or $3 \in [\ln(2) + 2\,;\,+\infty[$ donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $g(x) = 3$ admet une unique solution sur $]2\,;\,4]$.
   - Sur l'intervalle $[4\,;\,+\infty[$, la fonction g est continue et strictement croissante.

7. Il s'agit de déterminer le nombre de solutions de l'équation $f'(x) = 3$, autrement dit de l'équation $g(x) = 3$.
    - Sur l'intervalle $]2\,;\,4]$, la fonction g est continue et strictement décroissante. De plus $\lim\limits_{x \to 2} g(x) = +\infty$ et $g(4) = \ln(2) + 2 \approx 2,7$. Or $3 \in [\ln(2) + 2\,;\,+\infty[$ donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $g(x) = 3$ admet une unique solution sur $]2\,;\,4]$.
    - Sur l'intervalle $[4\,;\,+\infty[$, la fonction g est continue et strictement croissante. De plus $g(4) = \ln(2) + 2 \approx 2,7$

7. Il s'agit de déterminer le nombre de solutions de l'équation $f'(x) = 3$, autrement dit de l'équation $g(x) = 3$.
   - Sur l'intervalle $]2\,;\,4]$, la fonction g est continue et strictement décroissante. De plus $\lim\limits_{x \to 2} g(x) = +\infty$ et $g(4) = \ln(2) + 2 \approx 2,7$. Or $3 \in [\ln(2) + 2\,;\,+\infty[$ donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $g(x) = 3$ admet une unique solution sur $]2\,;\,4]$.
   - Sur l'intervalle $[4\,;\,+\infty[$, la fonction g est continue et strictement croissante. De plus $g(4) = \ln(2) + 2 \approx 2,7$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = +\infty$.

7. Il s'agit de déterminer le nombre de solutions de l'équation $f'(x) = 3$, autrement dit de l'équation $g(x) = 3$.
    - Sur l'intervalle $]2\,;\,4]$, la fonction g est continue et strictement décroissante. De plus $\lim\limits_{x \to 2} g(x) = +\infty$ et $g(4) = \ln(2) + 2 \approx 2,7$. Or $3 \in [\ln(2) + 2\,;\,+\infty[$ donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $g(x) = 3$ admet une unique solution sur $]2\,;\,4]$.
    - Sur l'intervalle $[4\,;\,+\infty[$, la fonction g est continue et strictement croissante. De plus $g(4) = \ln(2) + 2 \approx 2,7$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = +\infty$. Or $3 \in [\ln(2) + 2\,;\,+\infty[$

7. Il s'agit de déterminer le nombre de solutions de l'équation $f'(x) = 3$, autrement dit de l'équation $g(x) = 3$.
    - Sur l'intervalle $]2\,;\,4]$, la fonction g est continue et strictement décroissante. De plus $\lim\limits_{x \to 2} g(x) = +\infty$ et $g(4) = \ln(2) + 2 \approx 2,7$. Or $3 \in [\ln(2) + 2\,;\,+\infty[$ donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $g(x) = 3$ admet une unique solution sur $]2\,;\,4]$.
    - Sur l'intervalle $[4\,;\,+\infty[$, la fonction g est continue et strictement croissante. De plus $g(4) = \ln(2) + 2 \approx 2,7$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = +\infty$. Or $3 \in [\ln(2) + 2\,;\,+\infty[$ donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires,

7. Il s'agit de déterminer le nombre de solutions de l'équation $f'(x) = 3$, autrement dit de l'équation $g(x) = 3$.
   - Sur l'intervalle $]2\,;\,4]$, la fonction g est continue et strictement décroissante. De plus $\lim\limits_{x \to 2} g(x) = +\infty$ et $g(4) = \ln(2) + 2 \approx 2,7$. Or $3 \in [\ln(2) + 2\,;\,+\infty[$ donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $g(x) = 3$ admet une unique solution sur $]2\,;\,4]$.
   - Sur l'intervalle $[4\,;\,+\infty[$, la fonction g est continue et strictement croissante. De plus $g(4) = \ln(2) + 2 \approx 2,7$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = +\infty$. Or $3 \in [\ln(2) + 2\,;\,+\infty[$ donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $g(x) = 3$ admet une unique solution sur $[4\,;\,+\infty[$.

7. Il s'agit de déterminer le nombre de solutions de l'équation $f'(x) = 3$, autrement dit de l'équation $g(x) = 3$.
   - Sur l'intervalle $]2\,;\,4]$, la fonction g est continue et strictement décroissante. De plus $\lim\limits_{x \to 2} g(x) = +\infty$ et $g(4) = \ln(2) + 2 \approx 2,7$. Or $3 \in [\ln(2) + 2\,;\,+\infty[$ donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $g(x) = 3$ admet une unique solution sur $]2\,;\,4]$.
   - Sur l'intervalle $[4\,;\,+\infty[$, la fonction g est continue et strictement croissante. De plus $g(4) = \ln(2) + 2 \approx 2,7$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = +\infty$. Or $3 \in [\ln(2) + 2\,;\,+\infty[$ donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $g(x) = 3$ admet une unique solution sur $[4\,;\,+\infty[$.

   Finalement, l'équation $g(x) = 3$ admet exactement deux solutions sur $]2\,;\,+\infty[$

7. Il s'agit de déterminer le nombre de solutions de l'équation $f'(x) = 3$, autrement dit de l'équation $g(x) = 3$.
   - Sur l'intervalle $]2\,;\,4]$, la fonction g est continue et strictement décroissante. De plus $\lim\limits_{x\to 2} g(x) = +\infty$ et $g(4) = \ln(2) + 2 \approx 2,7$. Or $3 \in [\ln(2) + 2\,;\,+\infty[$ donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $g(x) = 3$ admet une unique solution sur $]2\,;\,4]$.
   - Sur l'intervalle $[4\,;\,+\infty[$, la fonction g est continue et strictement croissante. De plus $g(4) = \ln(2) + 2 \approx 2,7$ et $\lim\limits_{x\to +\infty} g(x) = +\infty$. Or $3 \in [\ln(2) + 2\,;\,+\infty[$ donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $g(x) = 3$ admet une unique solution sur $[4\,;\,+\infty[$.

   Finalement, l'équation $g(x) = 3$ admet exactement deux solutions sur $]2\,;\,+\infty[$ donc la courbe représentative de f admet exactement :

7. Il s'agit de déterminer le nombre de solutions de l'équation $f'(x) = 3$, autrement dit de l'équation $g(x) = 3$.
   - Sur l'intervalle $]2\,;\,4]$, la fonction g est continue et strictement décroissante. De plus $\lim\limits_{x \to 2} g(x) = +\infty$ et $g(4) = \ln(2) + 2 \approx 2,7$. Or $3 \in [\ln(2) + 2\,;\,+\infty[$ donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $g(x) = 3$ admet une unique solution sur $]2\,;\,4]$.
   - Sur l'intervalle $[4\,;\,+\infty[$, la fonction g est continue et strictement croissante. De plus $g(4) = \ln(2) + 2 \approx 2,7$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = +\infty$. Or $3 \in [\ln(2) + 2\,;\,+\infty[$ donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $g(x) = 3$ admet une unique solution sur $[4\,;\,+\infty[$.

   Finalement, l'équation $g(x) = 3$ admet exactement deux solutions sur $]2\,;\,+\infty[$ donc la courbe représentative de f admet exactement :

   $$\boxed{\text{Deux tangentes de coefficient directeur égal à 3}}$$

Exercice 3

1. On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-2\\1\\5\end{pmatrix}$

Exercice 3

1. On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-2\\1\\5\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-1\\-2\\0\end{pmatrix}$.

Exercice 3

1. On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-2\\1\\5\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-1\\-2\\0\end{pmatrix}$. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires

1. On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-2\\1\\5\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-1\\-2\\0\end{pmatrix}$. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires donc les points A, B et C ne sont pas alignés.

Exercice 3

1. On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-2\\1\\5\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-1\\-2\\0\end{pmatrix}$. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires donc les points A, B et C ne sont pas alignés. On en déduit que :

$$\boxed{\text{Les points } A,\ B \text{ et } C \text{ déterminent un plan}}$$

2. On a :

$$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} =$$

2. On a :

$$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = -2 \times (-1) + 1 \times (-2) + 5 \times 0$$

2. On a :

$$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = -2 \times (-1) + 1 \times (-2) + 5 \times 0 = 2 - 2 + 0$$

2. On a :

$$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = -2 \times (-1) + 1 \times (-2) + 5 \times 0 = 2 - 2 + 0 = 0$$

2. On a :

$$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = -2 \times (-1) + 1 \times (-2) + 5 \times 0 = 2 - 2 + 0 = 0$$

Les vecteur $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont orthogonaux donc :

2. On a :

$$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = -2 \times (-1) + 1 \times (-2) + 5 \times 0 = 2 - 2 + 0 = 0$$

Les vecteur $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont orthogonaux donc :

$$\boxed{\text{Le triangle } ABC \text{ est rectangle en } A}$$

3. (a) On a :

- $\overrightarrow{u}.\overrightarrow{AB} =$

3. (a) On a :

- $\overrightarrow{u}.\overrightarrow{AB} = 2 \times (-2) + (-1) \times 1 + 1 \times 5$

3. (a) On a :

- $\overrightarrow{u}.\overrightarrow{AB} = 2 \times (-2) + (-1) \times 1 + 1 \times 5 = -4 - 1 + 5$

3. (a) On a :

- $\overrightarrow{u}.\overrightarrow{AB} = 2 \times (-2) + (-1) \times 1 + 1 \times 5 = -4 - 1 + 5 = 0.$

3. (a) On a :

- $\overrightarrow{u}.\overrightarrow{AB} = 2 \times (-2) + (-1) \times 1 + 1 \times 5 = -4 - 1 + 5 = 0.$
- $\overrightarrow{u}.\overrightarrow{AC} =$

3. (a) On a :

- $\overrightarrow{u}.\overrightarrow{AB} = 2 \times (-2) + (-1) \times 1 + 1 \times 5 = -4 - 1 + 5 = 0.$
- $\overrightarrow{u}.\overrightarrow{AC} = 2 \times (-1) + (-1) \times (-2) + 1 \times 0$

3. (a) On a :

- $\overrightarrow{u}.\overrightarrow{AB} = 2 \times (-2) + (-1) \times 1 + 1 \times 5 = -4 - 1 + 5 = 0.$
- $\overrightarrow{u}.\overrightarrow{AC} = 2 \times (-1) + (-1) \times (-2) + 1 \times 0 = -2 + 2 + 0$

3. (a) On a :

- $\overrightarrow{u}.\overrightarrow{AB} = 2 \times (-2) + (-1) \times 1 + 1 \times 5 = -4 - 1 + 5 = 0.$
- $\overrightarrow{u}.\overrightarrow{AC} = 2 \times (-1) + (-1) \times (-2) + 1 \times 0 = -2 + 2 + 0 = 0.$

3. (a) On a :

- $\overrightarrow{u}.\overrightarrow{AB} = 2 \times (-2) + (-1) \times 1 + 1 \times 5 = -4 - 1 + 5 = 0.$
- $\overrightarrow{u}.\overrightarrow{AC} = 2 \times (-1) + (-1) \times (-2) + 1 \times 0 = -2 + 2 + 0 = 0.$

La droite Δ est donc orthogonale aux droites (AB) et (AC)

3. (a) On a :

- $\overrightarrow{u}.\overrightarrow{AB} = 2 \times (-2) + (-1) \times 1 + 1 \times 5 = -4 - 1 + 5 = 0.$
- $\overrightarrow{u}.\overrightarrow{AC} = 2 \times (-1) + (-1) \times (-2) + 1 \times 0 = -2 + 2 + 0 = 0.$

La droite Δ est donc orthogonale aux droites (AB) et (AC) qui sont deux droites sécantes du plan (ABC).

3. (a) On a :

- $\overrightarrow{u}.\overrightarrow{AB} = 2 \times (-2) + (-1) \times 1 + 1 \times 5 = -4 - 1 + 5 = 0$.
- $\overrightarrow{u}.\overrightarrow{AC} = 2 \times (-1) + (-1) \times (-2) + 1 \times 0 = -2 + 2 + 0 = 0$.

La droite Δ est donc orthogonale aux droites (AB) et (AC) qui sont deux droites sécantes du plan (ABC). On en déduit que :

$$\boxed{\text{La droite } \Delta \text{ est orthogonale au plan } (ABC)}$$

3. (b) Le plan (ABC) admet le vecteur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}2\\-1\\1\end{pmatrix}$ pour vecteur normal,

3. (b) Le plan (ABC) admet le vecteur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}2\\-1\\1\end{pmatrix}$ pour vecteur normal, elle admet donc une équation cartésienne de la forme :

3. (b) Le plan (ABC) admet le vecteur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}2\\-1\\1\end{pmatrix}$ pour vecteur normal, elle admet donc une équation cartésienne de la forme :

$$2x - y + z + d = 0 \quad \text{avec } d \in \mathbb{R}$$

3. (b) Le plan (ABC) admet le vecteur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}2\\-1\\1\end{pmatrix}$ pour vecteur normal, elle admet donc une équation cartésienne de la forme :

$$2x - y + z + d = 0 \quad \text{avec } d \in \mathbb{R}$$

Et le point $A(1\,;3\,;0)$ appartient à ce plan donc ses coordonnées vérifient l'équation,

3. (b) Le plan (ABC) admet le vecteur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}2\\-1\\1\end{pmatrix}$ pour vecteur normal, elle admet donc une équation cartésienne de la forme :

$$2x - y + z + d = 0 \quad \text{avec } d \in \mathbb{R}$$

Et le point $A(1\,;3\,;0)$ appartient à ce plan donc ses coordonnées vérifient l'équation, soit $2 - 3 + 0 + d = 0$

3. (b) Le plan (ABC) admet le vecteur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}2\\-1\\1\end{pmatrix}$ pour vecteur normal, elle admet donc une équation cartésienne de la forme :

$$2x - y + z + d = 0 \quad \text{avec } d \in \mathbb{R}$$

Et le point $A(1\,;3\,;0)$ appartient à ce plan donc ses coordonnées vérifient l'équation, soit $2 - 3 + 0 + d = 0$ et donc $d = 1$.

3. (b) Le plan (ABC) admet le vecteur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}2\\-1\\1\end{pmatrix}$ pour vecteur normal, elle admet donc une équation cartésienne de la forme :

$$2x - y + z + d = 0 \quad \text{avec } d \in \mathbb{R}$$

Et le point $A(1\,;\,3\,;\,0)$ appartient à ce plan donc ses coordonnées vérifient l'équation, soit $2 - 3 + 0 + d = 0$ et donc $d = 1$.
Finalement, le plan (ABC) admet pour équation cartésienne :

3. (b) Le plan (ABC) admet le vecteur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ pour vecteur normal, elle admet donc une équation cartésienne de la forme :

$$2x - y + z + d = 0 \quad \text{avec } d \in \mathbb{R}$$

Et le point $A(1\,;\,3\,;\,0)$ appartient à ce plan donc ses coordonnées vérifient l'équation, soit $2 - 3 + 0 + d = 0$ et donc $d = 1$.
Finalement, le plan (ABC) admet pour équation cartésienne :

$$\boxed{2x - y + z + 1 = 0}$$

3. (c) La droite Δ passe par le point $D(-2\,;\,2\,;\,1)$ admet le vecteur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}2\\-1\\1\end{pmatrix}$ pour vecteur directeur.

3. (c) La droite Δ passe par le point $D(-2\,;2\,;1)$ admet le vecteur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}2\\-1\\1\end{pmatrix}$ pour vecteur directeur. Elle admet donc pour représentation paramétrique :

3. (c) La droite Δ passe par le point $D(-2\,;2\,;1)$ admet le vecteur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}2\\-1\\1\end{pmatrix}$ pour vecteur directeur. Elle admet donc pour représentation paramétrique :

$$\boxed{\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = 1 + t \end{cases} \qquad \text{avec } t \in \mathbb{R}}$$

4. Le projeté orthogonal du point D sur le plan (ABC) est le point d'intersection du plan (ABC) avec la droite passant par D orthogonalement au plan (ABC),

4. Le projeté orthogonal du point D sur le plan (ABC) est le point d'intersection du plan (ABC) avec la droite passant par D orthogonalement au plan (ABC), c'est-à-dire la droite Δ.

4. Le projeté orthogonal du point D sur le plan (ABC) est le point d'intersection du plan (ABC) avec la droite passant par D orthogonalement au plan (ABC), c'est-à-dire la droite Δ. Il s'agit donc de montrer que H appartient au plan (ABC) et à la droite Δ.

4. Le projeté orthogonal du point D sur le plan (ABC) est le point d'intersection du plan (ABC) avec la droite passant par D orthogonalement au plan (ABC), c'est-à-dire la droite Δ. Il s'agit donc de montrer que H appartient au plan (ABC) et à la droite Δ.
   - On a $2 \times \left(-\frac{2}{3}\right) - \frac{4}{3} + \frac{5}{3} + 1 =$

4. Le projeté orthogonal du point D sur le plan (ABC) est le point d'intersection du plan (ABC) avec la droite passant par D orthogonalement au plan (ABC), c'est-à-dire la droite Δ. Il s'agit donc de montrer que H appartient au plan (ABC) et à la droite Δ.
   - On a $2 \times \left(-\dfrac{2}{3}\right) - \dfrac{4}{3} + \dfrac{5}{3} + 1 = -\dfrac{4}{3} + \dfrac{1}{3} + 1$

4. Le projeté orthogonal du point D sur le plan (ABC) est le point d'intersection du plan (ABC) avec la droite passant par D orthogonalement au plan (ABC), c'est-à-dire la droite Δ. Il s'agit donc de montrer que H appartient au plan (ABC) et à la droite Δ.
   - On a $2 \times \left(-\dfrac{2}{3}\right) - \dfrac{4}{3} + \dfrac{5}{3} + 1 = -\dfrac{4}{3} + \dfrac{1}{3} + 1 = 0$.

4. Le projeté orthogonal du point D sur le plan (ABC) est le point d'intersection du plan (ABC) avec la droite passant par D orthogonalement au plan (ABC), c'est-à-dire la droite Δ. Il s'agit donc de montrer que H appartient au plan (ABC) et à la droite Δ.
    - On a $2 \times \left(-\dfrac{2}{3}\right) - \dfrac{4}{3} + \dfrac{5}{3} + 1 = -\dfrac{4}{3} + \dfrac{1}{3} + 1 = 0$. Les coordonnées de H vérifient l'équation du plan (ABC)

4. Le projeté orthogonal du point D sur le plan (ABC) est le point d'intersection du plan (ABC) avec la droite passant par D orthogonalement au plan (ABC), c'est-à-dire la droite Δ. Il s'agit donc de montrer que H appartient au plan (ABC) et à la droite Δ.
   - On a $2 \times \left(-\dfrac{2}{3}\right) - \dfrac{4}{3} + \dfrac{5}{3} + 1 = -\dfrac{4}{3} + \dfrac{1}{3} + 1 = 0$. Les coordonnées de H vérifient l'équation du plan (ABC) donc H appartient à ce plan.

4. Le projeté orthogonal du point D sur le plan (ABC) est le point d'intersection du plan (ABC) avec la droite passant par D orthogonalement au plan (ABC), c'est-à-dire la droite Δ. Il s'agit donc de montrer que H appartient au plan (ABC) et à la droite Δ.
   - On a $2 \times \left(-\dfrac{2}{3}\right) - \dfrac{4}{3} + \dfrac{5}{3} + 1 = -\dfrac{4}{3} + \dfrac{1}{3} + 1 = 0$. Les coordonnées de H vérifient l'équation du plan (ABC) donc H appartient à ce plan.
   - Le point H est le point de paramètre $t = \dfrac{2}{3}$

4. Le projeté orthogonal du point D sur le plan (ABC) est le point d'intersection du plan (ABC) avec la droite passant par D orthogonalement au plan (ABC), c'est-à-dire la droite Δ. Il s'agit donc de montrer que H appartient au plan (ABC) et à la droite Δ.
    - On a $2 \times \left(-\dfrac{2}{3}\right) - \dfrac{4}{3} + \dfrac{5}{3} + 1 = -\dfrac{4}{3} + \dfrac{1}{3} + 1 = 0$. Les coordonnées de H vérifient l'équation du plan (ABC) donc H appartient à ce plan.
    - Le point H est le point de paramètre $t = \dfrac{2}{3}$ dans la représentation paramétrique précédente de Δ.

4. Le projeté orthogonal du point D sur le plan (ABC) est le point d'intersection du plan (ABC) avec la droite passant par D orthogonalement au plan (ABC), c'est-à-dire la droite Δ. Il s'agit donc de montrer que H appartient au plan (ABC) et à la droite Δ.
   - On a $2 \times \left(-\dfrac{2}{3}\right) - \dfrac{4}{3} + \dfrac{5}{3} + 1 = -\dfrac{4}{3} + \dfrac{1}{3} + 1 = 0$. Les coordonnées de H vérifient l'équation du plan (ABC) donc H appartient à ce plan.
   - Le point H est le point de paramètre $t = \dfrac{2}{3}$ dans la représentation paramétrique précédente de Δ. Le point H appartient donc à la droite Δ.

4. Le projeté orthogonal du point D sur le plan (ABC) est le point d'intersection du plan (ABC) avec la droite passant par D orthogonalement au plan (ABC), c'est-à-dire la droite Δ. Il s'agit donc de montrer que H appartient au plan (ABC) et à la droite Δ.
   - On a $2 \times \left(-\dfrac{2}{3}\right) - \dfrac{4}{3} + \dfrac{5}{3} + 1 = -\dfrac{4}{3} + \dfrac{1}{3} + 1 = 0$. Les coordonnées de H vérifient l'équation du plan (ABC) donc H appartient à ce plan.
   - Le point H est le point de paramètre $t = \dfrac{2}{3}$ dans la représentation paramétrique précédente de Δ. Le point H appartient donc à la droite Δ.

   Le point H appartient donc au plan (ABC) et à la droite Δ.

4. Le projeté orthogonal du point D sur le plan (ABC) est le point d'intersection du plan (ABC) avec la droite passant par D orthogonalement au plan (ABC), c'est-à-dire la droite Δ. Il s'agit donc de montrer que H appartient au plan (ABC) et à la droite Δ.
   - On a $2 \times \left(-\dfrac{2}{3}\right) - \dfrac{4}{3} + \dfrac{5}{3} + 1 = -\dfrac{4}{3} + \dfrac{1}{3} + 1 = 0$. Les coordonnées de H vérifient l'équation du plan (ABC) donc H appartient à ce plan.
   - Le point H est le point de paramètre $t = \dfrac{2}{3}$ dans la représentation paramétrique précédente de Δ. Le point H appartient donc à la droite Δ.

   Le point H appartient donc au plan (ABC) et à la droite Δ. On en déduit que :

$$\boxed{H \text{ est le projeté orthogonal du point } D \text{ sur le plan } (ABC)}$$

5. (a) On a :

$$DH =$$

5. (a) On a :

$$DH = \sqrt{\left(-\frac{2}{3} - (-2)\right)^2 + \left(\frac{4}{3} - 2\right)^2 + \left(\frac{5}{3} - 1\right)^2}$$

5. (a) On a :

$$\begin{aligned} DH &= \sqrt{\left(-\frac{2}{3}-(-2)\right)^2+\left(\frac{4}{3}-2\right)^2+\left(\frac{5}{3}-1\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^2+\left(-\frac{2}{3}\right)^2+\left(\frac{2}{3}\right)^2} \end{aligned}$$

5. (a) On a :

$$\begin{aligned}
DH &= \sqrt{\left(-\frac{2}{3}-(-2)\right)^2+\left(\frac{4}{3}-2\right)^2+\left(\frac{5}{3}-1\right)^2}\\
&= \sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^2+\left(-\frac{2}{3}\right)^2+\left(\frac{2}{3}\right)^2}\\
&= \sqrt{\frac{16}{9}+\frac{4}{9}+\frac{4}{9}}
\end{aligned}$$

5. (a) On a :

$$\begin{aligned}
DH &= \sqrt{\left(-\frac{2}{3}-(-2)\right)^2+\left(\frac{4}{3}-2\right)^2+\left(\frac{5}{3}-1\right)^2}\\
&= \sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^2+\left(-\frac{2}{3}\right)^2+\left(\frac{2}{3}\right)^2}\\
&= \sqrt{\frac{16}{9}+\frac{4}{9}+\frac{4}{9}}\\
&= \sqrt{\frac{24}{9}}
\end{aligned}$$

5. (a) On a :

$$\begin{aligned} DH &= \sqrt{\left(-\frac{2}{3}-(-2)\right)^2 + \left(\frac{4}{3}-2\right)^2 + \left(\frac{5}{3}-1\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^2 + \left(-\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{16}{9}+\frac{4}{9}+\frac{4}{9}} \\ &= \sqrt{\frac{24}{9}} \\ &= \frac{\sqrt{24}}{3} \end{aligned}$$

5. (a) On a :

$$\begin{aligned} DH &= \sqrt{\left(-\frac{2}{3}-(-2)\right)^2+\left(\frac{4}{3}-2\right)^2+\left(\frac{5}{3}-1\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^2+\left(-\frac{2}{3}\right)^2+\left(\frac{2}{3}\right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{16}{9}+\frac{4}{9}+\frac{4}{9}} \\ &= \sqrt{\frac{24}{9}} \\ &= \frac{\sqrt{24}}{3} \\ &= \frac{2\sqrt{6}}{3} \end{aligned}$$

5. (a) On a :

$$\begin{aligned} DH &= \sqrt{\left(-\frac{2}{3}-(-2)\right)^2+\left(\frac{4}{3}-2\right)^2+\left(\frac{5}{3}-1\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^2+\left(-\frac{2}{3}\right)^2+\left(\frac{2}{3}\right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{16}{9}+\frac{4}{9}+\frac{4}{9}} \\ &= \sqrt{\frac{24}{9}} \\ &= \frac{\sqrt{24}}{3} \\ &= \frac{2\sqrt{6}}{3} \end{aligned}$$

Soit :

$$\boxed{DH = \frac{2\sqrt{6}}{3}}$$

5. (b) Dans le tétraèdre $ABCD$, DH est la hauteur relative à la face ABC.

5. (b) Dans le tétraèdre $ABCD$, DH est la hauteur relative à la face ABC. Déterminons l'aire $\mathscr{A}_{ABC}$ du triangle ABC, rectangle en A.

5. (b) Dans le tétraèdre $ABCD$, DH est la hauteur relative à la face ABC. Déterminons l'aire $\mathscr{A}_{ABC}$ du triangle ABC, rectangle en A.
On a $AB = \sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 5^2} = \sqrt{30}$

5. (b) Dans le tétraèdre $ABCD$, DH est la hauteur relative à la face ABC. Déterminons l'aire $\mathscr{A}_{ABC}$ du triangle ABC, rectangle en A.
On a $AB = \sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 5^2} = \sqrt{30}$ et
$AC = \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2 + 0^2} = \sqrt{5}$.

5. (b) Dans le tétraèdre $ABCD$, DH est la hauteur relative à la face ABC. Déterminons l'aire $\mathscr{A}_{ABC}$ du triangle ABC, rectangle en A.
On a $AB = \sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 5^2} = \sqrt{30}$ et
$AC = \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2 + 0^2} = \sqrt{5}$. On a alors :

$$\mathscr{A}_{ABC} = \frac{AB \times AC}{2} =$$

5. (b) Dans le tétraèdre $ABCD$, DH est la hauteur relative à la face ABC. Déterminons l'aire $\mathscr{A}_{ABC}$ du triangle ABC, rectangle en A.
On a $AB = \sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 5^2} = \sqrt{30}$ et
$AC = \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2 + 0^2} = \sqrt{5}$. On a alors :

$$\mathscr{A}_{ABC} = \frac{AB \times AC}{2} = \frac{\sqrt{30} \times \sqrt{5}}{2}$$

5. (b) Dans le tétraèdre $ABCD$, DH est la hauteur relative à la face ABC. Déterminons l'aire $\mathscr{A}_{ABC}$ du triangle ABC, rectangle en A.
On a $AB = \sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 5^2} = \sqrt{30}$ et
$AC = \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2 + 0^2} = \sqrt{5}$. On a alors :

$$\mathscr{A}_{ABC} = \frac{AB \times AC}{2} = \frac{\sqrt{30} \times \sqrt{5}}{2} = \frac{5\sqrt{6}}{2}$$

5. (b) Dans le tétraèdre $ABCD$, DH est la hauteur relative à la face ABC. Déterminons l'aire $\mathscr{A}_{ABC}$ du triangle ABC, rectangle en A.
On a $AB = \sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 5^2} = \sqrt{30}$ et
$AC = \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2 + 0^2} = \sqrt{5}$. On a alors :

$$\mathscr{A}_{ABC} = \frac{AB \times AC}{2} = \frac{\sqrt{30} \times \sqrt{5}}{2} = \frac{5\sqrt{6}}{2}$$

Le volume du tétraèdre $ABCD$ est alors :

5. (b) Dans le tétraèdre $ABCD$, DH est la hauteur relative à la face ABC. Déterminons l'aire $\mathscr{A}_{ABC}$ du triangle ABC, rectangle en A.
On a $AB = \sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 5^2} = \sqrt{30}$ et
$AC = \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2 + 0^2} = \sqrt{5}$. On a alors :

$$\mathscr{A}_{ABC} = \frac{AB \times AC}{2} = \frac{\sqrt{30} \times \sqrt{5}}{2} = \frac{5\sqrt{6}}{2}$$

Le volume du tétraèdre $ABCD$ est alors :

$$\mathscr{V}_{ABCD} =$$

5. (b) Dans le tétraèdre $ABCD$, DH est la hauteur relative à la face ABC. Déterminons l'aire $\mathscr{A}_{ABC}$ du triangle ABC, rectangle en A.
On a $AB = \sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 5^2} = \sqrt{30}$ et
$AC = \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2 + 0^2} = \sqrt{5}$. On a alors :

$$\mathscr{A}_{ABC} = \frac{AB \times AC}{2} = \frac{\sqrt{30} \times \sqrt{5}}{2} = \frac{5\sqrt{6}}{2}$$

Le volume du tétraèdre $ABCD$ est alors :

$$\mathscr{V}_{ABCD} = \frac{1}{3} \times \mathscr{A}_{ABC} \times DH$$

5. (b) Dans le tétraèdre $ABCD$, DH est la hauteur relative à la face ABC. Déterminons l'aire $\mathscr{A}_{ABC}$ du triangle ABC, rectangle en A. On a $AB = \sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 5^2} = \sqrt{30}$ et $AC = \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2 + 0^2} = \sqrt{5}$. On a alors :

$$\mathscr{A}_{ABC} = \frac{AB \times AC}{2} = \frac{\sqrt{30} \times \sqrt{5}}{2} = \frac{5\sqrt{6}}{2}$$

Le volume du tétraèdre $ABCD$ est alors :

$$\begin{aligned} \mathscr{V}_{ABCD} &= \frac{1}{3} \times \mathscr{A}_{ABC} \times DH \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{5\sqrt{6}}{2} \times \frac{2\sqrt{6}}{3} \end{aligned}$$

5. (b) Dans le tétraèdre $ABCD$, DH est la hauteur relative à la face ABC. Déterminons l'aire $\mathscr{A}_{ABC}$ du triangle ABC, rectangle en A.
On a $AB = \sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 5^2} = \sqrt{30}$ et
$AC = \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2 + 0^2} = \sqrt{5}$. On a alors :

$$\mathscr{A}_{ABC} = \frac{AB \times AC}{2} = \frac{\sqrt{30} \times \sqrt{5}}{2} = \frac{5\sqrt{6}}{2}$$

Le volume du tétraèdre $ABCD$ est alors :

$$\begin{aligned}\mathscr{V}_{ABCD} &= \frac{1}{3} \times \mathscr{A}_{ABC} \times DH \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{5\sqrt{6}}{2} \times \frac{2\sqrt{6}}{3} \\ &= \frac{10}{3}\end{aligned}$$

5. (b) Dans le tétraèdre $ABCD$, DH est la hauteur relative à la face ABC. Déterminons l'aire $\mathscr{A}_{ABC}$ du triangle ABC, rectangle en A. On a $AB = \sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 5^2} = \sqrt{30}$ et $AC = \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2 + 0^2} = \sqrt{5}$. On a alors :

$$\mathscr{A}_{ABC} = \frac{AB \times AC}{2} = \frac{\sqrt{30} \times \sqrt{5}}{2} = \frac{5\sqrt{6}}{2}$$

Le volume du tétraèdre $ABCD$ est alors :

$$\begin{aligned}\mathscr{V}_{ABCD} &= \frac{1}{3} \times \mathscr{A}_{ABC} \times DH \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{5\sqrt{6}}{2} \times \frac{2\sqrt{6}}{3} \\ &= \frac{10}{3}\end{aligned}$$

Soit :

$$\boxed{\mathscr{V}_{ABCD} = \frac{10}{3}}$$

6. D'après sa représentation paramétrique, la droite d est dirigée par le vecteur $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}-2\\-3\\1\end{pmatrix}$.

6. D'après sa représentation paramétrique, la droite d est dirigée par le vecteur $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}-2\\-3\\1\end{pmatrix}$. On a :

$$\overrightarrow{u}.\overrightarrow{v} =$$

6. D'après sa représentation paramétrique, la droite d est dirigée par le vecteur $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}-2\\-3\\1\end{pmatrix}$. On a :

$$\overrightarrow{u}.\overrightarrow{v} = 2 \times (-2) + (-1) \times (-3) + 1 \times 1$$

6. D'après sa représentation paramétrique, la droite d est dirigée par le vecteur $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}-2\\-3\\1\end{pmatrix}$. On a :

$$\overrightarrow{u}.\overrightarrow{v} = 2 \times (-2) + (-1) \times (-3) + 1 \times 1 = -4 + 3 + 1$$

6. D'après sa représentation paramétrique, la droite d est dirigée par le vecteur $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}-2\\-3\\1\end{pmatrix}$. On a :

$$\overrightarrow{u}.\overrightarrow{v} = 2 \times (-2) + (-1) \times (-3) + 1 \times 1 = -4 + 3 + 1 = 0$$

6. D'après sa représentation paramétrique, la droite d est dirigée par le vecteur $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}-2\\-3\\1\end{pmatrix}$. On a :

$$\overrightarrow{u}.\overrightarrow{v} = 2 \times (-2) + (-1) \times (-3) + 1 \times 1 = -4 + 3 + 1 = 0$$

Les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{u}$ sont orthogonaux donc :

6. D'après sa représentation paramétrique, la droite d est dirigée par le vecteur $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}-2\\-3\\1\end{pmatrix}$. On a :

$$\overrightarrow{u}.\overrightarrow{v} = 2 \times (-2) + (-1) \times (-3) + 1 \times 1 = -4 + 3 + 1 = 0$$

Les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{u}$ sont orthogonaux donc :

$$\boxed{\text{La droite } d \text{ et le plan } (ABC) \text{ sont parallèles}}$$

6. D'après sa représentation paramétrique, la droite d est dirigée par le vecteur $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}-2\\-3\\1\end{pmatrix}$. On a :

$$\overrightarrow{u}.\overrightarrow{v} = 2 \times (-2) + (-1) \times (-3) + 1 \times 1 = -4 + 3 + 1 = 0$$

Les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{u}$ sont orthogonaux donc :

$$\boxed{\text{La droite } d \text{ et le plan } (ABC) \text{ sont parallèles}}$$

De plus, le point de coordonnées $(1\,;\,0\,;\,1)$ appartient à la droite d mais pas au plan (ABC)

6. D'après sa représentation paramétrique, la droite d est dirigée par le vecteur $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}-2\\-3\\1\end{pmatrix}$. On a :

$$\overrightarrow{u}.\overrightarrow{v} = 2 \times (-2) + (-1) \times (-3) + 1 \times 1 = -4 + 3 + 1 = 0$$

Les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{u}$ sont orthogonaux donc :

$$\boxed{\text{La droite } d \text{ et le plan } (ABC) \text{ sont parallèles}}$$

De plus, le point de coordonnées $(1\,;\,0\,;\,1)$ appartient à la droite d mais pas au plan (ABC) donc la droite d est strictement parallèle au plan (ABC), c'est-à-dire qu'elle n'est pas incluse dedans.

Exercice 4

1. **Affirmation n° 1 : Faux**

Exercice 4

1. **Affirmation n° 1 : Faux**
   L'ensemble E contient 7 éléments, le nombre de 3-uplets d'éléments distincts de E est donc :

1. **Affirmation n° 1 : Faux**
   L'ensemble E contient 7 éléments, le nombre de 3-uplets d'éléments distincts de E est donc :

$$\frac{7!}{(7-3)!} =$$

Exercice 4

1. **Affirmation n° 1 : Faux**
   L'ensemble E contient 7 éléments, le nombre de 3-uplets d'éléments distincts de E est donc :

$$\frac{7!}{(7-3)!} = \frac{7!}{4!}$$

1. **Affirmation n° 1 : Faux**
   L'ensemble E contient 7 éléments, le nombre de 3-uplets d'éléments distincts de E est donc :

$$\frac{7!}{(7-3)!} = \frac{7!}{4!} = 7 \times 6 \times 5$$

Exercice 4

1. **Affirmation n° 1 : Faux**
   L'ensemble E contient 7 éléments, le nombre de 3-uplets d'éléments distincts de E est donc :

$$\frac{7!}{(7-3)!} = \frac{7!}{4!} = 7 \times 6 \times 5 = 210$$

1. **Affirmation n° 1 : Faux**
   L'ensemble E contient 7 éléments, le nombre de 3-uplets d'éléments distincts de E est donc :

$$\frac{7!}{(7-3)!} = \frac{7!}{4!} = 7 \times 6 \times 5 = 210$$

   L'ensemble F contient 10 éléments, le nombre de combinaisons de F à 4 éléments est donc :

Exercice 4

1. **Affirmation n° 1 : Faux**
   L'ensemble E contient 7 éléments, le nombre de 3-uplets d'éléments distincts de E est donc :

$$\frac{7!}{(7-3)!} = \frac{7!}{4!} = 7 \times 6 \times 5 = 210$$

   L'ensemble F contient 10 éléments, le nombre de combinaisons de F à 4 éléments est donc :

$$\binom{10}{4} =$$

1. **Affirmation n° 1 : Faux**
   L'ensemble E contient 7 éléments, le nombre de 3-uplets d'éléments distincts de E est donc :

$$\frac{7!}{(7-3)!} = \frac{7!}{4!} = 7 \times 6 \times 5 = 210$$

L'ensemble F contient 10 éléments, le nombre de combinaisons de F à 4 éléments est donc :

$$\binom{10}{4} = \frac{10!}{4!(10-4)!}$$

1. **Affirmation n° 1 : Faux**
   L'ensemble E contient 7 éléments, le nombre de 3-uplets d'éléments distincts de E est donc :
   $$\frac{7!}{(7-3)!} = \frac{7!}{4!} = 7 \times 6 \times 5 = 210$$
   L'ensemble F contient 10 éléments, le nombre de combinaisons de F à 4 éléments est donc :
   $$\binom{10}{4} = \frac{10!}{4!(10-4)!} = \frac{10!}{4! \times 6!}$$

1. **Affirmation n° 1 : Faux**
   L'ensemble E contient 7 éléments, le nombre de 3-uplets d'éléments distincts de E est donc :

$$\frac{7!}{(7-3)!} = \frac{7!}{4!} = 7 \times 6 \times 5 = 210$$

L'ensemble F contient 10 éléments, le nombre de combinaisons de F à 4 éléments est donc :

$$\binom{10}{4} = \frac{10!}{4!(10-4)!} = \frac{10!}{4! \times 6!} = 210$$

Exercice 4

1. **Affirmation n° 1 : Faux**
   L'ensemble E contient 7 éléments, le nombre de 3-uplets d'éléments distincts de E est donc :

$$\frac{7!}{(7-3)!} = \frac{7!}{4!} = 7 \times 6 \times 5 = 210$$

   L'ensemble F contient 10 éléments, le nombre de combinaisons de F à 4 éléments est donc :

$$\binom{10}{4} = \frac{10!}{4!(10-4)!} = \frac{10!}{4! \times 6!} = 210$$

   Il y a donc autant de 3-uplets d'éléments distincts de E que de combinaisons à 4 éléments de F

Exercice 4

1. **Affirmation n° 1 : Faux**
   L'ensemble E contient 7 éléments, le nombre de 3-uplets d'éléments distincts de E est donc :

$$\frac{7!}{(7-3)!} = \frac{7!}{4!} = 7 \times 6 \times 5 = 210$$

   L'ensemble F contient 10 éléments, le nombre de combinaisons de F à 4 éléments est donc :

$$\binom{10}{4} = \frac{10!}{4!(10-4)!} = \frac{10!}{4! \times 6!} = 210$$

   Il y a donc autant de 3-uplets d'éléments distincts de E que de combinaisons à 4 éléments de F et donc pas davantage (en considérant que « davantage » signifie « strictement supérieur »).

2. **Affirmation n° 2 : Vrai**

2. **Affirmation n° 2 : Vrai**
   L'aire de la zone hachurée est :

2. **Affirmation n° 2 : Vrai**
   L'aire de la zone hachurée est :

$$\int_0^3 x^2 \, \mathrm{d}x =$$

2. **Affirmation n° 2 : Vrai**
   L'aire de la zone hachurée est :

$$\int_0^3 x^2 \, \mathrm{d}x = \left[\frac{1}{3}x^3\right]_0^3$$

2. **Affirmation n° 2 : Vrai**

   L'aire de la zone hachurée est :

$$\int_0^3 x^2\,\mathrm{d}x = \left[\frac{1}{3}x^3\right]_0^3 = \frac{1}{3}\times 3^3$$

2. **Affirmation n° 2 : Vrai**

   L'aire de la zone hachurée est :

$$\int_0^3 x^2 \, \mathrm{d}x = \left[\frac{1}{3}x^3\right]_0^3 = \frac{1}{3} \times 3^3 = 9$$

2. **Affirmation n° 2 : Vrai**

L'aire de la zone hachurée est :

$$\int_0^3 x^2 \, \mathrm{d}x = \left[\frac{1}{3}x^3\right]_0^3 = \frac{1}{3} \times 3^3 = 9$$

L'aire du carré de côté 3 est égale à :

2. **Affirmation n° 2 : Vrai**
L'aire de la zone hachurée est :

$$\int_0^3 x^2 \, \mathrm{d}x = \left[\frac{1}{3}x^3\right]_0^3 = \frac{1}{3} \times 3^3 = 9$$

L'aire du carré de côté 3 est égale à :

$$3^2 = 9$$

2. **Affirmation n° 2 : Vrai**

L'aire de la zone hachurée est :

$$\int_0^3 x^2\,\mathrm{d}x = \left[\frac{1}{3}x^3\right]_0^3 = \frac{1}{3} \times 3^3 = 9$$

L'aire du carré de côté 3 est égale à :

$$3^2 = 9$$

Les deux domaines ont donc la même aire.

3. **Affirmation n° 3 : Faux**

3. **Affirmation n° 3 : Faux**

   Pour tout $x \in [1\,;\,2]$, on pose :

$$\begin{cases} u(x) = \ln(x) \\ v'(x) = x \end{cases}$$

3. **Affirmation n° 3 : Faux**

Pour tout $x \in [1\,;\,2]$, on pose :

$$\begin{cases} u(x) = \ln(x) \\ v'(x) = x \end{cases} \qquad \text{et} \qquad \begin{cases} u'(x) = \dfrac{1}{x} \\ v(x) = \dfrac{1}{2}x^2 \end{cases}$$

3. **Affirmation n° 3 : Faux**

Pour tout $x \in [1\,;\,2]$, on pose :

$$\begin{cases} u(x) = \ln(x) \\ v'(x) = x \end{cases} \qquad \text{et} \qquad \begin{cases} u'(x) = \dfrac{1}{x} \\ v(x) = \dfrac{1}{2}x^2 \end{cases}$$

On a alors, par intégration par parties :

3. **Affirmation n° 3 : Faux**

Pour tout $x \in [1\,;\,2]$, on pose :

$$\begin{cases} u(x) = \ln(x) \\ v'(x) = x \end{cases} \qquad \text{et} \qquad \begin{cases} u'(x) = \dfrac{1}{x} \\ v(x) = \dfrac{1}{2}x^2 \end{cases}$$

On a alors, par intégration par parties :

$$\int_1^2 x\ln(x)\,\mathrm{d}x =$$

3. **Affirmation n° 3 : Faux**

Pour tout $x \in [1\,;\,2]$, on pose :

$$\begin{cases} u(x) = \ln(x) \\ v'(x) = x \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = \dfrac{1}{x} \\ v(x) = \dfrac{1}{2}x^2 \end{cases}$$

On a alors, par intégration par parties :

$$\int_1^2 x \ln(x)\,\mathrm{d}x = \left[\frac{1}{2}x^2 \ln(x)\right]_1^2 - \int_1^2 \frac{1}{x} \times \frac{1}{2}x^2\,\mathrm{d}x$$

3. **Affirmation n° 3 : Faux**

Pour tout $x \in [1\,;\,2]$, on pose :

$$\begin{cases} u(x) = \ln(x) \\ v'(x) = x \end{cases} \qquad \text{et} \qquad \begin{cases} u'(x) = \dfrac{1}{x} \\ v(x) = \dfrac{1}{2}x^2 \end{cases}$$

On a alors, par intégration par parties :

$$\begin{aligned} \int_1^2 x\ln(x)\,\mathrm{d}x &= \left[\frac{1}{2}x^2\ln(x)\right]_1^2 - \int_1^2 \frac{1}{x} \times \frac{1}{2}x^2\,\mathrm{d}x \\ &= 2\ln(2) - \int_1^2 \frac{1}{2}x\,\mathrm{d}x \end{aligned}$$

3. **Affirmation n° 3 : Faux**

Pour tout $x \in [1\,;\,2]$, on pose :

$$\begin{cases} u(x) = \ln(x) \\ v'(x) = x \end{cases} \qquad \text{et} \qquad \begin{cases} u'(x) = \dfrac{1}{x} \\ v(x) = \dfrac{1}{2}x^2 \end{cases}$$

On a alors, par intégration par parties :

$$\begin{aligned} \int_1^2 x\ln(x)\,\mathrm{d}x &= \left[\frac{1}{2}x^2\ln(x)\right]_1^2 - \int_1^2 \frac{1}{x} \times \frac{1}{2}x^2\,\mathrm{d}x \\ &= 2\ln(2) - \int_1^2 \frac{1}{2}x\,\mathrm{d}x \\ &= 2\ln(2) - \left[\frac{1}{4}x^2\right]_1^2 \end{aligned}$$

3. **Affirmation n° 3 : Faux**

Pour tout $x \in [1\,;\,2]$, on pose :

$$\begin{cases} u(x) = \ln(x) \\ v'(x) = x \end{cases} \qquad \text{et} \qquad \begin{cases} u'(x) = \dfrac{1}{x} \\ v(x) = \dfrac{1}{2}x^2 \end{cases}$$

On a alors, par intégration par parties :

$$\begin{aligned} \int_1^2 x\ln(x)\,\mathrm{d}x &= \left[\frac{1}{2}x^2\ln(x)\right]_1^2 - \int_1^2 \frac{1}{x} \times \frac{1}{2}x^2\,\mathrm{d}x \\ &= 2\ln(2) - \int_1^2 \frac{1}{2}x\,\mathrm{d}x \\ &= 2\ln(2) - \left[\frac{1}{4}x^2\right]_1^2 \\ &= 2\ln(2) - 1 + \frac{1}{4} \end{aligned}$$

3. **Affirmation n° 3 : Faux**

Pour tout $x \in [1\,;\,2]$, on pose :

$$\begin{cases} u(x) = \ln(x) \\ v'(x) = x \end{cases} \qquad \text{et} \qquad \begin{cases} u'(x) = \dfrac{1}{x} \\ v(x) = \dfrac{1}{2}x^2 \end{cases}$$

On a alors, par intégration par parties :

$$\begin{aligned} \int_1^2 x\ln(x)\,\mathrm{d}x &= \left[\frac{1}{2}x^2\ln(x)\right]_1^2 - \int_1^2 \frac{1}{x} \times \frac{1}{2}x^2\,\mathrm{d}x \\ &= 2\ln(2) - \int_1^2 \frac{1}{2}x\,\mathrm{d}x \\ &= 2\ln(2) - \left[\frac{1}{4}x^2\right]_1^2 \\ &= 2\ln(2) - 1 + \frac{1}{4} \\ &= 2\ln(2) - \frac{3}{4} \end{aligned}$$

3. **Affirmation n° 3 : Faux**

Pour tout $x \in [1\,;\,2]$, on pose :

$$\begin{cases} u(x) = \ln(x) \\ v'(x) = x \end{cases} \qquad \text{et} \qquad \begin{cases} u'(x) = \dfrac{1}{x} \\ v(x) = \dfrac{1}{2}x^2 \end{cases}$$

On a alors, par intégration par parties :

$$\begin{aligned} \int_1^2 x\ln(x)\,\mathrm{d}x &= \left[\frac{1}{2}x^2\ln(x)\right]_1^2 - \int_1^2 \frac{1}{x} \times \frac{1}{2}x^2\,\mathrm{d}x \\ &= 2\ln(2) - \int_1^2 \frac{1}{2}x\,\mathrm{d}x \\ &= 2\ln(2) - \left[\frac{1}{4}x^2\right]_1^2 \\ &= 2\ln(2) - 1 + \frac{1}{4} \\ &= 2\ln(2) - \frac{3}{4} \\ &\approx 0,636294 \end{aligned}$$

3. **Affirmation n° 3 : Faux**

Pour tout $x \in [1\,;\,2]$, on pose :

$$\begin{cases} u(x) = \ln(x) \\ v'(x) = x \end{cases} \qquad \text{et} \qquad \begin{cases} u'(x) = \dfrac{1}{x} \\ v(x) = \dfrac{1}{2}x^2 \end{cases}$$

On a alors, par intégration par parties :

$$\begin{aligned} \int_1^2 x\ln(x)\,\mathrm{d}x &= \left[\frac{1}{2}x^2\ln(x)\right]_1^2 - \int_1^2 \frac{1}{x} \times \frac{1}{2}x^2\,\mathrm{d}x \\ &= 2\ln(2) - \int_1^2 \frac{1}{2}x\,\mathrm{d}x \\ &= 2\ln(2) - \left[\frac{1}{4}x^2\right]_1^2 \\ &= 2\ln(2) - 1 + \frac{1}{4} \\ &= 2\ln(2) - \frac{3}{4} \\ &\approx 0,636294 \end{aligned}$$

Or $\dfrac{7}{11} \approx 0,636364$ donc $J \neq \dfrac{7}{11}$.

4. **Affirmation n° 4 : Vrai**

4. **Affirmation n° 4 : Vrai**
   - D'une part, la fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et, pour tout $x \in \mathbb{R}$:

4. **Affirmation n° 4 : Vrai**
   - D'une part, la fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et, pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$f'(x) = \mathrm{e}^{x} + 2\mathrm{e}^{2x}$$

4. **Affirmation n° 4 : Vrai**

- D'une part, la fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et, pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$f'(x) = \mathrm{e}^{x} + 2\mathrm{e}^{2x}$$

- D'autre part, pour tout $x \in \mathbb{R}$:

4. **Affirmation n° 4 : Vrai**

- D'une part, la fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et, pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$f'(x) = \mathrm{e}^{x} + 2\mathrm{e}^{2x}$$

- D'autre part, pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$2f(x) - \mathrm{e}^{x} =$$

4. **Affirmation n° 4 : Vrai**

- D'une part, la fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et, pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$f'(x) = \mathrm{e}^{x} + 2\mathrm{e}^{2x}$$

- D'autre part, pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$2f(x) - \mathrm{e}^{x} = 2(\mathrm{e}^{x} + \mathrm{e}^{2x}) - \mathrm{e}^{x}$$

4. **Affirmation n° 4 : Vrai**

- D'une part, la fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et, pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$f'(x) = \mathrm{e}^x + 2\mathrm{e}^{2x}$$

- D'autre part, pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$\begin{aligned} 2f(x) - \mathrm{e}^x &= 2(\mathrm{e}^x + \mathrm{e}^{2x}) - \mathrm{e}^x \\ &= 2\mathrm{e}^x + 2\mathrm{e}^{2x} - \mathrm{e}^x \end{aligned}$$

4. **Affirmation n° 4 : Vrai**

- D'une part, la fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et, pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$f'(x) = \mathrm{e}^{x} + 2\mathrm{e}^{2x}$$

- D'autre part, pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$\begin{aligned} 2f(x) - \mathrm{e}^{x} &= 2(\mathrm{e}^{x} + \mathrm{e}^{2x}) - \mathrm{e}^{x} \\ &= 2\mathrm{e}^{x} + 2\mathrm{e}^{2x} - \mathrm{e}^{x} \\ &= \mathrm{e}^{x} + 2\mathrm{e}^{2x} \end{aligned}$$

4. **Affirmation n° 4 : Vrai**

- D'une part, la fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et, pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$f'(x) = \mathrm{e}^x + 2\mathrm{e}^{2x}$$

- D'autre part, pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$\begin{aligned} 2f(x) - \mathrm{e}^x &= 2(\mathrm{e}^x + \mathrm{e}^{2x}) - \mathrm{e}^x \\ &= 2\mathrm{e}^x + 2\mathrm{e}^{2x} - \mathrm{e}^x \\ &= \mathrm{e}^x + 2\mathrm{e}^{2x} \end{aligned}$$

On a donc, pour tout $x \in \mathbb{R}$:

4. **Affirmation n° 4 : Vrai**

- D'une part, la fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et, pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$f'(x) = \mathrm{e}^x + 2\mathrm{e}^{2x}$$

- D'autre part, pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$\begin{aligned} 2f(x) - \mathrm{e}^x &= 2(\mathrm{e}^x + \mathrm{e}^{2x}) - \mathrm{e}^x \\ &= 2\mathrm{e}^x + 2\mathrm{e}^{2x} - \mathrm{e}^x \\ &= \mathrm{e}^x + 2\mathrm{e}^{2x} \end{aligned}$$

On a donc, pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$f'(x) = 2f(x) - \mathrm{e}^x$$

4. **Affirmation n° 4 : Vrai**
   - D'une part, la fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et, pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$f'(x) = e^x + 2e^{2x}$$

   - D'autre part, pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$\begin{aligned} 2f(x) - e^x &= 2(e^x + e^{2x}) - e^x \\ &= 2e^x + 2e^{2x} - e^x \\ &= e^x + 2e^{2x} \end{aligned}$$

On a donc, pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$f'(x) = 2f(x) - e^x$$

La fonction f est donc solution de l'équation diférentielle (E).

5. **Affirmation n° 5 : Vrai**

5. **Affirmation n° 5 : Vrai**
   Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$-1 \leqslant \cos(n) \leqslant 1$$

5. **Affirmation n° 5 : Vrai**

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$-1 \leqslant \cos(n) \leqslant 1$$

Donc :

$$(x-1)\mathrm{e}^{n} - 1 \leqslant \cos(n) \leqslant (x-1)\mathrm{e}^{n} + 1$$

5. **Affirmation n° 5 : Vrai**
Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$-1 \leqslant \cos(n) \leqslant 1$$

Donc :

$$(x-1)\mathrm{e}^n - 1 \leqslant \cos(n) \leqslant (x-1)\mathrm{e}^n + 1$$

Or comme $x < 1$,

5. **Affirmation n° 5 : Vrai**
   Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$-1 \leqslant \cos(n) \leqslant 1$$

   Donc :

$$(x-1)\mathrm{e}^n - 1 \leqslant \cos(n) \leqslant (x-1)\mathrm{e}^n + 1$$

   Or comme $x < 1$, $x - 1 < 0$

5. **Affirmation n° 5 : Vrai**

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$-1 \leqslant \cos(n) \leqslant 1$$

Donc :

$$(x-1)\mathrm{e}^n - 1 \leqslant \cos(n) \leqslant (x-1)\mathrm{e}^n + 1$$

Or comme $x < 1$, $x - 1 < 0$ et $\lim\limits_{n \to +\infty} \mathrm{e}^n = +\infty$

5. **Affirmation n° 5 : Vrai**

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$-1 \leqslant \cos(n) \leqslant 1$$

Donc :

$$(x-1)\mathrm{e}^n - 1 \leqslant \cos(n) \leqslant (x-1)\mathrm{e}^n + 1$$

Or comme $x < 1$, $x - 1 < 0$ et $\lim\limits_{n \to +\infty} \mathrm{e}^n = +\infty$ donc $\lim\limits_{n \to +\infty} ((x-1)\mathrm{e}^n + 1) = -\infty$.

5. **Affirmation n° 5 : Vrai**

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$-1 \leqslant \cos(n) \leqslant 1$$

Donc :

$$(x-1)\mathrm{e}^n - 1 \leqslant \cos(n) \leqslant (x-1)\mathrm{e}^n + 1$$

Or comme $x < 1$, $x - 1 < 0$ et $\lim\limits_{n \to +\infty} \mathrm{e}^n = +\infty$ donc $\lim\limits_{n \to +\infty} \left((x-1)\mathrm{e}^n + 1\right) = -\infty$. On en déduit, par comparaison, que $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = -\infty$.

5. **Affirmation n° 5 : Vrai**

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$-1 \leqslant \cos(n) \leqslant 1$$

Donc :

$$(x-1)\mathrm{e}^n - 1 \leqslant \cos(n) \leqslant (x-1)\mathrm{e}^n + 1$$

Or comme $x < 1$, $x - 1 < 0$ et $\lim\limits_{n \to +\infty} \mathrm{e}^n = +\infty$ donc $\lim\limits_{n \to +\infty} ((x-1)\mathrm{e}^n + 1) = -\infty$. On en déduit, par comparaison, que $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = -\infty$. La suite (u_n) diverge donc vers $-\infty$.

Tous les sujets corrigés avec sources $\LaTeX$:

http://specialite.mathematiques.free.fr/

Pour toute remarque :

fabien.vinsu@ac-besancon.fr