Corrigé de l'épreuve du baccalauréat de spécialité mathématiques

Polynésie
2 septembre 2025
(remplacement)

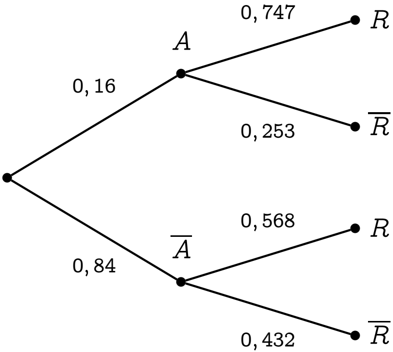
http://specialite.mathematiques.free.fr/
fabien.vinsu@ac-besancon.fr

Exercice 1 - Partie A

1. On peut modéliser la situtation à l'aide de l'arbre suivant :

Exercice 1 - Partie A

1. On peut modéliser la situtation à l'aide de l'arbre suivant :



2. (a) Les événements A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

2. (a) Les événements A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$P(R) =$$

2. (a) Les événements A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$P(R) = P(A) \times P_A(R) + P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(R)$$

2. (a) Les événements A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(R) &= P(A) \times P_A(R) + P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(R) \\ &= 0,16 \times 0,747 + 0,84 \times 0,568 \end{aligned}$$

2. (a) Les événements A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(R) &= P(A) \times P_A(R) + P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(R) \\ &= 0,16 \times 0,747 + 0,84 \times 0,568 \\ &= 0,11952 + 0,47712 \end{aligned}$$

2. (a) Les événements A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(R) &= P(A) \times P_A(R) + P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(R) \\ &= 0,16 \times 0,747 + 0,84 \times 0,568 \\ &= 0,11952 + 0,47712 \\ &= 0,59664 \end{aligned}$$

2. (a) Les événements A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(R) &= P(A) \times P_A(R) + P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(R) \\ &= 0,16 \times 0,747 + 0,84 \times 0,568 \\ &= 0,11952 + 0,47712 \\ &= 0,59664 \end{aligned}$$

La probabilité pour que le jeune ait eu le permis dès la première tentative est donc :

2. (a) Les événements A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(R) &= P(A) \times P_A(R) + P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(R) \\ &= 0,16 \times 0,747 + 0,84 \times 0,568 \\ &= 0,11952 + 0,47712 \\ &= 0,59664 \end{aligned}$$

La probabilité pour que le jeune ait eu le permis dès la première tentative est donc :

$$\boxed{P(R) = 0,59664}$$

2. (b) Cela signifie que :

2. (b) Cela signifie que :

$\boxed{\text{Environ 59,7 \% des jeunes réussissent le permis à la première tentative}}$

3. Il s'agit de calculer $P_R(A)$:

3. Il s'agit de calculer $P_R(A)$:

$$P_R(A) =$$

3. Il s'agit de calculer $P_R(A)$:

$$P_R(A) = \frac{P(A \cap R)}{P(R)}$$

3. Il s'agit de calculer $P_R(A)$:

$$\begin{aligned} P_R(A) &= \frac{P(A \cap R)}{P(R)} \\ &= \frac{P(A) \times P_A(R)}{P(R)} \end{aligned}$$

3. Il s'agit de calculer $P_R(A)$:

$$\begin{aligned} P_R(A) &= \frac{P(A \cap R)}{P(R)} \\ &= \frac{P(A) \times P_A(R)}{P(R)} \\ &= \frac{0,16 \times 0,747}{0,597} \end{aligned}$$

3. Il s'agit de calculer $P_R(A)$:

$$\begin{aligned}
P_R(A) &= \frac{P(A \cap R)}{P(R)} \\
&= \frac{P(A) \times P_A(R)}{P(R)} \\
&= \frac{0,16 \times 0,747}{0,597} \\
&\approx 0,200
\end{aligned}$$

3. Il s'agit de calculer $P_R(A)$:

$$\begin{aligned} P_R(A) &= \frac{P(A \cap R)}{P(R)} \\ &= \frac{P(A) \times P_A(R)}{P(R)} \\ &= \frac{0,16 \times 0,747}{0,597} \\ &\approx 0,200 \end{aligned}$$

Sachant que le jeune a eu son permis dès sa première tentative, la probabilité qu'il ait suivi la formation de conduite accompagnée est :

3. Il s'agit de calculer $P_R(A)$:

$$\begin{aligned} P_R(A) &= \frac{P(A \cap R)}{P(R)} \\ &= \frac{P(A) \times P_A(R)}{P(R)} \\ &= \frac{0,16 \times 0,747}{0,597} \\ &\approx 0,200 \end{aligned}$$

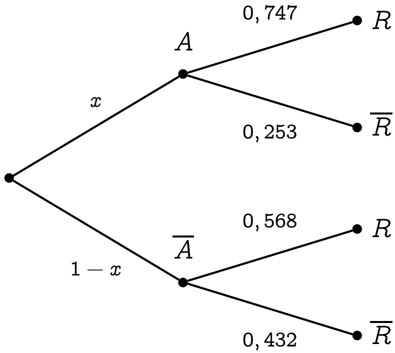
Sachant que le jeune a eu son permis dès sa première tentative, la probabilité qu'il ait suivi la formation de conduite accompagnée est :

$$\boxed{P_R(A) \approx 0,200}$$

4. Soit x la proportion de jeunes suivant la formation de conduite accompagnée.

4. Soit x la proportion de jeunes suivant la formation de conduite accompagnée. On peut modéliser cette nouvelle situation par l'arbre suivant :

4. Soit x la proportion de jeunes suivant la formation de conduite accompagnée. On peut modéliser cette nouvelle situation par l'arbre suivant :



Les événements A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

Les événements A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$P(R) =$$

Les événements A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$P(R) = P(A) \times P_A(R) + P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(R)$$

Les événements A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(R) &= P(A) \times P_A(R) + P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(R) \\ &= x \times 0,747 + (1-x) \times 0,568 \end{aligned}$$

Les événements A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(R) &= P(A) \times P_A(R) + P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(R) \\ &= x \times 0,747 + (1-x) \times 0,568 \\ &= 0,747x + 0,568 - 0,568x \end{aligned}$$

Les événements A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned}
P(R) &= P(A) \times P_A(R) + P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(R) \\
&= x \times 0,747 + (1 - x) \times 0,568 \\
&= 0,747x + 0,568 - 0,568x \\
&= 0,179x + 0,568
\end{aligned}$$

Les événements A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(R) &= P(A) \times P_A(R) + P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(R) \\ &= x \times 0,747 + (1 - x) \times 0,568 \\ &= 0,747x + 0,568 - 0,568x \\ &= 0,179x + 0,568 \end{aligned}$$

Il s'agit alors de déterminer les valeurs de x pour lesquelles $P(R) \geqslant 0,7$:

Les événements A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned}P(R) &= P(A) \times P_A(R) + P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(R)\\ &= x \times 0,747 + (1-x) \times 0,568\\ &= 0,747x + 0,568 - 0,568x\\ &= 0,179x + 0,568\end{aligned}$$

Il s'agit alors de déterminer les valeurs de x pour lesquelles $P(R) \geqslant 0,7$:

$$P(R) \geqslant 0,7 \iff$$

Les événements A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(R) &= P(A) \times P_A(R) + P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(R) \\ &= x \times 0,747 + (1-x) \times 0,568 \\ &= 0,747x + 0,568 - 0,568x \\ &= 0,179x + 0,568 \end{aligned}$$

Il s'agit alors de déterminer les valeurs de x pour lesquelles $P(R) \geqslant 0,7$:

$$P(R) \geqslant 0,7 \Longleftrightarrow 0,179x + 0,568 \geqslant 0,7$$

Les événements A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(R) &= P(A) \times P_A(R) + P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(R) \\ &= x \times 0,747 + (1-x) \times 0,568 \\ &= 0,747x + 0,568 - 0,568x \\ &= 0,179x + 0,568 \end{aligned}$$

Il s'agit alors de déterminer les valeurs de x pour lesquelles $P(R) \geqslant 0,7$:

$$\begin{aligned} P(R) \geqslant 0,7 &\iff 0,179x + 0,568 \geqslant 0,7 \\ &\iff 0,179x \geqslant 0,132 \end{aligned}$$

Les événements A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(R) &= P(A) \times P_A(R) + P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(R) \\ &= x \times 0,747 + (1 - x) \times 0,568 \\ &= 0,747x + 0,568 - 0,568x \\ &= 0,179x + 0,568 \end{aligned}$$

Il s'agit alors de déterminer les valeurs de x pour lesquelles $P(R) \geqslant 0,7$:

$$\begin{aligned} P(R) \geqslant 0,7 &\iff 0,179x + 0,568 \geqslant 0,7 \\ &\iff 0,179x \geqslant 0,132 \\ &\iff x \geqslant \frac{0,132}{0,179} \end{aligned}$$

Les événements A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(R) &= P(A) \times P_A(R) + P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(R) \\ &= x \times 0,747 + (1-x) \times 0,568 \\ &= 0,747x + 0,568 - 0,568x \\ &= 0,179x + 0,568 \end{aligned}$$

Il s'agit alors de déterminer les valeurs de x pour lesquelles $P(R) \geqslant 0,7$:

$$\begin{aligned} P(R) \geqslant 0,7 &\iff 0,179x + 0,568 \geqslant 0,7 \\ &\iff 0,179x \geqslant 0,132 \\ &\iff x \geqslant \frac{0,132}{0,179} \end{aligned}$$

Or $\dfrac{0,132}{0,179} \approx 0,737$

Les événements A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(R) &= P(A) \times P_A(R) + P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(R) \\ &= x \times 0,747 + (1-x) \times 0,568 \\ &= 0,747x + 0,568 - 0,568x \\ &= 0,179x + 0,568 \end{aligned}$$

Il s'agit alors de déterminer les valeurs de x pour lesquelles $P(R) \geqslant 0,7$:

$$\begin{aligned} P(R) \geqslant 0,7 &\iff 0,179x + 0,568 \geqslant 0,7 \\ &\iff 0,179x \geqslant 0,132 \\ &\iff x \geqslant \frac{0,132}{0,179} \end{aligned}$$

Or $\dfrac{0,132}{0,179} \approx 0,737$ donc si l'on veut que le taux de réussite global dès la première tentative à l'examen de conduite dépasse 70 %,

Les événements A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(R) &= P(A) \times P_A(R) + P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(R) \\ &= x \times 0,747 + (1-x) \times 0,568 \\ &= 0,747x + 0,568 - 0,568x \\ &= 0,179x + 0,568 \end{aligned}$$

Il s'agit alors de déterminer les valeurs de x pour lesquelles $P(R) \geqslant 0,7$:

$$\begin{aligned} P(R) \geqslant 0,7 &\iff 0,179x + 0,568 \geqslant 0,7 \\ &\iff 0,179x \geqslant 0,132 \\ &\iff x \geqslant \frac{0,132}{0,179} \end{aligned}$$

Or $\dfrac{0,132}{0,179} \approx 0,737$ donc si l'on veut que le taux de réussite global dès la première tentative à l'examen de conduite dépasse 70 %, la proportion de jeunes suivant la formation de conduite accompagnée devrait être supérieure à :

$$\boxed{73,7\ \%}$$

Partie B

Partie B

1. On répète 10 fois, de façon identique et indépendante, une épreuve de Bernoulli dont la probabilité de succès est égale à $0,747$.

Partie B

1. On répète 10 fois, de façon identique et indépendante, une épreuve de Bernoulli dont la probabilité de succès est égale à $0,747$. La variable aléatoire X compte le nombre de succès donc :

1. On répète 10 fois, de façon identique et indépendante, une épreuve de Bernoulli dont la probabilité de succès est égale à $0,747$. La variable aléatoire X compte le nombre de succès donc :

$$\boxed{X \text{ suit une loi binomiale de paramètres } n = 10 \text{ et } p = 0,747}$$

2. À l'aide de la calculatrice, on obtient que la probabilité pour qu'au moins 6 candidats parmi les 10 aient leur permis dès la première tentative est :

2. À l'aide de la calculatrice, on obtient que la probabilité pour qu'au moins 6 candidats parmi les 10 aient leur permis dès la première tentative est :

$$\boxed{P(X \geqslant 6) \approx 0,918}$$

3. La variable aléatoire X suit une loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0,727$.

3. La variable aléatoire X suit une loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0,727$. Son espérance est donc
$E(X) =$

3. La variable aléatoire X suit une loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0,727$. Son espérance est donc
$E(X) = n \times p$

3. La variable aléatoire X suit une loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0,727$. Son espérance est donc $E(X) = n \times p = 10 \times 0,747$

3. La variable aléatoire X suit une loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0,727$. Son espérance est donc
$E(X) = n \times p = 10 \times 0,747 = 7,47$

3. La variable aléatoire X suit une loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0,727$. Son espérance est donc $E(X) = n \times p = 10 \times 0,747 = 7,47$ et sa variance est $V(X) =$

3. La variable aléatoire X suit une loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0,727$. Son espérance est donc $E(X) = n \times p = 10 \times 0,747 = 7,47$ et sa variance est $V(X) = np(1 - p) = 10 \times 0,747 \times 0,253$

3. La variable aléatoire X suit une loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0,727$. Son espérance est donc $E(X) = n \times p = 10 \times 0,747 = 7,47$ et sa variance est $V(X) = np(1-p) = 10 \times 0,747 \times 0,253 = 1,88991$.

3. La variable aléatoire X suit une loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0,727$. Son espérance est donc $E(X) = n \times p = 10 \times 0,747 = 7,47$ et sa variance est $V(X) = np(1-p) = 10 \times 0,747 \times 0,253 = 1,88991$. Soit :

$$\boxed{E(X) = 7,47} \quad \text{et} \quad \boxed{V(X) = 1,88991}$$

4. (a) Le nombre total de candidats qui auront le permis dès la première tentative est égal à la somme de ceux qui ont suivi la conduite accompagnée et de ceux qui ne l'on pas suivie, soit :

4. (a) Le nombre total de candidats qui auront le permis dès la première tentative est égal à la somme de ceux qui ont suivi la conduite accompagnée et de ceux qui ne l'on pas suivie, soit :

$$\boxed{Z = X + Y}$$

4. (a) Le nombre total de candidats qui auront le permis dès la première tentative est égal à la somme de ceux qui ont suivi la conduite accompagnée et de ceux qui ne l'on pas suivie, soit :

$$\boxed{Z = X + Y}$$

On a alors, par linéarité de l'espérance,
$E(Z) =$

4. (a) Le nombre total de candidats qui auront le permis dès la première tentative est égal à la somme de ceux qui ont suivi la conduite accompagnée et de ceux qui ne l'on pas suivie, soit :

$$\boxed{Z = X + Y}$$

On a alors, par linéarité de l'espérance,
$E(Z) = E(X + Y)$

4. (a) Le nombre total de candidats qui auront le permis dès la première tentative est égal à la somme de ceux qui ont suivi la conduite accompagnée et de ceux qui ne l'on pas suivie, soit :

$$\boxed{Z = X + Y}$$

On a alors, par linéarité de l'espérance,
$E(Z) = E(X + Y) = E(X) + E(Y)$

4. (a) Le nombre total de candidats qui auront le permis dès la première tentative est égal à la somme de ceux qui ont suivi la conduite accompagnée et de ceux qui ne l'on pas suivie, soit :

$$\boxed{Z = X + Y}$$

On a alors, par linéarité de l'espérance,
$E(Z) = E(X+Y) = E(X) + E(Y) = 7,47 + 22,53$

4. (a) Le nombre total de candidats qui auront le permis dès la première tentative est égal à la somme de ceux qui ont suivi la conduite accompagnée et de ceux qui ne l'on pas suivie, soit :

$$\boxed{Z = X + Y}$$

On a alors, par linéarité de l'espérance,
$E(Z) = E(X+Y) = E(X) + E(Y) = 7,47 + 22,53 = 30$

4. (a) Le nombre total de candidats qui auront le permis dès la première tentative est égal à la somme de ceux qui ont suivi la conduite accompagnée et de ceux qui ne l'on pas suivie, soit :

$$\boxed{Z = X + Y}$$

On a alors, par linéarité de l'espérance,
$E(Z) = E(X + Y) = E(X) + E(Y) = 7,47 + 22,53 = 30$ et, par indépendance,
$V(Z) =$

4. (a) Le nombre total de candidats qui auront le permis dès la première tentative est égal à la somme de ceux qui ont suivi la conduite accompagnée et de ceux qui ne l'on pas suivie, soit :

$$\boxed{Z = X + Y}$$

On a alors, par linéarité de l'espérance,
$E(Z) = E(X + Y) = E(X) + E(Y) = 7,47 + 22,53 = 30$ et, par indépendance,
$V(Z) = V(X + Y)$

4. (a) Le nombre total de candidats qui auront le permis dès la première tentative est égal à la somme de ceux qui ont suivi la conduite accompagnée et de ceux qui ne l'on pas suivie, soit :

$$\boxed{Z = X + Y}$$

On a alors, par linéarité de l'espérance,
$E(Z) = E(X + Y) = E(X) + E(Y) = 7,47 + 22,53 = 30$ et, par indépendance,
$V(Z) = V(X + Y) = V(X) + V(Y)$

4. (a) Le nombre total de candidats qui auront le permis dès la première tentative est égal à la somme de ceux qui ont suivi la conduite accompagnée et de ceux qui ne l'on pas suivie, soit :

$$\boxed{Z = X + Y}$$

On a alors, par linéarité de l'espérance,
$E(Z) = E(X + Y) = E(X) + E(Y) = 7,47 + 22,53 = 30$ et, par indépendance,
$V(Z) = V(X + Y) = V(X) + V(Y) = 1,88991 + 9,81$

4. (a) Le nombre total de candidats qui auront le permis dès la première tentative est égal à la somme de ceux qui ont suivi la conduite accompagnée et de ceux qui ne l'on pas suivie, soit :

$$\boxed{Z = X + Y}$$

On a alors, par linéarité de l'espérance,
$E(Z) = E(X+Y) = E(X) + E(Y) = 7,47 + 22,53 = 30$ et, par indépendance,
$V(Z) = V(X+Y) = V(X) + V(Y) = 1,88991 + 9,81 = 11,69991.$

4. (a) Le nombre total de candidats qui auront le permis dès la première tentative est égal à la somme de ceux qui ont suivi la conduite accompagnée et de ceux qui ne l'on pas suivie, soit :

$$\boxed{Z = X + Y}$$

On a alors, par linéarité de l'espérance,
$E(Z) = E(X + Y) = E(X) + E(Y) = 7,47 + 22,53 = 30$ et, par indépendance,
$V(Z) = V(X+Y) = V(X)+V(Y) = 1,88991+9,81 = 11,69991$.
Soit :

$$\boxed{E(Z) = 30} \quad \text{et} \quad \boxed{V(Z) = 11,69991}$$

4. (b) D'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, on a :

4. (b) D'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, on a :

$$P\left(|Z - E(Z)| \geqslant 10\right) \leqslant \frac{V(Z)}{10^2}$$

4. (b) D'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, on a :

$$P\left(|Z - E(Z)| \geqslant 10\right) \leqslant \frac{V(Z)}{10^2}$$

D'où :

$$P\left(|Z - 30| \geqslant 10\right) \leqslant \frac{11,69991}{100}$$

4. (b) D'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, on a :

$$P\left(|Z - E(Z)| \geqslant 10\right) \leqslant \frac{V(Z)}{10^2}$$

D'où :

$$P\left(|Z - 30| \geqslant 10\right) \leqslant \frac{11,69991}{100}$$

Soit :

$$P\left((Z \leqslant 20) \text{ ou } (Z \geqslant 40)\right) \leqslant 0,1169991$$

4. (b) D'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, on a :

$$P\left(|Z-E(Z)| \geqslant 10\right) \leqslant \frac{V(Z)}{10^2}$$

D'où :

$$P\left(|Z-30| \geqslant 10\right) \leqslant \frac{11,69991}{100}$$

Soit :

$$P\left((Z \leqslant 20) \text{ ou } (Z \geqslant 40)\right) \leqslant 0,1169991$$

Donc la probabilité qu'il y ait moins de 20 ou plus de 40 candidats qui aient leur permis dès la première tentative est :

4. (b) D'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, on a :

$$P\left(|Z - E(Z)| \geqslant 10\right) \leqslant \frac{V(Z)}{10^2}$$

D'où :

$$P\left(|Z - 30| \geqslant 10\right) \leqslant \frac{11,69991}{100}$$

Soit :

$$P\left((Z \leqslant 20) \text{ ou } (Z \geqslant 40)\right) \leqslant 0,1169991$$

Donc la probabilité qu'il y ait moins de 20 ou plus de 40 candidats qui aient leur permis dès la première tentative est :

$$\boxed{P\left((Z \leqslant 19,6) \text{ ou } (Z \geqslant 40)\right) \leqslant 0,12}$$

1. Il s'agit d'une équation différentielle de la forme $y' = ay + b$ avec $a = 0,05$ et $b = -0,5$.

Exercice 2 - Partie A

1. Il s'agit d'une équation différentielle de la forme $y' = ay + b$ avec $a = 0,05$ et $b = -0,5$. On a alors $\dfrac{b}{a} =$

Exercice 2 - Partie A

1. Il s'agit d'une équation différentielle de la forme $y' = ay + b$ avec $a = 0,05$ et $b = -0,5$. On a alors $\dfrac{b}{a} = \dfrac{-0,5}{0,05}$

Exercice 2 - Partie A

1. Il s'agit d'une équation différentielle de la forme $y' = ay + b$ avec $a = 0,05$ et $b = -0,5$. On a alors $\dfrac{b}{a} = \dfrac{-0,5}{0,05} = -10$.

1. Il s'agit d'une équation différentielle de la forme $y' = ay + b$ avec $a = 0,05$ et $b = -0,5$. On a alors $\dfrac{b}{a} = \dfrac{-0,5}{0,05} = -10$. Les solutions de (E_1) sont donc les fonctions de la forme :

Exercice 2 - Partie A

1. Il s'agit d'une équation différentielle de la forme $y' = ay + b$ avec $a = 0,05$ et $b = -0,5$. On a alors $\dfrac{b}{a} = \dfrac{-0,5}{0,05} = -10$. Les solutions de (E_1) sont donc les fonctions de la forme :

$$x \mapsto \lambda e^{0,05x} + 10$$

1. Il s'agit d'une équation différentielle de la forme $y' = ay + b$ avec $a = 0,05$ et $b = -0,5$. On a alors $\dfrac{b}{a} = \dfrac{-0,5}{0,05} = -10$. Les solutions de (E_1) sont donc les fonctions de la forme :

$$x \mapsto \lambda \mathrm{e}^{0,05x} + 10$$

De plus, on sait que $y(0) = 50$:

1. Il s'agit d'une équation différentielle de la forme $y' = ay + b$ avec $a = 0,05$ et $b = -0,5$. On a alors $\dfrac{b}{a} = \dfrac{-0,5}{0,05} = -10$. Les solutions de (E_1) sont donc les fonctions de la forme :

$$x \mapsto \lambda \mathrm{e}^{0,05x} + 10$$

De plus, on sait que $y(0) = 50$:

$$y(0) = 50 \Longleftrightarrow$$

1. Il s'agit d'une équation différentielle de la forme $y' = ay + b$ avec $a = 0,05$ et $b = -0,5$. On a alors $\dfrac{b}{a} = \dfrac{-0,5}{0,05} = -10$. Les solutions de (E_1) sont donc les fonctions de la forme :

$$x \mapsto \lambda \mathrm{e}^{0,05x} + 10$$

De plus, on sait que $y(0) = 50$:

$$y(0) = 50 \iff \lambda \mathrm{e}^{0,05\times 0} + 10 = 50$$

1. Il s'agit d'une équation différentielle de la forme $y' = ay + b$ avec $a = 0,05$ et $b = -0,5$. On a alors $\dfrac{b}{a} = \dfrac{-0,5}{0,05} = -10$. Les solutions de (E_1) sont donc les fonctions de la forme :

$$x \mapsto \lambda e^{0,05x} + 10$$

De plus, on sait que $y(0) = 50$:

$$\begin{aligned} y(0) = 50 &\iff \lambda e^{0,05\times 0} + 10 = 50 \\ &\iff \lambda + 10 = 50 \end{aligned}$$

Exercice 2 - Partie A

1. Il s'agit d'une équation différentielle de la forme $y' = ay + b$ avec $a = 0,05$ et $b = -0,5$. On a alors $\dfrac{b}{a} = \dfrac{-0,5}{0,05} = -10$. Les solutions de (E_1) sont donc les fonctions de la forme :

$$x \mapsto \lambda \mathrm{e}^{0,05x} + 10$$

De plus, on sait que $y(0) = 50$:

$$\begin{aligned} y(0) = 50 &\iff \lambda \mathrm{e}^{0,05 \times 0} + 10 = 50 \\ &\iff \lambda + 10 = 50 \\ &\iff \lambda = 40 \end{aligned}$$

Exercice 2 - Partie A

1. Il s'agit d'une équation différentielle de la forme $y' = ay + b$ avec $a = 0,05$ et $b = -0,5$. On a alors $\dfrac{b}{a} = \dfrac{-0,5}{0,05} = -10$. Les solutions de (E_1) sont donc les fonctions de la forme :

$$x \mapsto \lambda \mathrm{e}^{0,05x} + 10$$

De plus, on sait que $y(0) = 50$:

$$\begin{aligned} y(0) = 50 &\iff \lambda \mathrm{e}^{0,05 \times 0} + 10 = 50 \\ &\iff \lambda + 10 = 50 \\ &\iff \lambda = 40 \end{aligned}$$

La solution y de (E_1) vérifiant $y(0) = 50$ est donc le fonction définie, pour tout $x \in \mathbb{R}$, par :

Exercice 2 - Partie A

1. Il s'agit d'une équation différentielle de la forme $y' = ay + b$ avec $a = 0,05$ et $b = -0,5$. On a alors $\dfrac{b}{a} = \dfrac{-0,5}{0,05} = -10$. Les solutions de (E_1) sont donc les fonctions de la forme :

$$x \mapsto \lambda e^{0,05x} + 10$$

De plus, on sait que $y(0) = 50$:

$$\begin{aligned} y(0) = 50 &\iff \lambda e^{0,05\times 0} + 10 = 50 \\ &\iff \lambda + 10 = 50 \\ &\iff \lambda = 40 \end{aligned}$$

La solution y de (E_1) vérifiant $y(0) = 50$ est donc le fonction définie, pour tout $x \in \mathbb{R}$, par :

$$\boxed{y(x) = 40e^{0,05x} + 10}$$

2. On a alors :
   - $y(0) = 50$

2. On a alors :
    - $y(0) = 50$ ce qui correspond au nombre d'individus en 2000.

2. On a alors :

- $y(0) = 50$ ce qui correspond au nombre d'individus en 2000.
- $y(5) = 40\mathrm{e}^{0,05\times 5} + 10 \approx 61$

2. On a alors :

- $y(0) = 50$ ce qui correspond au nombre d'individus en 2000.
- $y(5) = 40\mathrm{e}^{0,05\times 5} + 10 \approx 61$ alors que le nombre réel en 2005 est de 64.

2. On a alors :

- $y(0) = 50$ ce qui correspond au nombre d'individus en 2000.
- $y(5) = 40\text{e}^{0,05\times5} + 10 \approx 61$ alors que le nombre réel en 2005 est de 64.
- $y(10) = 40\text{e}^{0,05\times10} + 10 \approx 76$

2. On a alors :

- $y(0) = 50$ ce qui correspond au nombre d'individus en 2000.
- $y(5) = 40\text{e}^{0,05\times 5} + 10 \approx 61$ alors que le nombre réel en 2005 est de 64.
- $y(10) = 40\text{e}^{0,05\times 10} + 10 \approx 76$ alors que le nombre réel en 2010 est de 80.

2. On a alors :

- $y(0) = 50$ ce qui correspond au nombre d'individus en 2000.
- $y(5) = 40\mathrm{e}^{0,05\times 5} + 10 \approx 61$ alors que le nombre réel en 2005 est de 64.
- $y(10) = 40\mathrm{e}^{0,05\times 10} + 10 \approx 76$ alors que le nombre réel en 2010 est de 80.
- $y(15) = 40\mathrm{e}^{0,05\times 15} + 10 \approx 95$

2. On a alors :

- $y(0) = 50$ ce qui correspond au nombre d'individus en 2000.
- $y(5) = 40\mathrm{e}^{0,05\times 5} + 10 \approx 61$ alors que le nombre réel en 2005 est de 64.
- $y(10) = 40\mathrm{e}^{0,05\times 10} + 10 \approx 76$ alors que le nombre réel en 2010 est de 80.
- $y(15) = 40\mathrm{e}^{0,05\times 15} + 10 \approx 95$ alors que le nombre réel en 2015 est de 100.

2. On a alors :

   - $y(0) = 50$ ce qui correspond au nombre d'individus en 2000.
   - $y(5) = 40\mathrm{e}^{0,05\times 5} + 10 \approx 61$ alors que le nombre réel en 2005 est de 64.
   - $y(10) = 40\mathrm{e}^{0,05\times 10} + 10 \approx 76$ alors que le nombre réel en 2010 est de 80.
   - $y(15) = 40\mathrm{e}^{0,05\times 15} + 10 \approx 95$ alors que le nombre réel en 2015 est de 100.

   On peut considérer que la modélisation est correcte mais qu'elle manque tout de même de précision.

1. On a $f(0) =$

1. On a $f(0) = \dfrac{800}{1 + 15\text{e}^{0}}$

Partie B

1. On a $f(0) = \dfrac{800}{1 + 15\mathrm{e}^{0}} = \dfrac{800}{16}$

Partie B

1. On a $f(0) = \dfrac{800}{1 + 15e^0} = \dfrac{800}{16} = 50$

Partie B

1. On a $f(0) = \dfrac{800}{1+15\mathrm{e}^0} = \dfrac{800}{16} = 50$, soit :

$$\boxed{f(0) = 50}$$

Partie B

1. On a $f(0) = \dfrac{800}{1 + 15\mathrm{e}^0} = \dfrac{800}{16} = 50$, soit :

$$\boxed{f(0) = 50}$$

D'après le logiciel de calcul formel, pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

1. On a $f(0) = \dfrac{800}{1 + 15\mathrm{e}^0} = \dfrac{800}{16} = 50$, soit :

$$\boxed{f(0) = 50}$$

D'après le logiciel de calcul formel, pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$f'(x) = \frac{600\mathrm{e}^{-0{,}05x}}{\left(1 + 15\mathrm{e}^{-0{,}05x}\right)^2}$$

Et d'autre part :

$$0,05f(x)(1-0,00125f(x)) =$$

Et d'autre part :

$$0,05f(x)(1-0,00125f(x)) = 0,05 \times \frac{800}{1+15\mathrm{e}^{-0,05x}} \left(1-0,00125 \times \frac{800}{1+15\mathrm{e}^{-0,05x}}\right)$$

Et d'autre part :

$$\begin{aligned}0,05f(x)(1-0,00125f(x)) &= 0,05\times\frac{800}{1+15\mathrm{e}^{-0,05x}}\left(1-0,00125\times\frac{800}{1+15\mathrm{e}^{-0,05x}}\right)\\ &= \frac{40}{1+15\mathrm{e}^{-0,05x}}\left(1-\frac{1}{1+15\mathrm{e}^{-0,05x}}\right)\end{aligned}$$

Et d'autre part :

$$\begin{aligned}
0,05f(x)(1-0,00125f(x)) &= 0,05 \times \frac{800}{1+15\mathrm{e}^{-0,05x}}\left(1-0,00125 \times \frac{800}{1+15\mathrm{e}^{-0,05x}}\right)\\
&= \frac{40}{1+15\mathrm{e}^{-0,05x}}\left(1-\frac{1}{1+15\mathrm{e}^{-0,05x}}\right)\\
&= \frac{40}{1+15\mathrm{e}^{-0,05x}} \times \frac{1+15\mathrm{e}^{-0,05x}-1}{1+15\mathrm{e}^{-0,05x}}
\end{aligned}$$

Et d'autre part :

$$
\begin{aligned}
0,05f(x)(1-0,00125f(x)) &= 0,05\times\frac{800}{1+15\text{e}^{-0,05x}}\left(1-0,00125\times\frac{800}{1+15\text{e}^{-0,05x}}\right)\\
&= \frac{40}{1+15\text{e}^{-0,05x}}\left(1-\frac{1}{1+15\text{e}^{-0,05x}}\right)\\
&= \frac{40}{1+15\text{e}^{-0,05x}}\times\frac{1+15\text{e}^{-0,05x}-1}{1+15\text{e}^{-0,05x}}\\
&= \frac{40}{1+15\text{e}^{-0,05x}}\times\frac{15\text{e}^{-0,05x}}{1+15\text{e}^{-0,05x}}
\end{aligned}
$$

Et d'autre part :

$$\begin{aligned}
0,05f(x)(1-0,00125f(x)) &= 0,05\times\frac{800}{1+15\mathrm{e}^{-0,05x}}\left(1-0,00125\times\frac{800}{1+15\mathrm{e}^{-0,05x}}\right)\\
&= \frac{40}{1+15\mathrm{e}^{-0,05x}}\left(1-\frac{1}{1+15\mathrm{e}^{-0,05x}}\right)\\
&= \frac{40}{1+15\mathrm{e}^{-0,05x}}\times\frac{1+15\mathrm{e}^{-0,05x}-1}{1+15\mathrm{e}^{-0,05x}}\\
&= \frac{40}{1+15\mathrm{e}^{-0,05x}}\times\frac{15\mathrm{e}^{-0,05x}}{1+15\mathrm{e}^{-0,05x}}\\
&= \frac{600\mathrm{e}^{-0,05x}}{\left(1+15\mathrm{e}^{-0,05x}\right)^2}
\end{aligned}$$

Et d'autre part :

$$\begin{aligned}
0,05f(x)(1-0,00125f(x)) &= 0,05 \times \frac{800}{1+15\mathrm{e}^{-0,05x}}\left(1-0,00125 \times \frac{800}{1+15\mathrm{e}^{-0,05x}}\right) \\
&= \frac{40}{1+15\mathrm{e}^{-0,05x}}\left(1-\frac{1}{1+15\mathrm{e}^{-0,05x}}\right) \\
&= \frac{40}{1+15\mathrm{e}^{-0,05x}} \times \frac{1+15\mathrm{e}^{-0,05x}-1}{1+15\mathrm{e}^{-0,05x}} \\
&= \frac{40}{1+15\mathrm{e}^{-0,05x}} \times \frac{15\mathrm{e}^{-0,05x}}{1+15\mathrm{e}^{-0,05x}} \\
&= \frac{600\mathrm{e}^{-0,05x}}{\left(1+15\mathrm{e}^{-0,05x}\right)^2}
\end{aligned}$$

On a donc bien :

$$\boxed{f'(x) = 0,05f(x)(1-0,00125f(x))}$$

2. On a $f(50) =$

2. On a $f(50) = \dfrac{800}{1 + 15\text{e}^{50}}$

2. On a $f(50) = \dfrac{800}{1 + 15\mathrm{e}^{50}} \approx 359$

2. On a $f(50) = \dfrac{800}{1 + 15\mathrm{e}^{50}} \approx 359$ donc avec ce modèle, on peut estimer qu'en 2050 le nombre d'individus sera :

2. On a $f(50) = \dfrac{800}{1+15\mathrm{e}^{50}} \approx 359$ donc avec ce modèle, on peut estimer qu'en 2050 le nombre d'individus sera :

$$\boxed{f(50) \approx 359}$$

3. On a $\lim\limits_{x \to +\infty} \mathrm{e}^{-0,05x} = 0$ donc :

3. On a $\lim\limits_{x \to +\infty} \mathrm{e}^{-0,05x} = 0$ donc :

$$\boxed{\lim_{x \to +\infty} f(x) = 800}$$

3. On a $\lim\limits_{x \to +\infty} \mathrm{e}^{-0,05x} = 0$ donc :

$$\boxed{\lim_{x \to +\infty} f(x) = 800}$$

On en déduit que la courbe $\mathscr{C}$ admet la droite d'équation $y = 800$ pour asymptote horizontale en $+\infty$.

3. On a $\lim\limits_{x \to +\infty} \mathrm{e}^{-0,05x} = 0$ donc :

$$\boxed{\lim_{x \to +\infty} f(x) = 800}$$

On en déduit que la courbe $\mathscr{C}$ admet la droite d'équation $y = 800$ pour asymptote horizontale en $+\infty$. Cela signifie qu'à long terme, le nombre d'individu va se rapprocher de 800.

4. Pour tout $x \in [0\,;+\infty[$, on a $f'(x) = \dfrac{600\mathrm{e}^{-0,05x}}{\left(1+15\mathrm{e}^{-0,05x}\right)^2}$.

4. Pour tout $x \in [0\,;+\infty[$, on a $f'(x) = \dfrac{600\mathrm{e}^{-0,05x}}{\left(1+15\mathrm{e}^{-0,05x}\right)^2}$. Or pour tout $x \in [0\,;+\infty[$, $600\mathrm{e}^{-0,05x} > 0$

4. Pour tout $x \in [0\,;+\infty[$, on a $f'(x) = \dfrac{600\mathrm{e}^{-0,05x}}{\left(1+15\mathrm{e}^{-0,05x}\right)^2}$. Or pour tout $x \in [0\,;+\infty[$, $600\mathrm{e}^{-0,05x} > 0$ et $\left(1+15\mathrm{e}^{-0,05x}\right)^2 > 0$

4. Pour tout $x \in [0\,; +\infty[$, on a $f'(x) = \dfrac{600\text{e}^{-0,05x}}{\left(1+15\text{e}^{-0,05x}\right)^2}$. Or pour tout $x \in [0\,; +\infty[$, $600\text{e}^{-0,05x} > 0$ et $\left(1+15\text{e}^{-0,05x}\right)^2 > 0$ donc $f'(x) > 0$.

4. Pour tout $x \in [0\,; +\infty[$, on a $f'(x) = \dfrac{600\mathrm{e}^{-0,05x}}{\left(1+15\mathrm{e}^{-0,05x}\right)^2}$. Or pour tout $x \in [0\,; +\infty[$, $600\mathrm{e}^{-0,05x} > 0$ et $\left(1+15\mathrm{e}^{-0,05x}\right)^2 > 0$ donc $f'(x) > 0$. On en déduit que :

$$\boxed{f \text{ est strictement croissante sur } [0\,; +\infty[}$$

5. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

5. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$15\mathrm{e}^{-0{,}05x} - 1 \geqslant 0 \Longleftrightarrow$$

5. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$15\mathrm{e}^{-0{,}05x} - 1 \geqslant 0 \iff 15\mathrm{e}^{-0{,}05x} \geqslant 1$$

5. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned} 15\mathrm{e}^{-0{,}05x} - 1 \geqslant 0 &\iff 15\mathrm{e}^{-0{,}05x} \geqslant 1 \\ &\iff \mathrm{e}^{-0{,}05x} \geqslant \frac{1}{15} \end{aligned}$$

5. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned} 15\mathrm{e}^{-0{,}05x} - 1 \geqslant 0 &\Longleftrightarrow 15\mathrm{e}^{-0{,}05x} \geqslant 1 \\ &\Longleftrightarrow \mathrm{e}^{-0{,}05x} \geqslant \frac{1}{15} \\ &\Longleftrightarrow -0{,}05x \geqslant \ln\left(\frac{1}{15}\right) \end{aligned}$$

5. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned}
15\mathrm{e}^{-0{,}05x} - 1 \geqslant 0 &\iff 15\mathrm{e}^{-0{,}05x} \geqslant 1 \\
&\iff \mathrm{e}^{-0{,}05x} \geqslant \frac{1}{15} \\
&\iff -0,05x \geqslant \ln\left(\frac{1}{15}\right) \\
&\iff -0,05x \geqslant -\ln(15)
\end{aligned}$$

5. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned}
15\mathrm{e}^{-0,05x} - 1 \geqslant 0 &\iff 15\mathrm{e}^{-0,05x} \geqslant 1 \\
&\iff \mathrm{e}^{-0,05x} \geqslant \frac{1}{15} \\
&\iff -0,05x \geqslant \ln\left(\frac{1}{15}\right) \\
&\iff -0,05x \geqslant -\ln(15) \\
&\iff x \leqslant \frac{-\ln(15)}{-0,05}
\end{aligned}$$

5. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned}
15\mathrm{e}^{-0{,}05x} - 1 \geqslant 0 &\iff 15\mathrm{e}^{-0{,}05x} \geqslant 1 \\
&\iff \mathrm{e}^{-0{,}05x} \geqslant \frac{1}{15} \\
&\iff -0,05x \geqslant \ln\left(\frac{1}{15}\right) \\
&\iff -0,05x \geqslant -\ln(15) \\
&\iff x \leqslant \frac{-\ln(15)}{-0,05} \\
&\iff x \leqslant 20\ln(15)
\end{aligned}$$

5. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned}
15\mathrm{e}^{-0{,}05x} - 1 \geqslant 0 &\Longleftrightarrow 15\mathrm{e}^{-0{,}05x} \geqslant 1 \\
&\Longleftrightarrow \mathrm{e}^{-0{,}05x} \geqslant \frac{1}{15} \\
&\Longleftrightarrow -0,05x \geqslant \ln\left(\frac{1}{15}\right) \\
&\Longleftrightarrow -0,05x \geqslant -\ln(15) \\
&\Longleftrightarrow x \leqslant \frac{-\ln(15)}{-0,05} \\
&\Longleftrightarrow x \leqslant 20\ln(15)
\end{aligned}$$

On a donc bien :

$$\boxed{15\mathrm{e}^{-0{,}05x} - 1 \geqslant 0 \Longleftrightarrow x \leqslant 20\ln(15)}$$

6. (a) D'après le logiciel de calcul formel, pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

6. (a) D'après le logiciel de calcul formel, pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$f''(x) = \frac{30\mathrm{e}^{-0,05x}}{\left(1+15\mathrm{e}^{-0,05x}\right)^3}\left(15\mathrm{e}^{-0,05x}-1\right)$$

6. (a) D'après le logiciel de calcul formel, pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$f''(x) = \frac{30e^{-0,05x}}{(1+15e^{-0,05x})^3}(15e^{-0,05x} - 1)$$

On en déduit le tableau :

6. (a) D'après le logiciel de calcul formel, pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$f''(x) = \frac{30\mathrm{e}^{-0,05x}}{\left(1+15\mathrm{e}^{-0,05x}\right)^3}\left(15\mathrm{e}^{-0,05x}-1\right)$$

On en déduit le tableau :

x	0		$20\ln(15)$		$+\infty$
$f''(x)$		$+$	0	$-$	
f		convexe		concave	

6. (a) D'après le logiciel de calcul formel, pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$f''(x) = \frac{30\mathrm{e}^{-0,05x}}{\left(1+15\mathrm{e}^{-0,05x}\right)^3}\left(15\mathrm{e}^{-0,05x}-1\right)$$

On en déduit le tableau :

x	0		$20\ln(15)$		$+\infty$
$f''(x)$		$+$	0	$-$	
f		convexe		concave	

La fonction f'' s'annule en changeant de signe en $x = 20\ln(15)$

6. (a) D'après le logiciel de calcul formel, pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$f''(x) = \frac{30\mathrm{e}^{-0,05x}}{\left(1+15\mathrm{e}^{-0,05x}\right)^3}\left(15\mathrm{e}^{-0,05x}-1\right)$$

On en déduit le tableau :

x	0		$20\ln(15)$		$+\infty$
$f''(x)$		$+$	0	$-$	
f		convexe		concave	

La fonction f'' s'annule en changeant de signe en $x = 20\ln(15)$ donc la courbe $\mathscr{C}$ admet un point d'inflexion en cette valeur.

6. (a) D'après le logiciel de calcul formel, pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$f''(x) = \frac{30\mathrm{e}^{-0,05x}}{\left(1+15\mathrm{e}^{-0,05x}\right)^3}\left(15\mathrm{e}^{-0,05x}-1\right)$$

On en déduit le tableau :

x	0		$20\ln(15)$		$+\infty$
$f''(x)$		$+$	0	$-$	
f		convexe		concave	

La fonction f'' s'annule en changeant de signe en $x = 20\ln(15)$ donc la courbe $\mathscr{C}$ admet un point d'inflexion en cette valeur. De plus :

$f(20\ln(15)) =$

6. (a) D'après le logiciel de calcul formel, pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$f''(x) = \frac{30\mathrm{e}^{-0,05x}}{\left(1+15\mathrm{e}^{-0,05x}\right)^3}\left(15\mathrm{e}^{-0,05x}-1\right)$$

On en déduit le tableau :

x	0		$20\ln(15)$		$+\infty$
$f''(x)$		$+$	0	$-$	
f		convexe		concave	

La fonction f'' s'annule en changeant de signe en $x = 20\ln(15)$ donc la courbe $\mathscr{C}$ admet un point d'inflexion en cette valeur. De plus :

$$f(20\ln(15)) = \frac{800}{1+15\mathrm{e}^{-0,05\times 20\ln(15)}}$$

6. (a) D'après le logiciel de calcul formel, pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$f''(x) = \frac{30\mathrm{e}^{-0,05x}}{\left(1 + 15\mathrm{e}^{-0,05x}\right)^3}\left(15\mathrm{e}^{-0,05x} - 1\right)$$

On en déduit le tableau :

x	0		$20\ln(15)$		$+\infty$
$f''(x)$		$+$	0	$-$	
f		convexe		concave	

La fonction f'' s'annule en changeant de signe en $x = 20\ln(15)$ donc la courbe $\mathscr{C}$ admet un point d'inflexion en cette valeur. De plus :

$$f(20\ln(15)) = \frac{800}{1 + 15\mathrm{e}^{-0,05\times 20\ln(15)}} = \frac{800}{1 + 15\mathrm{e}^{-\ln(15)}}$$

6. (a) D'après le logiciel de calcul formel, pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$f''(x) = \frac{30\mathrm{e}^{-0,05x}}{\left(1+15\mathrm{e}^{-0,05x}\right)^3}\left(15\mathrm{e}^{-0,05x}-1\right)$$

On en déduit le tableau :

x	0		$20\ln(15)$		$+\infty$
$f''(x)$		$+$	0	$-$	
f		convexe		concave	

La fonction f'' s'annule en changeant de signe en $x = 20\ln(15)$ donc la courbe $\mathscr{C}$ admet un point d'inflexion en cette valeur. De plus :

$$f(20\ln(15)) = \frac{800}{1+15\mathrm{e}^{-0,05\times 20\ln(15)}} = \frac{800}{1+15\mathrm{e}^{-\ln(15)}} = \frac{800}{2}$$

6. (a) D'après le logiciel de calcul formel, pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$f''(x) = \frac{30\mathrm{e}^{-0,05x}}{\left(1+15\mathrm{e}^{-0,05x}\right)^3}\left(15\mathrm{e}^{-0,05x}-1\right)$$

On en déduit le tableau :

x	0		$20\ln(15)$		$+\infty$
$f''(x)$		$+$	0	$-$	
f		convexe		concave	

La fonction f'' s'annule en changeant de signe en $x = 20\ln(15)$ donc la courbe $\mathscr{C}$ admet un point d'inflexion en cette valeur. De plus :

$$f(20\ln(15)) = \frac{800}{1+15\mathrm{e}^{-0,05\times 20\ln(15)}} = \frac{800}{1+15\mathrm{e}^{-\ln(15)}} = \frac{800}{2} = 400$$

6. (a) D'après le logiciel de calcul formel, pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$f''(x) = \frac{30\mathrm{e}^{-0,05x}}{\left(1+15\mathrm{e}^{-0,05x}\right)^3}\left(15\mathrm{e}^{-0,05x}-1\right)$$

On en déduit le tableau :

x	0		$20\ln(15)$		$+\infty$
$f''(x)$		$+$	0	$-$	
f		convexe		concave	

La fonction f'' s'annule en changeant de signe en $x = 20\ln(15)$ donc la courbe $\mathscr{C}$ admet un point d'inflexion en cette valeur. De plus :

$$f(20\ln(15)) = \frac{800}{1+15\mathrm{e}^{-0,05\times 20\ln(15)}} = \frac{800}{1+15\mathrm{e}^{-\ln(15)}} = \frac{800}{2} = 400$$

Le point d'inflexion est donc le point de coordonnées :

6. (a) D'après le logiciel de calcul formel, pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$f''(x) = \frac{30\mathrm{e}^{-0,05x}}{\left(1+15\mathrm{e}^{-0,05x}\right)^3}\left(15\mathrm{e}^{-0,05x}-1\right)$$

On en déduit le tableau :

x	0		$20\ln(15)$		$+\infty$
$f''(x)$		$+$	0	$-$	
f		convexe		concave	

La fonction f'' s'annule en changeant de signe en $x = 20\ln(15)$ donc la courbe $\mathscr{C}$ admet un point d'inflexion en cette valeur. De plus :

$$f(20\ln(15)) = \frac{800}{1+15\mathrm{e}^{-0,05\times 20\ln(15)}} = \frac{800}{1+15\mathrm{e}^{-\ln(15)}} = \frac{800}{2} = 400$$

Le point d'inflexion est donc le point de coordonnées :

$$\boxed{(20\ln(15)\,;\,400)}$$

6. (b) La fonction f' est croissante jusqu'à $20\ln(15)$ puis décroissante.

6. (b) La fonction f' est croissante jusqu'à $20\ln(15)$ puis décroissante. Or $20\ln(15) \approx 54$ donc la direction a raison.

1. On peut compléter le script de la façon suivante :

1. On peut compléter le script de la façon suivante :

```
def suite(k) :
  L = []
  u = 5
  for i in range(k) :
    L.append(u)
    u = 2 + log(u**2-3)
  return(L)
```

2. On peut conjecturer que :

2. On peut conjecturer que :

$$\boxed{\text{La suite } (u_n) \text{ est croissante et converge vers } l \approx 5,164}$$

3. Cet affichage ne contredit pas la conjecture émise sur le sens de variation de la suite (u_n)

3. Cet affichage ne contredit pas la conjecture émise sur le sens de variation de la suite (u_n) car cela signifie que, pour tout entier n compris entre 0 et 998, $u_n \leqslant u_{n+1}$.

Partie B

1. Pour tout $x \in [2\,; +\infty[$, on a :

Partie B

1. Pour tout $x \in [2\,;+\infty[$, on a :

$$g'(x) = \frac{2x}{x^2 - 3}$$

Partie B

1. Pour tout $x \in [2\,; +\infty[$, on a :

$$g'(x) = \frac{2x}{x^2 - 3}$$

Or, pour tout $x \in [2\,; +\infty[$, $2x > 0$

Partie B

1. Pour tout $x \in [2\,;\,+\infty[$, on a :

$$g'(x) = \frac{2x}{x^2 - 3}$$

Or, pour tout $x \in [2\,;\,+\infty[$, $2x > 0$ et $x^2 - 3 > 0$

1. Pour tout $x \in [2\,;+\infty[$, on a :

$$g'(x) = \frac{2x}{x^2 - 3}$$

Or, pour tout $x \in [2\,;+\infty[$, $2x > 0$ et $x^2 - 3 > 0$ donc $g'(x) > 0$.
On en déduit que :

Partie B

1. Pour tout $x \in [2\,;+\infty[$, on a :

$$g'(x) = \frac{2x}{x^2 - 3}$$

Or, pour tout $x \in [2\,;+\infty[$, $2x > 0$ et $x^2 - 3 > 0$ donc $g'(x) > 0$.
On en déduit que :

$$\boxed{g \text{ est strictement croissante sur } [2\,;+\infty[}$$

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, $4 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 6$.

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, $4 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 6$.

- **Initialisation :**

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, $4 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 6$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $u_0 = 5$

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, $4 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 6$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $u_0 = 5$ et $u_1 = 2 + \ln(22) \approx 5,1$.

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, $4 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 6$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $u_0 = 5$ et $u_1 = 2 + \ln(22) \approx 5,1$. On a donc $4 \leqslant u_0 \leqslant u_1 \leqslant 6$

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, $4 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 6$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $u_0 = 5$ et $u_1 = 2 + \ln(22) \approx 5,1$. On a donc $4 \leqslant u_0 \leqslant u_1 \leqslant 6$ et la propriété est vraie au rang $n = 0$.

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, $4 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 6$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $u_0 = 5$ et $u_1 = 2 + \ln(22) \approx 5,1$. On a donc $4 \leqslant u_0 \leqslant u_1 \leqslant 6$ et la propriété est vraie au rang $n = 0$.
- **Hérédité :**

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, $4 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 6$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $u_0 = 5$ et $u_1 = 2 + \ln(22) \approx 5,1$. On a donc $4 \leqslant u_0 \leqslant u_1 \leqslant 6$ et la propriété est vraie au rang $n = 0$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire $4 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 6$.

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, $4 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 6$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $u_0 = 5$ et $u_1 = 2 + \ln(22) \approx 5,1$. On a donc $4 \leqslant u_0 \leqslant u_1 \leqslant 6$ et la propriété est vraie au rang $n = 0$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire $4 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 6$. On a alors, en appliquant la fonction g qui est croissante sur l'intervalle $[4\,;\,6]$:

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, $4 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 6$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $u_0 = 5$ et $u_1 = 2 + \ln(22) \approx 5,1$. On a donc $4 \leqslant u_0 \leqslant u_1 \leqslant 6$ et la propriété est vraie au rang $n = 0$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire $4 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 6$. On a alors, en appliquant la fonction g qui est croissante sur l'intervalle $[4\,;\,6]$:

$$g(4) \leqslant g(u_n) \leqslant g(u_{n+1}) \leqslant g(6)$$

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, $4 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 6$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $u_0 = 5$ et $u_1 = 2 + \ln(22) \approx 5,1$. On a donc $4 \leqslant u_0 \leqslant u_1 \leqslant 6$ et la propriété est vraie au rang $n = 0$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire $4 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 6$. On a alors, en appliquant la fonction g qui est croissante sur l'intervalle $[4\,;\,6]$:

$$g(4) \leqslant g(u_n) \leqslant g(u_{n+1}) \leqslant g(6)$$

  Soit :

$$2 + \ln(13) \leqslant u_{n+1} \leqslant u_{n+2} \leqslant 2 + \ln(33)$$

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, $4 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 6$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $u_0 = 5$ et $u_1 = 2 + \ln(22) \approx 5,1$. On a donc $4 \leqslant u_0 \leqslant u_1 \leqslant 6$ et la propriété est vraie au rang $n = 0$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire $4 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 6$. On a alors, en appliquant la fonction g qui est croissante sur l'intervalle $[4\,;\,6]$:

$$g(4) \leqslant g(u_n) \leqslant g(u_{n+1}) \leqslant g(6)$$

  Soit :

$$2 + \ln(13) \leqslant u_{n+1} \leqslant u_{n+2} \leqslant 2 + \ln(33)$$

  Or $2 + \ln(13) \approx 4,6$ et $2 + \ln(33) \approx 5,5$.

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, $4 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 6$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $u_0 = 5$ et $u_1 = 2 + \ln(22) \approx 5,1$. On a donc $4 \leqslant u_0 \leqslant u_1 \leqslant 6$ et la propriété est vraie au rang $n = 0$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire $4 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 6$. On a alors, en appliquant la fonction g qui est croissante sur l'intervalle $[4\,;\,6]$:

  $$g(4) \leqslant g(u_n) \leqslant g(u_{n+1}) \leqslant g(6)$$

  Soit :

  $$2 + \ln(13) \leqslant u_{n+1} \leqslant u_{n+2} \leqslant 2 + \ln(33)$$

  Or $2 + \ln(13) \approx 4,6$ et $2 + \ln(33) \approx 5,5$. On a donc, a fortiori :

  $$4 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_{n+2} \leqslant 6$$

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, $4 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 6$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $u_0 = 5$ et $u_1 = 2 + \ln(22) \approx 5,1$. On a donc $4 \leqslant u_0 \leqslant u_1 \leqslant 6$ et la propriété est vraie au rang $n = 0$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire $4 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 6$. On a alors, en appliquant la fonction g qui est croissante sur l'intervalle $[4\,;6]$:

  $$g(4) \leqslant g(u_n) \leqslant g(u_{n+1}) \leqslant g(6)$$

  Soit :

  $$2 + \ln(13) \leqslant u_{n+1} \leqslant u_{n+2} \leqslant 2 + \ln(33)$$

  Or $2 + \ln(13) \approx 4,6$ et $2 + \ln(33) \approx 5,5$. On a donc, a fortiori :

  $$4 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_{n+2} \leqslant 6$$

  La propriété est donc vraie au rang $n + 1$.

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, $4 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 6$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $u_0 = 5$ et $u_1 = 2 + \ln(22) \approx 5,1$. On a donc $4 \leqslant u_0 \leqslant u_1 \leqslant 6$ et la propriété est vraie au rang $n = 0$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire $4 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 6$. On a alors, en appliquant la fonction g qui est croissante sur l'intervalle $[4 ; 6]$:

  $$g(4) \leqslant g(u_n) \leqslant g(u_{n+1}) \leqslant g(6)$$

  Soit :

  $$2 + \ln(13) \leqslant u_{n+1} \leqslant u_{n+2} \leqslant 2 + \ln(33)$$

  Or $2 + \ln(13) \approx 4,6$ et $2 + \ln(33) \approx 5,5$. On a donc, a fortiori :

  $$4 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_{n+2} \leqslant 6$$

  La propriété est donc vraie au rang $n + 1$.
- **Conclusion :**

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, $4 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 6$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $u_0 = 5$ et $u_1 = 2 + \ln(22) \approx 5,1$. On a donc $4 \leqslant u_0 \leqslant u_1 \leqslant 6$ et la propriété est vraie au rang $n = 0$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire $4 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 6$. On a alors, en appliquant la fonction g qui est croissante sur l'intervalle $[4\,;\,6]$:

  $$g(4) \leqslant g(u_n) \leqslant g(u_{n+1}) \leqslant g(6)$$

  Soit :

  $$2 + \ln(13) \leqslant u_{n+1} \leqslant u_{n+2} \leqslant 2 + \ln(33)$$

  Or $2 + \ln(13) \approx 4,6$ et $2 + \ln(33) \approx 5,5$. On a donc, a fortiori :

  $$4 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_{n+2} \leqslant 6$$

  La propriété est donc vraie au rang $n + 1$.
- **Conclusion :**
  La propriété est vraie pour $n = 0$ et elle est héréditaire, elle est donc vraie pour tout $n \in \mathbb{N}$.

2. (b) La suite (u_n) est :

2. (b) La suite (u_n) est :

- croissante (car pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \leqslant u_{n+1}$).

2. (b) La suite (u_n) est :

- croissante (car pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \leqslant u_{n+1}$).
- majorée (car pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \leqslant 6$).

2. (b) La suite (u_n) est :

- croissante (car pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \leqslant u_{n+1}$).
- majorée (car pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \leqslant 6$).

On en déduit que :

$$\boxed{\text{La suite } (u_n) \text{ converge}}$$

Partie C

1. (a)
   - On a $f(0) = 0$.

Partie C

1. (a)
   - On a $f(0) = 0$.
   - Sur l'intervalle $[2\,;\,3]$,

Partie C

1. (a)
   - On a $f(0) = 0$.
   - Sur l'intervalle $[2\,;\,3]$, la fonction f est strictement croissante et $f(0) = 0$

Partie C

1. (a)
    - On a $f(0) = 0$.
    - Sur l'intervalle $[2\,;\,3]$, la fonction f est strictement croissante et $f(0) = 0$ donc l'équation $f(x) = 0$ n'admet aucune solution sur $]2\,;\,3]$.

1. (a)
   - On a $f(0) = 0$.
   - Sur l'intervalle $[2\,;\,3]$, la fonction f est strictement croissante et $f(0) = 0$ donc l'équation $f(x) = 0$ n'admet aucune solution sur $]2\,;\,3]$.
   - Sur l'intervalle $[3\,;\,+\infty[$,

1. (a)
   - On a $f(0) = 0$.
   - Sur l'intervalle $[2\,;\,3]$, la fonction f est strictement croissante et $f(0) = 0$ donc l'équation $f(x) = 0$ n'admet aucune solution sur $]2\,;\,3]$.
   - Sur l'intervalle $[3\,;\,+\infty[$, la fonction f est continue et strictement décroissante.

Partie C

1. (a)
   - On a $f(0) = 0$.
   - Sur l'intervalle $[2\,;\,3]$, la fonction f est strictement croissante et $f(0) = 0$ donc l'équation $f(x) = 0$ n'admet aucune solution sur $]2\,;\,3]$.
   - Sur l'intervalle $[3\,;\,+\infty[$, la fonction f est continue et strictement décroissante. De plus $f(3) = \ln(6) - 1 \approx 0,8$

Partie C

1. (a)
   - On a $f(0) = 0$.
   - Sur l'intervalle $[2\,;\,3]$, la fonction f est strictement croissante et $f(0) = 0$ donc l'équation $f(x) = 0$ n'admet aucune solution sur $]2\,;\,3]$.
   - Sur l'intervalle $[3\,;\,+\infty[$, la fonction f est continue et strictement décroissante. De plus $f(3) = \ln(6) - 1 \approx 0,8$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$.

Partie C

1. (a)
   - On a $f(0) = 0$.
   - Sur l'intervalle $[2\,;\,3]$, la fonction f est strictement croissante et $f(0) = 0$ donc l'équation $f(x) = 0$ n'admet aucune solution sur $]2\,;\,3]$.
   - Sur l'intervalle $[3\,;\,+\infty[$, la fonction f est continue et strictement décroissante. De plus $f(3) = \ln(6) - 1 \approx 0,8$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$.

     Or $0 \in]-\infty\,;\,\ln(6) - 1]$

1. (a)
- On a $f(0) = 0$.
- Sur l'intervalle $[2\,;\,3]$, la fonction f est strictement croissante et $f(0) = 0$ donc l'équation $f(x) = 0$ n'admet aucune solution sur $]2\,;\,3]$.
- Sur l'intervalle $[3\,;\,+\infty[$, la fonction f est continue et strictement décroissante. De plus $f(3) = \ln(6) - 1 \approx 0,8$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$.

  Or $0 \in]-\infty\,;\,\ln(6)-1]$ donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires,

Partie C

1. (a)
   - On a $f(0) = 0$.
   - Sur l'intervalle $[2\,;\,3]$, la fonction f est strictement croissante et $f(0) = 0$ donc l'équation $f(x) = 0$ n'admet aucune solution sur $]2\,;\,3]$.
   - Sur l'intervalle $[3\,;\,+\infty[$, la fonction f est continue et strictement décroissante. De plus $f(3) = \ln(6) - 1 \approx 0,8$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$.

     Or $0 \in]-\infty\,;\,\ln(6) - 1]$ donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution β sur $[3\,;\,+\infty[$.

Partie C

1. (a)
   - On a $f(0) = 0$.
   - Sur l'intervalle $[2\,;\,3]$, la fonction f est strictement croissante et $f(0) = 0$ donc l'équation $f(x) = 0$ n'admet aucune solution sur $]2\,;\,3]$.
   - Sur l'intervalle $[3\,;\,+\infty[$, la fonction f est continue et strictement décroissante. De plus $f(3) = \ln(6) - 1 \approx 0,8$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$.
     Or $0 \in]-\infty\,;\,\ln(6) - 1]$ donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution β sur $[3\,;\,+\infty[$.

   Finalement, l'équation $f(x) = 0$ admet exactement deux solutions sur $[2\,;\,+\infty[$.

1. (b) On a vu que :

$$\boxed{\alpha = 0}$$

1. (b) On a vu que :

$$\boxed{\alpha = 0}$$

Et on a :

- $f(5,164) \approx 0,00008 > 0$

1. (b) On a vu que :

$$\boxed{\alpha = 0}$$

Et on a :

- $f(5,164) \approx 0,00008 > 0$
- $f(5,165) \approx -0,0005 < 0$

1. (b) On a vu que :

$$\boxed{\alpha = 0}$$

Et on a :

- $f(5,164) \approx 0,00008 > 0$
- $f(5,165) \approx -0,0005 < 0$

On a donc :

$$\boxed{\beta \approx 5,164}$$

2. (a) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $u_{n+1} = g(u_n)$.

2. (a) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $u_{n+1} = g(u_n)$. Et comme la suite (u_n) converge, on sait que sa limite ℓ vérifie $g(\ell) = \ell$.

2. (a) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $u_{n+1} = g(u_n)$. Et comme la suite (u_n) converge, on sait que sa limite ℓ vérifie $g(\ell) = \ell$. Or $f(x) = g(x) - x$

2. (a) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $u_{n+1} = g(u_n)$. Et comme la suite (u_n) converge, on sait que sa limite ℓ vérifie $g(\ell) = \ell$. Or $f(x) = g(x) - x$ donc :

$$g(\ell) = \ell \Longleftrightarrow f(\ell) = 0$$

2. (a) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $u_{n+1} = g(u_n)$. Et comme la suite (u_n) converge, on sait que sa limite ℓ vérifie $g(\ell) = \ell$. Or $f(x) = g(x) - x$ donc :

$$g(\ell) = \ell \Longleftrightarrow f(\ell) = 0$$

Or l'équation $f(x) = 0$ admet deux solutions : 0 et β.

2. (a) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $u_{n+1} = g(u_n)$. Et comme la suite (u_n) converge, on sait que sa limite ℓ vérifie $g(\ell) = \ell$. Or $f(x) = g(x) - x$ donc :

$$g(\ell) = \ell \Longleftrightarrow f(\ell) = 0$$

Or l'équation $f(x) = 0$ admet deux solutions : 0 et β. De plus, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $4 \leqslant u_n \leqslant 6$

2. (a) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $u_{n+1} = g(u_n)$. Et comme la suite (u_n) converge, on sait que sa limite ℓ vérifie $g(\ell) = \ell$. Or $f(x) = g(x) - x$ donc :

$$g(\ell) = \ell \iff f(\ell) = 0$$

Or l'équation $f(x) = 0$ admet deux solutions : 0 et β. De plus, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $4 \leqslant u_n \leqslant 6$ donc la suite (u_n) ne peut pas converger vers 0

2. (a) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $u_{n+1} = g(u_n)$. Et comme la suite (u_n) converge, on sait que sa limite ℓ vérifie $g(\ell) = \ell$. Or $f(x) = g(x) - x$ donc :

$$g(\ell) = \ell \iff f(\ell) = 0$$

Or l'équation $f(x) = 0$ admet deux solutions : 0 et β. De plus, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $4 \leqslant u_n \leqslant 6$ donc la suite (u_n) ne peut pas converger vers 0 d'où :

$$\boxed{\lim_{n \to +\infty} u_n = \beta}$$

Exercice 4

1. **Affirmation 1 : Vrai**

Exercice 4

1. **Affirmation 1 : Vrai**

   Pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, on pose :

Exercice 4

1. **Affirmation 1 : Vrai**

   Pour tout $x \in \left]0\,;+\infty\right[$, on pose :

$$\begin{cases} u(x) = \ln(x) \\ v'(x) = x \end{cases}$$

Exercice 4

1. **Affirmation 1 : Vrai**
   Pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, on pose :

$$\begin{cases} u(x) = \ln(x) \\ v'(x) = x \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = \dfrac{1}{x} \\ v(x) = \dfrac{1}{2}x^2 \end{cases}$$

Exercice 4

1. **Affirmation 1 : Vrai**

   Pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, on pose :

$$\begin{cases} u(x) = \ln(x) \\ v'(x) = x \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = \dfrac{1}{x} \\ v(x) = \dfrac{1}{2}x^2 \end{cases}$$

   On a alors, par intégration par parties :

1. **Affirmation 1 : Vrai**

   Pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, on pose :

$$\begin{cases} u(x) = \ln(x) \\ v'(x) = x \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = \dfrac{1}{x} \\ v(x) = \dfrac{1}{2}x^2 \end{cases}$$

   On a alors, par intégration par parties :

$$\int_1^{\mathrm{e}} x\ln(x)\,\mathrm{d}x =$$

Exercice 4

1. **Affirmation 1 : Vrai**

   Pour tout $x \in \left]0\,;+\infty\right[$, on pose :

$$\begin{cases} u(x) = \ln(x) \\ v'(x) = x \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = \dfrac{1}{x} \\ v(x) = \dfrac{1}{2}x^2 \end{cases}$$

   On a alors, par intégration par parties :

$$\int_1^{\mathrm{e}} x\ln(x)\,\mathrm{d}x = \left[\frac{1}{2}x^2\ln(x)\right]_1^{\mathrm{e}} - \int_1^{\mathrm{e}} \frac{1}{2}x^2 \times \frac{1}{x}\,\mathrm{d}x$$

1. **Affirmation 1 : Vrai**

   Pour tout $x \in]0\,; +\infty[$, on pose :

$$\begin{cases} u(x) = \ln(x) \\ v'(x) = x \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = \dfrac{1}{x} \\ v(x) = \dfrac{1}{2}x^2 \end{cases}$$

On a alors, par intégration par parties :

$$\begin{aligned} \int_1^{\mathrm{e}} x\ln(x)\,\mathrm{d}x &= \left[\frac{1}{2}x^2\ln(x)\right]_1^{\mathrm{e}} - \int_1^{\mathrm{e}} \frac{1}{2}x^2 \times \frac{1}{x}\,\mathrm{d}x \\ &= \frac{1}{2}\mathrm{e}^2\ln(\mathrm{e}) - \frac{1}{2}1^2\ln(1) - \int_1^{\mathrm{e}} \frac{1}{2}x\,\mathrm{d}x \end{aligned}$$

Exercice 4

1. **Affirmation 1 : Vrai**

   Pour tout $x \in \,]0\,;+\infty[$, on pose :

$$\begin{cases} u(x) = \ln(x) \\ v'(x) = x \end{cases} \qquad \text{et} \qquad \begin{cases} u'(x) = \dfrac{1}{x} \\ v(x) = \dfrac{1}{2}x^2 \end{cases}$$

   On a alors, par intégration par parties :

$$\begin{aligned} \int_1^{\mathrm{e}} x\ln(x)\,\mathrm{d}x &= \left[\frac{1}{2}x^2\ln(x)\right]_1^{\mathrm{e}} - \int_1^{\mathrm{e}} \frac{1}{2}x^2 \times \frac{1}{x}\,\mathrm{d}x \\ &= \frac{1}{2}\mathrm{e}^2\ln(\mathrm{e}) - \frac{1}{2}1^2\ln(1) - \int_1^{\mathrm{e}} \frac{1}{2}x\,\mathrm{d}x \\ &= \frac{1}{2}\mathrm{e}^2 - \left[\frac{1}{4}x^2\right]_1^{\mathrm{e}} \end{aligned}$$

Exercice 4

1. **Affirmation 1 : Vrai**

   Pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, on pose :

$$\begin{cases} u(x) = \ln(x) \\ v'(x) = x \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = \dfrac{1}{x} \\ v(x) = \dfrac{1}{2}x^2 \end{cases}$$

On a alors, par intégration par parties :

$$\begin{aligned} \int_1^{\mathrm{e}} x\ln(x)\,\mathrm{d}x &= \left[\frac{1}{2}x^2\ln(x)\right]_1^{\mathrm{e}} - \int_1^{\mathrm{e}} \frac{1}{2}x^2 \times \frac{1}{x}\,\mathrm{d}x \\ &= \frac{1}{2}\mathrm{e}^2\ln(\mathrm{e}) - \frac{1}{2}1^2\ln(1) - \int_1^{\mathrm{e}} \frac{1}{2}x\,\mathrm{d}x \\ &= \frac{1}{2}\mathrm{e}^2 - \left[\frac{1}{4}x^2\right]_1^{\mathrm{e}} \\ &= \frac{1}{2}\mathrm{e}^2 - \frac{1}{4}\mathrm{e}^2 + \frac{1}{4} \end{aligned}$$

1. **Affirmation 1 : Vrai**

   Pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, on pose :

$$\begin{cases} u(x) = \ln(x) \\ v'(x) = x \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = \dfrac{1}{x} \\ v(x) = \dfrac{1}{2}x^2 \end{cases}$$

On a alors, par intégration par parties :

$$\begin{aligned}
\int_1^{\mathrm{e}} x\ln(x)\,\mathrm{d}x &= \left[\frac{1}{2}x^2\ln(x)\right]_1^{\mathrm{e}} - \int_1^{\mathrm{e}} \frac{1}{2}x^2 \times \frac{1}{x}\,\mathrm{d}x \\
&= \frac{1}{2}\mathrm{e}^2\ln(\mathrm{e}) - \frac{1}{2}1^2\ln(1) - \int_1^{\mathrm{e}} \frac{1}{2}x\,\mathrm{d}x \\
&= \frac{1}{2}\mathrm{e}^2 - \left[\frac{1}{4}x^2\right]_1^{\mathrm{e}} \\
&= \frac{1}{2}\mathrm{e}^2 - \frac{1}{4}\mathrm{e}^2 + \frac{1}{4} \\
&= \frac{1}{4}\mathrm{e}^2 + \frac{1}{4}
\end{aligned}$$

Soit :

$$\int_1^{\mathrm{e}} f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{\mathrm{e}^2+1}{4}$$

2. **Affirmation 2 : Vrai**

2. **Affirmation 2 : Vrai**

On a :

$$k \times \binom{n}{k} =$$

2. **Affirmation 2 : Vrai**

   On a :

$$k \times \binom{n}{k} = k \times \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

2. **Affirmation 2 : Vrai**

   On a :

$$\begin{aligned} k \times \binom{n}{k} &= k \times \frac{n!}{k!(n-k)!} \\ &= \frac{n!}{(k-1)!(n-k)!} \end{aligned}$$

2. **Affirmation 2 : Vrai**

On a :

$$\begin{aligned} k \times \binom{n}{k} &= k \times \frac{n!}{k!(n-k)!} \\ &= \frac{n!}{(k-1)!(n-k)!} \\ &= n \times \frac{(n-1)!}{(k-1)!(n-1-(k-1)!} \end{aligned}$$

2. **Affirmation 2 : Vrai**

On a :

$$\begin{aligned} k \times \binom{n}{k} &= k \times \frac{n!}{k!(n-k)!} \\ &= \frac{n!}{(k-1)!(n-k)!} \\ &= n \times \frac{(n-1)!}{(k-1)!(n-1-(k-1)!} \\ &= n \times \binom{n-1}{k-1} \end{aligned}$$

2. **Affirmation 2 : Vrai**

On a :

$$\begin{aligned} k \times \binom{n}{k} &= k \times \frac{n!}{k!(n-k)!} \\ &= \frac{n!}{(k-1)!(n-k)!} \\ &= n \times \frac{(n-1)!}{(k-1)!(n-1-(k-1)!} \\ &= n \times \binom{n-1}{k-1} \end{aligned}$$

On a donc bien l'égalité :

$$n \times \binom{n-1}{k-1} = k \times \binom{n}{k}$$

3. **Affirmation 3 : Vrai**

3. **Affirmation 3 : Vrai**
   Le point A est le point de paramètre $t = -2$ dans la représentation paramétrique de la droite d.

Affirmation 4 : Faux

Affirmation 4 : Faux

Soit t et t' deux réels, on a :

Affirmation 4 : Faux

Soit t et t' deux réels, on a :

$$\begin{cases} t+1 = 2t'-1 \\ 2t+1 = -t'+2 \\ -t = t'+1 \end{cases} \iff$$

Affirmation 4 : Faux

Soit t et t' deux réels, on a :

$$\begin{cases} t+1=2t'-1 \\ 2t+1=-t'+2 \\ -t=t'+1 \end{cases} \iff \begin{cases} t=2t'-2 \\ 2(2t'-2)+1=-t'+2 \\ -(2t'-2)=t'+1 \end{cases}$$

Affirmation 4 : Faux

Soit t et t' deux réels, on a :

$$\begin{cases} t+1=2t'-1 \\ 2t+1=-t'+2 \\ -t=t'+1 \end{cases} \iff \begin{cases} t=2t'-2 \\ 2(2t'-2)+1=-t'+2 \\ -(2t'-2)=t'+1 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} t=2t'-2 \\ 4t'-4+1=-t'+2 \\ -2t'+2=t'+1 \end{cases}$$

Affirmation 4 : Faux

Soit t et t' deux réels, on a :

$$\begin{cases} t+1 = 2t'-1 \\ 2t+1 = -t'+2 \\ -t = t'+1 \end{cases} \iff \begin{cases} t = 2t'-2 \\ 2(2t'-2)+1 = -t'+2 \\ -(2t'-2) = t'+1 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} t = 2t'-2 \\ 4t'-4+1 = -t'+2 \\ -2t'+2 = t'+1 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} t = 2t'-2 \\ 5t' = 5 \\ -3t' = -1 \end{cases}$$

Affirmation 4 : Faux

Soit t et t' deux réels, on a :

$$\begin{cases} t+1=2t'-1 \\ 2t+1=-t'+2 \\ -t=t'+1 \end{cases} \iff \begin{cases} t=2t'-2 \\ 2(2t'-2)+1=-t'+2 \\ -(2t'-2)=t'+1 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} t=2t'-2 \\ 4t'-4+1=-t'+2 \\ -2t'+2=t'+1 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} t=2t'-2 \\ 5t'=5 \\ -3t'=-1 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} t=2t'-2 \\ t'=1 \\ t'=\dfrac{1}{3} \end{cases}$$

Affirmation 4 : Faux

Soit t et t' deux réels, on a :

$$\begin{cases} t+1=2t'-1 \\ 2t+1=-t'+2 \\ -t=t'+1 \end{cases} \iff \begin{cases} t=2t'-2 \\ 2(2t'-2)+1=-t'+2 \\ -(2t'-2)=t'+1 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} t=2t'-2 \\ 4t'-4+1=-t'+2 \\ -2t'+2=t'+1 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} t=2t'-2 \\ 5t'=5 \\ -3t'=-1 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} t=2t'-2 \\ t'=1 \\ t'=\dfrac{1}{3} \end{cases}$$

Ce système n'admet aucune solution donc les droites d et d' ne sont pas sécantes.

Affirmation 5 : Vrai

Affirmation 5 : Vrai

- Soit I le milieu de $[AB]$,

Affirmation 5 : Vrai

- Soit I le milieu de $[AB]$, on a $I\left(\dfrac{-1-5}{2}\,;\,\dfrac{-3-5}{2}\,;\,\dfrac{2+6}{2}\right)$

Affirmation 5 : Vrai

- Soit I le milieu de $[AB]$, on a $I\left(\dfrac{-1-5}{2}\,;\,\dfrac{-3-5}{2}\,;\,\dfrac{2+6}{2}\right)$, soit $I\,(-3\,;-4\,;4)$.

Affirmation 5 : Vrai

- Soit I le milieu de $[AB]$, on a $I\left(\dfrac{-1-5}{2}\,;\,\dfrac{-3-5}{2}\,;\,\dfrac{2+6}{2}\right)$, soit $I\,(-3\,;-4\,;\,4)$. On a alors $2\times(-3)+(-4)-2\times 4+18=0$,

Affirmation 5 : Vrai

- Soit I le milieu de $[AB]$, on a $I\left(\dfrac{-1-5}{2}\,;\,\dfrac{-3-5}{2}\,;\,\dfrac{2+6}{2}\right)$, soit $I\,(-3\,;-4\,;4)$. On a alors $2\times(-3)+(-4)-2\times 4+18=0$, les coordonnées du point I vérifie l'équation de plan P

Affirmation 5 : Vrai

- Soit I le milieu de $[AB]$, on a $I\left(\dfrac{-1-5}{2}\,;\,\dfrac{-3-5}{2}\,;\,\dfrac{2+6}{2}\right)$, soit $I\,(-3\,;-4\,;\,4)$. On a alors $2\times(-3)+(-4)-2\times 4+18=0$, les coordonnées du point I vérifie l'équation de plan P donc I appartient à ce plan.

Affirmation 5 : Vrai

- Soit I le milieu de $[AB]$, on a $I\left(\dfrac{-1-5}{2}\,;\,\dfrac{-3-5}{2}\,;\,\dfrac{2+6}{2}\right)$, soit $I\,(-3\,;-4\,;\,4)$. On a alors $2\times(-3)+(-4)-2\times 4+18=0$, les coordonnées du point I vérifie l'équation de plan P donc I appartient à ce plan.
- On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-4\\-2\\4\end{pmatrix}$

Affirmation 5 : Vrai

- Soit I le milieu de $[AB]$, on a $I\left(\dfrac{-1-5}{2}\,;\,\dfrac{-3-5}{2}\,;\,\dfrac{2+6}{2}\right)$, soit $I\,(-3\,;-4\,;\,4)$. On a alors $2\times(-3)+(-4)-2\times 4+18=0$, les coordonnées du point I vérifie l'équation de plan P donc I appartient à ce plan.
- On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-4\\-2\\4\end{pmatrix}$ et, d'après son équation cartésienne, le plan P admet pour vecteur normal le vecteur $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}2\\1\\-2\end{pmatrix}$.

Affirmation 5 : Vrai

- Soit I le milieu de $[AB]$, on a $I\left(\dfrac{-1-5}{2}\,;\,\dfrac{-3-5}{2}\,;\,\dfrac{2+6}{2}\right)$, soit $I\,(-3\,;-4\,;\,4)$. On a alors $2\times(-3)+(-4)-2\times 4+18=0$, les coordonnées du point I vérifie l'équation de plan P donc I appartient à ce plan.
- On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-4\\-2\\4\end{pmatrix}$ et, d'après son équation cartésienne, le plan P admet pour vecteur normal le vecteur $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}2\\1\\-2\end{pmatrix}$. On peut remarquer que $\overrightarrow{AB}=-2\overrightarrow{n}$.

Affirmation 5 : Vrai

- Soit I le milieu de $[AB]$, on a $I\left(\dfrac{-1-5}{2}\,;\,\dfrac{-3-5}{2}\,;\,\dfrac{2+6}{2}\right)$, soit $I\,(-3\,;-4\,;4)$. On a alors $2\times(-3)+(-4)-2\times 4+18=0$, les coordonnées du point I vérifie l'équation de plan P donc I appartient à ce plan.
- On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-4\\-2\\4\end{pmatrix}$ et, d'après son équation cartésienne, le plan P admet pour vecteur normal le vecteur $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}2\\1\\-2\end{pmatrix}$. On peut remarquer que $\overrightarrow{AB}=-2\overrightarrow{n}$. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{n}$ étant colinéaires,

Affirmation 5 : Vrai

- Soit I le milieu de $[AB]$, on a $I\left(\dfrac{-1-5}{2}\,;\,\dfrac{-3-5}{2}\,;\,\dfrac{2+6}{2}\right)$, soit $I\,(-3\,;\,-4\,;\,4)$. On a alors $2\times(-3)+(-4)-2\times 4+18=0$, les coordonnées du point I vérifie l'équation de plan P donc I appartient à ce plan.
- On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-4\\-2\\4\end{pmatrix}$ et, d'après son équation cartésienne, le plan P admet pour vecteur normal le vecteur $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}2\\1\\-2\end{pmatrix}$. On peut remarquer que $\overrightarrow{AB}=-2\overrightarrow{n}$. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{n}$ étant colinéaires, le plan P est orthogonal à la droite (AB).

Affirmation 5 : Vrai

- Soit I le milieu de $[AB]$, on a $I\left(\dfrac{-1-5}{2}\,;\,\dfrac{-3-5}{2}\,;\,\dfrac{2+6}{2}\right)$, soit $I\,(-3\,;-4\,;4)$. On a alors $2\times(-3)+(-4)-2\times4+18=0$, les coordonnées du point I vérifie l'équation de plan P donc I appartient à ce plan.
- On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-4\\-2\\4\end{pmatrix}$ et, d'après son équation cartésienne, le plan P admet pour vecteur normal le vecteur $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}2\\1\\-2\end{pmatrix}$. On peut remarquer que $\overrightarrow{AB}=-2\overrightarrow{n}$. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{n}$ étant colinéaires, le plan P est orthogonal à la droite (AB).

Le plan P passe donc par le milieu de $[AB]$ et est orthogonal à la droite (AB),

Affirmation 5 : Vrai

- Soit I le milieu de $[AB]$, on a $I\left(\dfrac{-1-5}{2}\,;\,\dfrac{-3-5}{2}\,;\,\dfrac{2+6}{2}\right)$, soit $I\,(-3\,;-4\,;4)$. On a alors $2\times(-3)+(-4)-2\times 4+18=0$, les coordonnées du point I vérifie l'équation de plan P donc I appartient à ce plan.
- On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-4\\-2\\4\end{pmatrix}$ et, d'après son équation cartésienne, le plan P admet pour vecteur normal le vecteur $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}2\\1\\-2\end{pmatrix}$. On peut remarquer que $\overrightarrow{AB}=-2\overrightarrow{n}$. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{n}$ étant colinéaires, le plan P est orthogonal à la droite (AB).

Le plan P passe donc par le milieu de $[AB]$ et est orthogonal à la droite (AB), c'est donc le plan médiateur du segment $[AB]$.