Corrigé de l'épreuve du baccalauréat de spécialité mathématiques

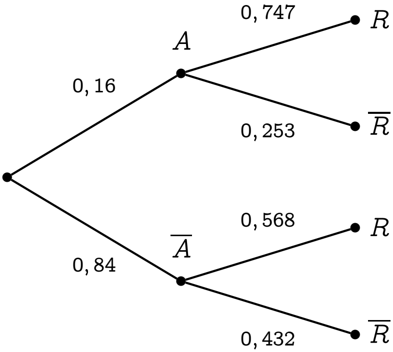
Polynésie
2 septembre 2025 (remplacement)
Exercice 1

http://specialite.mathematiques.free.fr/
fabien.vinsu@ac-besancon.fr

Exercice 1 - Partie A

1. On peut modéliser la situtation à l'aide de l'arbre suivant :

1. On peut modéliser la situtation à l'aide de l'arbre suivant :



2. (a) Les événements A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

2. (a) Les événements A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$P(R) =$$

2. (a) Les événements A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$P(R) = P(A) \times P_A(R) + P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(R)$$

2. (a) Les événements A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(R) &= P(A) \times P_A(R) + P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(R) \\ &= 0,16 \times 0,747 + 0,84 \times 0,568 \end{aligned}$$

2. (a) Les événements A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(R) &= P(A) \times P_A(R) + P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(R) \\ &= 0,16 \times 0,747 + 0,84 \times 0,568 \\ &= 0,11952 + 0,47712 \end{aligned}$$

2. (a) Les événements A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(R) &= P(A) \times P_A(R) + P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(R) \\ &= 0,16 \times 0,747 + 0,84 \times 0,568 \\ &= 0,11952 + 0,47712 \\ &= 0,59664 \end{aligned}$$

2. (a) Les événements A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(R) &= P(A) \times P_A(R) + P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(R) \\ &= 0,16 \times 0,747 + 0,84 \times 0,568 \\ &= 0,11952 + 0,47712 \\ &= 0,59664 \end{aligned}$$

La probabilité pour que le jeune ait eu le permis dès la première tentative est donc :

2. (a) Les événements A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(R) &= P(A) \times P_A(R) + P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(R) \\ &= 0,16 \times 0,747 + 0,84 \times 0,568 \\ &= 0,11952 + 0,47712 \\ &= 0,59664 \end{aligned}$$

La probabilité pour que le jeune ait eu le permis dès la première tentative est donc :

$$\boxed{P(R) = 0,59664}$$

2. (b) Cela signifie que :

2. (b) Cela signifie que :

$\boxed{\text{Environ 59,7 \% des jeunes réussissent le permis à la première tentative}}$

3. Il s'agit de calculer $P_R(A)$:

3. Il s'agit de calculer $P_R(A)$:

$$P_R(A) =$$

3. Il s'agit de calculer $P_R(A)$:

$$P_R(A) = \frac{P(A \cap R)}{P(R)}$$

3. Il s'agit de calculer $P_R(A)$:

$$\begin{aligned} P_R(A) &= \frac{P(A \cap R)}{P(R)} \\ &= \frac{P(A) \times P_A(R)}{P(R)} \end{aligned}$$

3. Il s'agit de calculer $P_R(A)$:

$$\begin{aligned} P_R(A) &= \frac{P(A \cap R)}{P(R)} \\ &= \frac{P(A) \times P_A(R)}{P(R)} \\ &= \frac{0,16 \times 0,747}{0,597} \end{aligned}$$

3. Il s'agit de calculer $P_R(A)$:

$$\begin{aligned} P_R(A) &= \frac{P(A \cap R)}{P(R)} \\ &= \frac{P(A) \times P_A(R)}{P(R)} \\ &= \frac{0,16 \times 0,747}{0,597} \\ &\approx 0,200 \end{aligned}$$

3. Il s'agit de calculer $P_R(A)$:

$$\begin{aligned} P_R(A) &= \frac{P(A \cap R)}{P(R)} \\ &= \frac{P(A) \times P_A(R)}{P(R)} \\ &= \frac{0,16 \times 0,747}{0,597} \\ &\approx 0,200 \end{aligned}$$

Sachant que le jeune a eu son permis dès sa première tentative, la probabilité qu'il ait suivi la formation de conduite accompagnée est :

3. Il s'agit de calculer $P_R(A)$:

$$\begin{aligned}
P_R(A) &= \frac{P(A \cap R)}{P(R)} \\
&= \frac{P(A) \times P_A(R)}{P(R)} \\
&= \frac{0,16 \times 0,747}{0,597} \\
&\approx 0,200
\end{aligned}$$

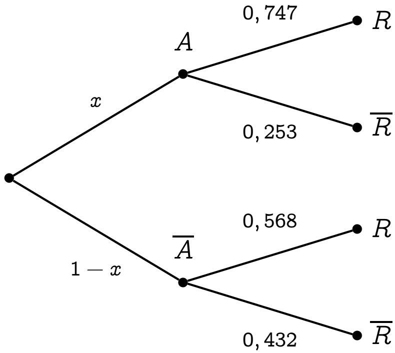
Sachant que le jeune a eu son permis dès sa première tentative, la probabilité qu'il ait suivi la formation de conduite accompagnée est :

$$\boxed{P_R(A) \approx 0,200}$$

4. Soit x la proportion de jeunes suivant la formation de conduite accompagnée.

4. Soit x la proportion de jeunes suivant la formation de conduite accompagnée. On peut modéliser cette nouvelle situation par l'arbre suivant :

4. Soit x la proportion de jeunes suivant la formation de conduite accompagnée. On peut modéliser cette nouvelle situation par l'arbre suivant :



Les événements A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

Les événements A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$P(R) =$$

Les événements A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$P(R) = P(A) \times P_A(R) + P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(R)$$

Les événements A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(R) &= P(A) \times P_A(R) + P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(R) \\ &= x \times 0,747 + (1 - x) \times 0,568 \end{aligned}$$

Les événements A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(R) &= P(A) \times P_A(R) + P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(R) \\ &= x \times 0,747 + (1 - x) \times 0,568 \\ &= 0,747x + 0,568 - 0,568x \end{aligned}$$

Les événements A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(R) &= P(A) \times P_A(R) + P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(R) \\ &= x \times 0,747 + (1-x) \times 0,568 \\ &= 0,747x + 0,568 - 0,568x \\ &= 0,179x + 0,568 \end{aligned}$$

Les événements A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(R) &= P(A) \times P_A(R) + P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(R) \\ &= x \times 0,747 + (1-x) \times 0,568 \\ &= 0,747x + 0,568 - 0,568x \\ &= 0,179x + 0,568 \end{aligned}$$

Il s'agit alors de déterminer les valeurs de x pour lesquelles $P(R) \geqslant 0,7$:

Les événements A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(R) &= P(A) \times P_A(R) + P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(R) \\ &= x \times 0,747 + (1-x) \times 0,568 \\ &= 0,747x + 0,568 - 0,568x \\ &= 0,179x + 0,568 \end{aligned}$$

Il s'agit alors de déterminer les valeurs de x pour lesquelles $P(R) \geqslant 0,7$:

$$P(R) \geqslant 0,7 \Longleftrightarrow$$

Les événements A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(R) &= P(A) \times P_A(R) + P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(R) \\ &= x \times 0,747 + (1-x) \times 0,568 \\ &= 0,747x + 0,568 - 0,568x \\ &= 0,179x + 0,568 \end{aligned}$$

Il s'agit alors de déterminer les valeurs de x pour lesquelles $P(R) \geqslant 0,7$:

$$P(R) \geqslant 0,7 \iff 0,179x + 0,568 \geqslant 0,7$$

Les événements A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(R) &= P(A) \times P_A(R) + P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(R) \\ &= x \times 0,747 + (1-x) \times 0,568 \\ &= 0,747x + 0,568 - 0,568x \\ &= 0,179x + 0,568 \end{aligned}$$

Il s'agit alors de déterminer les valeurs de x pour lesquelles $P(R) \geqslant 0,7$:

$$\begin{aligned} P(R) \geqslant 0,7 &\iff 0,179x + 0,568 \geqslant 0,7 \\ &\iff 0,179x \geqslant 0,132 \end{aligned}$$

Les événements A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(R) &= P(A) \times P_A(R) + P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(R) \\ &= x \times 0,747 + (1 - x) \times 0,568 \\ &= 0,747x + 0,568 - 0,568x \\ &= 0,179x + 0,568 \end{aligned}$$

Il s'agit alors de déterminer les valeurs de x pour lesquelles $P(R) \geqslant 0,7$:

$$\begin{aligned} P(R) \geqslant 0,7 &\iff 0,179x + 0,568 \geqslant 0,7 \\ &\iff 0,179x \geqslant 0,132 \\ &\iff x \geqslant \frac{0,132}{0,179} \end{aligned}$$

Les événements A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(R) &= P(A) \times P_A(R) + P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(R) \\ &= x \times 0,747 + (1-x) \times 0,568 \\ &= 0,747x + 0,568 - 0,568x \\ &= 0,179x + 0,568 \end{aligned}$$

Il s'agit alors de déterminer les valeurs de x pour lesquelles $P(R) \geqslant 0,7$:

$$\begin{aligned} P(R) \geqslant 0,7 &\iff 0,179x + 0,568 \geqslant 0,7 \\ &\iff 0,179x \geqslant 0,132 \\ &\iff x \geqslant \frac{0,132}{0,179} \end{aligned}$$

Or $\dfrac{0,132}{0,179} \approx 0,737$

Les événements A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(R) &= P(A) \times P_A(R) + P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(R) \\ &= x \times 0,747 + (1-x) \times 0,568 \\ &= 0,747x + 0,568 - 0,568x \\ &= 0,179x + 0,568 \end{aligned}$$

Il s'agit alors de déterminer les valeurs de x pour lesquelles $P(R) \geqslant 0,7$:

$$\begin{aligned} P(R) \geqslant 0,7 &\iff 0,179x + 0,568 \geqslant 0,7 \\ &\iff 0,179x \geqslant 0,132 \\ &\iff x \geqslant \frac{0,132}{0,179} \end{aligned}$$

Or $\dfrac{0,132}{0,179} \approx 0,737$ donc si l'on veut que le taux de réussite global dès la première tentative à l'examen de conduite dépasse 70 %,

Les événements A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(R) &= P(A) \times P_A(R) + P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(R) \\ &= x \times 0,747 + (1-x) \times 0,568 \\ &= 0,747x + 0,568 - 0,568x \\ &= 0,179x + 0,568 \end{aligned}$$

Il s'agit alors de déterminer les valeurs de x pour lesquelles $P(R) \geqslant 0,7$:

$$\begin{aligned} P(R) \geqslant 0,7 &\iff 0,179x + 0,568 \geqslant 0,7 \\ &\iff 0,179x \geqslant 0,132 \\ &\iff x \geqslant \frac{0,132}{0,179} \end{aligned}$$

Or $\dfrac{0,132}{0,179} \approx 0,737$ donc si l'on veut que le taux de réussite global dès la première tentative à l'examen de conduite dépasse 70 %, la proportion de jeunes suivant la formation de conduite accompagnée devrait être supérieure à :

$$\boxed{73,7\ \%}$$

Partie B

Partie B

1. On répète 10 fois, de façon identique et indépendante, une épreuve de Bernoulli dont la probabilité de succès est égale à $0,747$.

Partie B

1. On répète 10 fois, de façon identique et indépendante, une épreuve de Bernoulli dont la probabilité de succès est égale à $0,747$. La variable aléatoire X compte le nombre de succès donc :

1. On répète 10 fois, de façon identique et indépendante, une épreuve de Bernoulli dont la probabilité de succès est égale à $0,747$. La variable aléatoire X compte le nombre de succès donc :

$$\boxed{X \text{ suit une loi binomiale de paramètres } n = 10 \text{ et } p = 0,747}$$

2. À l'aide de la calculatrice, on obtient que la probabilité pour qu'au moins 6 candidats parmi les 10 aient leur permis dès la première tentative est :

2. À l'aide de la calculatrice, on obtient que la probabilité pour qu'au moins 6 candidats parmi les 10 aient leur permis dès la première tentative est :

$$\boxed{P(X \geqslant 6) \approx 0,918}$$

3. La variable aléatoire X suit une loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0,727$.

3. La variable aléatoire X suit une loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0,727$. Son espérance est donc
$E(X) =$

3. La variable aléatoire X suit une loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0,727$. Son espérance est donc
$E(X) = n \times p$

3. La variable aléatoire X suit une loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0,727$. Son espérance est donc
$E(X) = n \times p = 10 \times 0,747$

3. La variable aléatoire X suit une loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0,727$. Son espérance est donc
$E(X) = n \times p = 10 \times 0,747 = 7,47$

3. La variable aléatoire X suit une loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0,727$. Son espérance est donc $E(X) = n \times p = 10 \times 0,747 = 7,47$ et sa variance est $V(X) =$

3. La variable aléatoire X suit une loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0,727$. Son espérance est donc $E(X) = n \times p = 10 \times 0,747 = 7,47$ et sa variance est $V(X) = np(1 - p) = 10 \times 0,747 \times 0,253$

3. La variable aléatoire X suit une loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0,727$. Son espérance est donc $E(X) = n \times p = 10 \times 0,747 = 7,47$ et sa variance est $V(X) = np(1-p) = 10 \times 0,747 \times 0,253 = 1,88991$.

3. La variable aléatoire X suit une loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0,727$. Son espérance est donc
$E(X) = n \times p = 10 \times 0,747 = 7,47$ et sa variance est
$V(X) = np(1-p) = 10 \times 0,747 \times 0,253 = 1,88991$. Soit :

$$\boxed{E(X) = 7,47} \quad \text{et} \quad \boxed{V(X) = 1,88991}$$

4. (a) Le nombre total de candidats qui auront le permis dès la première tentative est égal à la somme de ceux qui ont suivi la conduite accompagnée et de ceux qui ne l'on pas suivie, soit :

4. (a) Le nombre total de candidats qui auront le permis dès la première tentative est égal à la somme de ceux qui ont suivi la conduite accompagnée et de ceux qui ne l'on pas suivie, soit :

$$\boxed{Z = X + Y}$$

4. (a) Le nombre total de candidats qui auront le permis dès la première tentative est égal à la somme de ceux qui ont suivi la conduite accompagnée et de ceux qui ne l'on pas suivie, soit :

$$\boxed{Z = X + Y}$$

On a alors, par linéarité de l'espérance,
$E(Z) =$

4. (a) Le nombre total de candidats qui auront le permis dès la première tentative est égal à la somme de ceux qui ont suivi la conduite accompagnée et de ceux qui ne l'on pas suivie, soit :

$$\boxed{Z = X + Y}$$

On a alors, par linéarité de l'espérance,
$E(Z) = E(X + Y)$

4. (a) Le nombre total de candidats qui auront le permis dès la première tentative est égal à la somme de ceux qui ont suivi la conduite accompagnée et de ceux qui ne l'on pas suivie, soit :

$$\boxed{Z = X + Y}$$

On a alors, par linéarité de l'espérance,
$E(Z) = E(X + Y) = E(X) + E(Y)$

4. (a) Le nombre total de candidats qui auront le permis dès la première tentative est égal à la somme de ceux qui ont suivi la conduite accompagnée et de ceux qui ne l'on pas suivie, soit :

$$\boxed{Z = X + Y}$$

On a alors, par linéarité de l'espérance,
$E(Z) = E(X + Y) = E(X) + E(Y) = 7,47 + 22,53$

4. (a) Le nombre total de candidats qui auront le permis dès la première tentative est égal à la somme de ceux qui ont suivi la conduite accompagnée et de ceux qui ne l'on pas suivie, soit :

$$\boxed{Z = X + Y}$$

On a alors, par linéarité de l'espérance,
$E(Z) = E(X + Y) = E(X) + E(Y) = 7,47 + 22,53 = 30$

4. (a) Le nombre total de candidats qui auront le permis dès la première tentative est égal à la somme de ceux qui ont suivi la conduite accompagnée et de ceux qui ne l'on pas suivie, soit :

$$\boxed{Z = X + Y}$$

On a alors, par linéarité de l'espérance,
$E(Z) = E(X+Y) = E(X) + E(Y) = 7,47 + 22,53 = 30$ et, par indépendance,
$V(Z) =$

4. (a) Le nombre total de candidats qui auront le permis dès la première tentative est égal à la somme de ceux qui ont suivi la conduite accompagnée et de ceux qui ne l'on pas suivie, soit :

$$\boxed{Z = X + Y}$$

On a alors, par linéarité de l'espérance,
$E(Z) = E(X + Y) = E(X) + E(Y) = 7,47 + 22,53 = 30$ et, par indépendance,
$V(Z) = V(X + Y)$

4. (a) Le nombre total de candidats qui auront le permis dès la première tentative est égal à la somme de ceux qui ont suivi la conduite accompagnée et de ceux qui ne l'on pas suivie, soit :

$$\boxed{Z = X + Y}$$

On a alors, par linéarité de l'espérance,
$E(Z) = E(X + Y) = E(X) + E(Y) = 7,47 + 22,53 = 30$ et, par indépendance,
$V(Z) = V(X+Y) = V(X)+V(Y)$

4. (a) Le nombre total de candidats qui auront le permis dès la première tentative est égal à la somme de ceux qui ont suivi la conduite accompagnée et de ceux qui ne l'on pas suivie, soit :

$$\boxed{Z = X + Y}$$

On a alors, par linéarité de l'espérance,
$E(Z) = E(X + Y) = E(X) + E(Y) = 7,47 + 22,53 = 30$ et, par indépendance,
$V(Z) = V(X+Y) = V(X)+V(Y) = 1,88991+9,81$

4. (a) Le nombre total de candidats qui auront le permis dès la première tentative est égal à la somme de ceux qui ont suivi la conduite accompagnée et de ceux qui ne l'on pas suivie, soit :

$$\boxed{Z = X + Y}$$

On a alors, par linéarité de l'espérance,
$E(Z) = E(X + Y) = E(X) + E(Y) = 7,47 + 22,53 = 30$ et, par indépendance,
$V(Z) = V(X+Y) = V(X)+V(Y) = 1,88991+9,81 = 11,69991.$

4. (a) Le nombre total de candidats qui auront le permis dès la première tentative est égal à la somme de ceux qui ont suivi la conduite accompagnée et de ceux qui ne l'on pas suivie, soit :

$$\boxed{Z = X + Y}$$

On a alors, par linéarité de l'espérance,
$E(Z) = E(X+Y) = E(X) + E(Y) = 7,47 + 22,53 = 30$ et, par indépendance,
$V(Z) = V(X+Y) = V(X) + V(Y) = 1,88991 + 9,81 = 11,69991$.
Soit :

$$\boxed{E(Z) = 30} \quad \text{et} \quad \boxed{V(Z) = 11,69991}$$

4. (b) D'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, on a :

4. (b) D'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, on a :

$$P\left(|Z - E(Z)| \geqslant 10\right) \leqslant \frac{V(Z)}{10^2}$$

4. (b) D'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, on a :

$$P\left(|Z - E(Z)| \geqslant 10\right) \leqslant \frac{V(Z)}{10^2}$$

D'où :

$$P\left(|Z - 30| \geqslant 10\right) \leqslant \frac{11,69991}{100}$$

4. (b) D'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, on a :

$$P\left(|Z-E(Z)| \geqslant 10\right) \leqslant \frac{V(Z)}{10^2}$$

D'où :

$$P\left(|Z-30| \geqslant 10\right) \leqslant \frac{11,69991}{100}$$

Soit :

$$P\left((Z \leqslant 20) \text{ ou } (Z \geqslant 40)\right) \leqslant 0,1169991$$

4. (b) D'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, on a :

$$P\left(|Z - E(Z)| \geqslant 10\right) \leqslant \frac{V(Z)}{10^2}$$

D'où :

$$P\left(|Z - 30| \geqslant 10\right) \leqslant \frac{11,69991}{100}$$

Soit :

$$P\left((Z \leqslant 20) \text{ ou } (Z \geqslant 40)\right) \leqslant 0,1169991$$

Donc la probabilité qu'il y ait moins de 20 ou plus de 40 candidats qui aient leur permis dès la première tentative est :

4. (b) D'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, on a :

$$P\left(|Z - E(Z)| \geqslant 10\right) \leqslant \frac{V(Z)}{10^2}$$

D'où :

$$P\left(|Z - 30| \geqslant 10\right) \leqslant \frac{11,69991}{100}$$

Soit :

$$P\left((Z \leqslant 20) \text{ ou } (Z \geqslant 40)\right) \leqslant 0,1169991$$

Donc la probabilité qu'il y ait moins de 20 ou plus de 40 candidats qui aient leur permis dès la première tentative est :

$$\boxed{P\left((Z \leqslant 19,6) \text{ ou } (Z \geqslant 40)\right) \leqslant 0,12}$$