Corrigé de l'épreuve du baccalauréat de spécialité mathématiques

Polynésie
2 septembre 2025 (remplacement)
Exercice 2

http://specialite.mathematiques.free.fr/
fabien.vinsu@ac-besancon.fr

Exercice 2 - Partie A

Exercice 2 - Partie A

1. Il s'agit d'une équation différentielle de la forme $y' = ay + b$ avec $a = 0,05$ et $b = -0,5$.

Exercice 2 - Partie A

1. Il s'agit d'une équation différentielle de la forme $y' = ay + b$ avec $a = 0,05$ et $b = -0,5$. On a alors $\dfrac{b}{a} =$

Exercice 2 - Partie A

1. Il s'agit d'une équation différentielle de la forme $y' = ay + b$ avec $a = 0,05$ et $b = -0,5$. On a alors $\dfrac{b}{a} = \dfrac{-0,5}{0,05}$

Exercice 2 - Partie A

1. Il s'agit d'une équation différentielle de la forme $y' = ay + b$ avec $a = 0,05$ et $b = -0,5$. On a alors $\dfrac{b}{a} = \dfrac{-0,5}{0,05} = -10$.

1. Il s'agit d'une équation différentielle de la forme $y' = ay + b$ avec $a = 0,05$ et $b = -0,5$. On a alors $\dfrac{b}{a} = \dfrac{-0,5}{0,05} = -10$. Les solutions de (E_1) sont donc les fonctions de la forme :

Exercice 2 - Partie A

1. Il s'agit d'une équation différentielle de la forme $y' = ay + b$ avec $a = 0,05$ et $b = -0,5$. On a alors $\dfrac{b}{a} = \dfrac{-0,5}{0,05} = -10$. Les solutions de (E_1) sont donc les fonctions de la forme :

$$x \mapsto \lambda \mathrm{e}^{0,05x} + 10$$

1. Il s'agit d'une équation différentielle de la forme $y' = ay + b$ avec $a = 0,05$ et $b = -0,5$. On a alors $\dfrac{b}{a} = \dfrac{-0,5}{0,05} = -10$. Les solutions de (E_1) sont donc les fonctions de la forme :

$$x \longmapsto \lambda \mathrm{e}^{0,05x} + 10$$

De plus, on sait que $y(0) = 50$:

Exercice 2 - Partie A

1. Il s'agit d'une équation différentielle de la forme $y' = ay + b$ avec $a = 0,05$ et $b = -0,5$. On a alors $\dfrac{b}{a} = \dfrac{-0,5}{0,05} = -10$. Les solutions de (E_1) sont donc les fonctions de la forme :

$$x \mapsto \lambda \mathrm{e}^{0,05x} + 10$$

De plus, on sait que $y(0) = 50$:

$$y(0) = 50 \iff$$

1. Il s'agit d'une équation différentielle de la forme $y' = ay + b$ avec $a = 0,05$ et $b = -0,5$. On a alors $\dfrac{b}{a} = \dfrac{-0,5}{0,05} = -10$. Les solutions de (E_1) sont donc les fonctions de la forme :

$$x \mapsto \lambda \mathrm{e}^{0,05x} + 10$$

De plus, on sait que $y(0) = 50$:

$$y(0) = 50 \Longleftrightarrow \lambda \mathrm{e}^{0,05\times 0} + 10 = 50$$

Exercice 2 - Partie A

1. Il s'agit d'une équation différentielle de la forme $y' = ay + b$ avec $a = 0,05$ et $b = -0,5$. On a alors $\dfrac{b}{a} = \dfrac{-0,5}{0,05} = -10$. Les solutions de (E_1) sont donc les fonctions de la forme :

$$x \mapsto \lambda \mathrm{e}^{0,05x} + 10$$

De plus, on sait que $y(0) = 50$:

$$\begin{aligned} y(0) = 50 &\iff \lambda \mathrm{e}^{0,05\times 0} + 10 = 50 \\ &\iff \lambda + 10 = 50 \end{aligned}$$

1. Il s'agit d'une équation différentielle de la forme $y' = ay + b$ avec $a = 0,05$ et $b = -0,5$. On a alors $\dfrac{b}{a} = \dfrac{-0,5}{0,05} = -10$. Les solutions de (E_1) sont donc les fonctions de la forme :

$$x \mapsto \lambda e^{0,05x} + 10$$

De plus, on sait que $y(0) = 50$:

$$\begin{aligned} y(0) = 50 &\iff \lambda e^{0,05 \times 0} + 10 = 50 \\ &\iff \lambda + 10 = 50 \\ &\iff \lambda = 40 \end{aligned}$$

Exercice 2 - Partie A

1. Il s'agit d'une équation différentielle de la forme $y' = ay + b$ avec $a = 0,05$ et $b = -0,5$. On a alors $\dfrac{b}{a} = \dfrac{-0,5}{0,05} = -10$. Les solutions de (E_1) sont donc les fonctions de la forme :

$$x \mapsto \lambda \mathrm{e}^{0,05x} + 10$$

De plus, on sait que $y(0) = 50$:

$$\begin{aligned} y(0) = 50 &\iff \lambda \mathrm{e}^{0,05\times 0} + 10 = 50 \\ &\iff \lambda + 10 = 50 \\ &\iff \lambda = 40 \end{aligned}$$

La solution y de (E_1) vérifiant $y(0) = 50$ est donc le fonction définie, pour tout $x \in \mathbb{R}$, par :

Exercice 2 - Partie A

1. Il s'agit d'une équation différentielle de la forme $y' = ay + b$ avec $a = 0,05$ et $b = -0,5$. On a alors $\dfrac{b}{a} = \dfrac{-0,5}{0,05} = -10$. Les solutions de (E_1) sont donc les fonctions de la forme :

$$x \mapsto \lambda \mathrm{e}^{0,05x} + 10$$

De plus, on sait que $y(0) = 50$:

$$\begin{aligned} y(0) = 50 &\iff \lambda \mathrm{e}^{0,05\times 0} + 10 = 50 \\ &\iff \lambda + 10 = 50 \\ &\iff \lambda = 40 \end{aligned}$$

La solution y de (E_1) vérifiant $y(0) = 50$ est donc le fonction définie, pour tout $x \in \mathbb{R}$, par :

$$\boxed{y(x) = 40\mathrm{e}^{0,05x} + 10}$$

2. On a alors :
    - $y(0) = 50$

2. On a alors :
   - $y(0) = 50$ ce qui correspond au nombre d'individus en 2000.

2. On a alors :

- $y(0) = 50$ ce qui correspond au nombre d'individus en 2000.
- $y(5) = 40\text{e}^{0,05\times 5} + 10 \approx 61$

2. On a alors :

- $y(0) = 50$ ce qui correspond au nombre d'individus en 2000.
- $y(5) = 40\mathrm{e}^{0,05\times 5} + 10 \approx 61$ alors que le nombre réel en 2005 est de 64.

2. On a alors :

- $y(0) = 50$ ce qui correspond au nombre d'individus en 2000.
- $y(5) = 40\mathrm{e}^{0,05\times 5} + 10 \approx 61$ alors que le nombre réel en 2005 est de 64.
- $y(10) = 40\mathrm{e}^{0,05\times 10} + 10 \approx 76$

2. On a alors :

- $y(0) = 50$ ce qui correspond au nombre d'individus en 2000.
- $y(5) = 40\text{e}^{0,05\times 5} + 10 \approx 61$ alors que le nombre réel en 2005 est de 64.
- $y(10) = 40\text{e}^{0,05\times 10} + 10 \approx 76$ alors que le nombre réel en 2010 est de 80.

2. On a alors :

- $y(0) = 50$ ce qui correspond au nombre d'individus en 2000.
- $y(5) = 40\text{e}^{0,05\times 5} + 10 \approx 61$ alors que le nombre réel en 2005 est de 64.
- $y(10) = 40\text{e}^{0,05\times 10} + 10 \approx 76$ alors que le nombre réel en 2010 est de 80.
- $y(15) = 40\text{e}^{0,05\times 15} + 10 \approx 95$

2. On a alors :
   - $y(0) = 50$ ce qui correspond au nombre d'individus en 2000.
   - $y(5) = 40\mathrm{e}^{0,05\times5} + 10 \approx 61$ alors que le nombre réel en 2005 est de 64.
   - $y(10) = 40\mathrm{e}^{0,05\times10} + 10 \approx 76$ alors que le nombre réel en 2010 est de 80.
   - $y(15) = 40\mathrm{e}^{0,05\times15} + 10 \approx 95$ alors que le nombre réel en 2015 est de 100.

2. On a alors :

   - $y(0) = 50$ ce qui correspond au nombre d'individus en 2000.
   - $y(5) = 40\mathrm{e}^{0,05\times 5} + 10 \approx 61$ alors que le nombre réel en 2005 est de 64.
   - $y(10) = 40\mathrm{e}^{0,05\times 10} + 10 \approx 76$ alors que le nombre réel en 2010 est de 80.
   - $y(15) = 40\mathrm{e}^{0,05\times 15} + 10 \approx 95$ alors que le nombre réel en 2015 est de 100.

   On peut considérer que la modélisation est correcte mais qu'elle manque tout de même de précision.

Partie B

1. On a $f(0) =$

1. On a $f(0) = \dfrac{800}{1 + 15\mathrm{e}^{0}}$

Partie B

1. On a $f(0) = \dfrac{800}{1+15\mathrm{e}^0} = \dfrac{800}{16}$

Partie B

1. On a $f(0) = \dfrac{800}{1 + 15\mathrm{e}^{0}} = \dfrac{800}{16} = 50$

Partie B

1. On a $f(0) = \dfrac{800}{1+15\text{e}^0} = \dfrac{800}{16} = 50$, soit :

$$\boxed{f(0) = 50}$$

Partie B

1. On a $f(0) = \dfrac{800}{1 + 15\mathrm{e}^0} = \dfrac{800}{16} = 50$, soit :

$$\boxed{f(0) = 50}$$

D'après le logiciel de calcul formel, pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

1. On a $f(0) = \dfrac{800}{1+15\mathrm{e}^0} = \dfrac{800}{16} = 50$, soit :

$$\boxed{f(0) = 50}$$

D'après le logiciel de calcul formel, pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$f'(x) = \frac{600\mathrm{e}^{-0,05x}}{\left(1+15\mathrm{e}^{-0,05x}\right)^2}$$

Et d'autre part :

$$0,05f(x)(1-0,00125f(x)) =$$

Et d'autre part :

$$0,05f(x)(1-0,00125f(x)) = 0,05 \times \frac{800}{1+15\mathrm{e}^{-0,05x}}\left(1-0,00125 \times \frac{800}{1+15\mathrm{e}^{-0,05x}}\right)$$

Et d'autre part :

$$\begin{aligned}0,05f(x)(1-0,00125f(x)) &= 0,05\times\frac{800}{1+15\mathrm{e}^{-0,05x}}\left(1-0,00125\times\frac{800}{1+15\mathrm{e}^{-0,05x}}\right)\\ &= \frac{40}{1+15\mathrm{e}^{-0,05x}}\left(1-\frac{1}{1+15\mathrm{e}^{-0,05x}}\right)\end{aligned}$$

Et d'autre part :

$$\begin{aligned}0,05f(x)(1-0,00125f(x)) &= 0,05\times\frac{800}{1+15\text{e}^{-0,05x}}\left(1-0,00125\times\frac{800}{1+15\text{e}^{-0,05x}}\right)\\ &= \frac{40}{1+15\text{e}^{-0,05x}}\left(1-\frac{1}{1+15\text{e}^{-0,05x}}\right)\\ &= \frac{40}{1+15\text{e}^{-0,05x}}\times\frac{1+15\text{e}^{-0,05x}-1}{1+15\text{e}^{-0,05x}}\end{aligned}$$

Et d'autre part :

$$\begin{aligned}0,05f(x)(1-0,00125f(x)) &= 0,05\times\frac{800}{1+15\mathrm{e}^{-0,05x}}\left(1-0,00125\times\frac{800}{1+15\mathrm{e}^{-0,05x}}\right)\\ &= \frac{40}{1+15\mathrm{e}^{-0,05x}}\left(1-\frac{1}{1+15\mathrm{e}^{-0,05x}}\right)\\ &= \frac{40}{1+15\mathrm{e}^{-0,05x}}\times\frac{1+15\mathrm{e}^{-0,05x}-1}{1+15\mathrm{e}^{-0,05x}}\\ &= \frac{40}{1+15\mathrm{e}^{-0,05x}}\times\frac{15\mathrm{e}^{-0,05x}}{1+15\mathrm{e}^{-0,05x}}\end{aligned}$$

Et d'autre part :

$$\begin{aligned}
0,05f(x)(1-0,00125f(x)) &= 0,05 \times \frac{800}{1+15\mathrm{e}^{-0,05x}}\left(1-0,00125 \times \frac{800}{1+15\mathrm{e}^{-0,05x}}\right) \\
&= \frac{40}{1+15\mathrm{e}^{-0,05x}}\left(1-\frac{1}{1+15\mathrm{e}^{-0,05x}}\right) \\
&= \frac{40}{1+15\mathrm{e}^{-0,05x}} \times \frac{1+15\mathrm{e}^{-0,05x}-1}{1+15\mathrm{e}^{-0,05x}} \\
&= \frac{40}{1+15\mathrm{e}^{-0,05x}} \times \frac{15\mathrm{e}^{-0,05x}}{1+15\mathrm{e}^{-0,05x}} \\
&= \frac{600\mathrm{e}^{-0,05x}}{\left(1+15\mathrm{e}^{-0,05x}\right)^2}
\end{aligned}$$

Et d'autre part :

$$\begin{aligned}
0,05f(x)(1-0,00125f(x)) &= 0,05 \times \frac{800}{1+15\mathrm{e}^{-0,05x}}\left(1-0,00125 \times \frac{800}{1+15\mathrm{e}^{-0,05x}}\right)\\
&= \frac{40}{1+15\mathrm{e}^{-0,05x}}\left(1-\frac{1}{1+15\mathrm{e}^{-0,05x}}\right)\\
&= \frac{40}{1+15\mathrm{e}^{-0,05x}} \times \frac{1+15\mathrm{e}^{-0,05x}-1}{1+15\mathrm{e}^{-0,05x}}\\
&= \frac{40}{1+15\mathrm{e}^{-0,05x}} \times \frac{15\mathrm{e}^{-0,05x}}{1+15\mathrm{e}^{-0,05x}}\\
&= \frac{600\mathrm{e}^{-0,05x}}{\left(1+15\mathrm{e}^{-0,05x}\right)^2}
\end{aligned}$$

On a donc bien :

$$\boxed{f'(x) = 0,05f(x)(1-0,00125f(x))}$$

2. On a $f(50) =$

2. On a $f(50) = \dfrac{800}{1 + 15\mathrm{e}^{50}}$

2. On a $f(50) = \dfrac{800}{1 + 15\mathrm{e}^{50}} \approx 359$

2. On a $f(50) = \dfrac{800}{1 + 15e^{50}} \approx 359$ donc avec ce modèle, on peut estimer qu'en 2050 le nombre d'individus sera :

2. On a $f(50) = \dfrac{800}{1 + 15\mathrm{e}^{50}} \approx 359$ donc avec ce modèle, on peut estimer qu'en 2050 le nombre d'individus sera :

$$\boxed{f(50) \approx 359}$$

3. On a $\lim_{x \to +\infty} \mathrm{e}^{-0{,}05x} = 0$ donc :

3. On a $\lim\limits_{x \to +\infty} \mathrm{e}^{-0{,}05x} = 0$ donc :

$$\boxed{\lim_{x \to +\infty} f(x) = 800}$$

3. On a $\lim\limits_{x \to +\infty} \mathrm{e}^{-0{,}05x} = 0$ donc :

$$\boxed{\lim_{x \to +\infty} f(x) = 800}$$

On en déduit que la courbe $\mathscr{C}$ admet la droite d'équation $y = 800$ pour asymptote horizontale en $+\infty$.

3. On a $\lim\limits_{x \to +\infty} \mathrm{e}^{-0,05x} = 0$ donc :

$$\boxed{\lim_{x \to +\infty} f(x) = 800}$$

On en déduit que la courbe $\mathscr{C}$ admet la droite d'équation $y = 800$ pour asymptote horizontale en $+\infty$. Cela signifie qu'à long terme, le nombre d'individu va se rapprocher de 800.

4. Pour tout $x \in [0\,; +\infty[$, on a $f'(x) = \dfrac{600\mathrm{e}^{-0,05x}}{\left(1 + 15\mathrm{e}^{-0,05x}\right)^2}$.

4. Pour tout $x \in [0\,; +\infty[$, on a $f'(x) = \dfrac{600\mathrm{e}^{-0,05x}}{\left(1 + 15\mathrm{e}^{-0,05x}\right)^2}$. Or pour tout $x \in [0\,; +\infty[$, $600\mathrm{e}^{-0,05x} > 0$

4. Pour tout $x \in [0\,;+\infty[$, on a $f'(x) = \dfrac{600\mathrm{e}^{-0,05x}}{\left(1+15\mathrm{e}^{-0,05x}\right)^2}$. Or pour tout $x \in [0\,;+\infty[$, $600\mathrm{e}^{-0,05x} > 0$ et $\left(1+15\mathrm{e}^{-0,05x}\right)^2 > 0$

4. Pour tout $x \in [0\,;+\infty[$, on a $f'(x) = \dfrac{600\mathrm{e}^{-0,05x}}{\left(1+15\mathrm{e}^{-0,05x}\right)^2}$. Or pour tout $x \in [0\,;+\infty[$, $600\mathrm{e}^{-0,05x} > 0$ et $\left(1+15\mathrm{e}^{-0,05x}\right)^2 > 0$ donc $f'(x) > 0$.

4. Pour tout $x \in [0\,;+\infty[$, on a $f'(x) = \dfrac{600\mathrm{e}^{-0,05x}}{\left(1+15\mathrm{e}^{-0,05x}\right)^2}$. Or pour tout $x \in [0\,;+\infty[$, $600\mathrm{e}^{-0,05x} > 0$ et $\left(1+15\mathrm{e}^{-0,05x}\right)^2 > 0$ donc $f'(x) > 0$. On en déduit que :

$$\boxed{f \text{ est strictement croissante sur } [0\,;+\infty[}$$

5. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

5. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$15\mathrm{e}^{-0,05x} - 1 \geqslant 0 \iff$$

5. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$15\mathrm{e}^{-0{,}05x} - 1 \geqslant 0 \iff 15\mathrm{e}^{-0{,}05x} \geqslant 1$$

5. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned} 15\mathrm{e}^{-0{,}05x} - 1 \geqslant 0 &\iff 15\mathrm{e}^{-0{,}05x} \geqslant 1 \\ &\iff \mathrm{e}^{-0{,}05x} \geqslant \frac{1}{15} \end{aligned}$$

5. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned}
15\mathrm{e}^{-0{,}05x} - 1 \geqslant 0 &\iff 15\mathrm{e}^{-0{,}05x} \geqslant 1 \\
&\iff \mathrm{e}^{-0{,}05x} \geqslant \frac{1}{15} \\
&\iff -0,05x \geqslant \ln\left(\frac{1}{15}\right)
\end{aligned}$$

5. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned}
15\mathrm{e}^{-0{,}05x} - 1 \geqslant 0 &\Longleftrightarrow 15\mathrm{e}^{-0{,}05x} \geqslant 1 \\
&\Longleftrightarrow \mathrm{e}^{-0{,}05x} \geqslant \frac{1}{15} \\
&\Longleftrightarrow -0,05x \geqslant \ln\left(\frac{1}{15}\right) \\
&\Longleftrightarrow -0,05x \geqslant -\ln(15)
\end{aligned}$$

5. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned}
15\mathrm{e}^{-0,05x} - 1 \geqslant 0 &\iff 15\mathrm{e}^{-0,05x} \geqslant 1 \\
&\iff \mathrm{e}^{-0,05x} \geqslant \frac{1}{15} \\
&\iff -0,05x \geqslant \ln\left(\frac{1}{15}\right) \\
&\iff -0,05x \geqslant -\ln(15) \\
&\iff x \leqslant \frac{-\ln(15)}{-0,05}
\end{aligned}$$

5. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned}
15\mathrm{e}^{-0{,}05x} - 1 \geqslant 0 &\Longleftrightarrow 15\mathrm{e}^{-0{,}05x} \geqslant 1 \\
&\Longleftrightarrow \mathrm{e}^{-0{,}05x} \geqslant \frac{1}{15} \\
&\Longleftrightarrow -0,05x \geqslant \ln\left(\frac{1}{15}\right) \\
&\Longleftrightarrow -0,05x \geqslant -\ln(15) \\
&\Longleftrightarrow x \leqslant \frac{-\ln(15)}{-0,05} \\
&\Longleftrightarrow x \leqslant 20\ln(15)
\end{aligned}$$

5. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned} 15\mathrm{e}^{-0{,}05x} - 1 \geqslant 0 &\iff 15\mathrm{e}^{-0{,}05x} \geqslant 1 \\ &\iff \mathrm{e}^{-0{,}05x} \geqslant \frac{1}{15} \\ &\iff -0,05x \geqslant \ln\left(\frac{1}{15}\right) \\ &\iff -0,05x \geqslant -\ln(15) \\ &\iff x \leqslant \frac{-\ln(15)}{-0,05} \\ &\iff x \leqslant 20\ln(15) \end{aligned}$$

On a donc bien :

$$\boxed{15\mathrm{e}^{-0{,}05x} - 1 \geqslant 0 \iff x \leqslant 20\ln(15)}$$

6. (a) D'après le logiciel de calcul formel, pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

6. (a) D'après le logiciel de calcul formel, pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$f''(x) = \frac{30\mathrm{e}^{-0,05x}}{\left(1+15\mathrm{e}^{-0,05x}\right)^3}\left(15\mathrm{e}^{-0,05x}-1\right)$$

6. (a) D'après le logiciel de calcul formel, pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$f''(x) = \frac{30\mathrm{e}^{-0,05x}}{\left(1 + 15\mathrm{e}^{-0,05x}\right)^3}\left(15\mathrm{e}^{-0,05x} - 1\right)$$

On en déduit le tableau :

6. (a) D'après le logiciel de calcul formel, pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$f''(x) = \frac{30\mathrm{e}^{-0,05x}}{\left(1+15\mathrm{e}^{-0,05x}\right)^3}\left(15\mathrm{e}^{-0,05x} - 1\right)$$

On en déduit le tableau :

x	0		$20\ln(15)$		$+\infty$
$f''(x)$		$+$	0	$-$	
f		convexe		concave	

6. (a) D'après le logiciel de calcul formel, pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$f''(x) = \frac{30\mathrm{e}^{-0,05x}}{\left(1+15\mathrm{e}^{-0,05x}\right)^3}\left(15\mathrm{e}^{-0,05x}-1\right)$$

On en déduit le tableau :

x	0		$20\ln(15)$		$+\infty$
$f''(x)$		$+$	0	$-$	
f		convexe		concave	

La fonction f'' s'annule en changeant de signe en $x = 20\ln(15)$

6. (a) D'après le logiciel de calcul formel, pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$f''(x) = \frac{30e^{-0,05x}}{\left(1 + 15e^{-0,05x}\right)^3}\left(15e^{-0,05x} - 1\right)$$

On en déduit le tableau :

x	0		$20\ln(15)$		$+\infty$
$f''(x)$		$+$	0	$-$	
f		convexe		concave	

La fonction f'' s'annule en changeant de signe en $x = 20\ln(15)$ donc la courbe $\mathscr{C}$ admet un point d'inflexion en cette valeur.

6. (a) D'après le logiciel de calcul formel, pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$f''(x) = \frac{30\mathrm{e}^{-0,05x}}{\left(1 + 15\mathrm{e}^{-0,05x}\right)^3}\left(15\mathrm{e}^{-0,05x} - 1\right)$$

On en déduit le tableau :

x	0		$20\ln(15)$		$+\infty$
$f''(x)$		$+$	0	$-$	
f		convexe		concave	

La fonction f'' s'annule en changeant de signe en $x = 20\ln(15)$ donc la courbe $\mathscr{C}$ admet un point d'inflexion en cette valeur. De plus :

$f(20\ln(15)) =$

6. (a) D'après le logiciel de calcul formel, pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$f''(x) = \frac{30\mathrm{e}^{-0,05x}}{\left(1+15\mathrm{e}^{-0,05x}\right)^3}\left(15\mathrm{e}^{-0,05x}-1\right)$$

On en déduit le tableau :

x	0		$20\ln(15)$		$+\infty$
$f''(x)$		$+$	0	$-$	
f		convexe		concave	

La fonction f'' s'annule en changeant de signe en $x = 20\ln(15)$ donc la courbe $\mathscr{C}$ admet un point d'inflexion en cette valeur. De plus :

$$f(20\ln(15)) = \frac{800}{1+15\mathrm{e}^{-0,05\times 20\ln(15)}}$$

6. (a) D'après le logiciel de calcul formel, pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$f''(x) = \frac{30\mathrm{e}^{-0,05x}}{\left(1+15\mathrm{e}^{-0,05x}\right)^3}\left(15\mathrm{e}^{-0,05x}-1\right)$$

On en déduit le tableau :

x	0		$20\ln(15)$		$+\infty$
$f''(x)$		$+$	0	$-$	
f		convexe		concave	

La fonction f'' s'annule en changeant de signe en $x = 20\ln(15)$ donc la courbe $\mathscr{C}$ admet un point d'inflexion en cette valeur. De plus :

$$f(20\ln(15)) = \frac{800}{1+15\mathrm{e}^{-0,05\times 20\ln(15)}} = \frac{800}{1+15\mathrm{e}^{-\ln(15)}}$$

6. (a) D'après le logiciel de calcul formel, pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$f''(x) = \frac{30e^{-0,05x}}{(1+15e^{-0,05x})^3}(15e^{-0,05x} - 1)$$

On en déduit le tableau :

x	0		$20\ln(15)$		$+\infty$
$f''(x)$		$+$	0	$-$	
f		convexe		concave	

La fonction f'' s'annule en changeant de signe en $x = 20\ln(15)$ donc la courbe $\mathscr{C}$ admet un point d'inflexion en cette valeur. De plus :

$$f(20\ln(15)) = \frac{800}{1+15e^{-0,05\times 20\ln(15)}} = \frac{800}{1+15e^{-\ln(15)}} = \frac{800}{2}$$

6. (a) D'après le logiciel de calcul formel, pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$f''(x) = \frac{30\mathrm{e}^{-0,05x}}{\left(1+15\mathrm{e}^{-0,05x}\right)^3}\left(15\mathrm{e}^{-0,05x}-1\right)$$

On en déduit le tableau :

x	0		$20\ln(15)$		$+\infty$
$f''(x)$		$+$	0	$-$	
f		convexe		concave	

La fonction f'' s'annule en changeant de signe en $x = 20\ln(15)$ donc la courbe $\mathscr{C}$ admet un point d'inflexion en cette valeur. De plus :

$$f(20\ln(15)) = \frac{800}{1+15\mathrm{e}^{-0,05\times 20\ln(15)}} = \frac{800}{1+15\mathrm{e}^{-\ln(15)}} = \frac{800}{2} = 400$$

6. (a) D'après le logiciel de calcul formel, pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$f''(x) = \frac{30\mathrm{e}^{-0,05x}}{\left(1+15\mathrm{e}^{-0,05x}\right)^3}\left(15\mathrm{e}^{-0,05x}-1\right)$$

On en déduit le tableau :

x	0	$20\ln(15)$	$+\infty$
$f''(x)$	$+$	0	$-$
f	convexe		concave

La fonction f'' s'annule en changeant de signe en $x = 20\ln(15)$ donc la courbe $\mathscr{C}$ admet un point d'inflexion en cette valeur. De plus :

$$f(20\ln(15)) = \frac{800}{1+15\mathrm{e}^{-0,05\times 20\ln(15)}} = \frac{800}{1+15\mathrm{e}^{-\ln(15)}} = \frac{800}{2} = 400$$

Le point d'inflexion est donc le point de coordonnées :

6. (a) D'après le logiciel de calcul formel, pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$f''(x) = \frac{30\text{e}^{-0,05x}}{\left(1+15\text{e}^{-0,05x}\right)^3}\left(15\text{e}^{-0,05x} - 1\right)$$

On en déduit le tableau :

x	0		$20\ln(15)$		$+\infty$
$f''(x)$		$+$	0	$-$	
f		convexe		concave	

La fonction f'' s'annule en changeant de signe en $x = 20\ln(15)$ donc la courbe $\mathscr{C}$ admet un point d'inflexion en cette valeur. De plus :

$$f(20\ln(15)) = \frac{800}{1+15\text{e}^{-0,05\times 20\ln(15)}} = \frac{800}{1+15\text{e}^{-\ln(15)}} = \frac{800}{2} = 400$$

Le point d'inflexion est donc le point de coordonnées :

$$\boxed{(20\ln(15)\,;\,400)}$$

6. (b) La fonction f' est croissante jusqu'à $20\ln(15)$ puis décroissante.

6. (b) La fonction f' est croissante jusqu'à $20\ln(15)$ puis décroissante. Or $20\ln(15) \approx 54$ donc la direction a raison.