

Corrigé de l'épreuve du baccalauréat de spécialité  
mathématiques

Polynésie

2 septembre 2025 (remplacement)

Exercice 3

<http://specialite.mathematiques.free.fr/>  
fabien.vinsu@ac-besancon.fr

# Exercice 3 - Partie A

1. On peut compléter le script de la façon suivante :

1. On peut compléter le script de la façon suivante :

```
def suite(k) :  
    L = []  
    u = 5  
    for i in range(k) :  
        L.append(u)  
        u = 2 + log(u**2-3)  
    return(L)
```

2. On peut conjecturer que :

2. On peut conjecturer que :

La suite  $(u_n)$  est croissante et converge vers  $l \approx 5,164$

- 
- 
3. Cet affichage ne contredit pas la conjecture émise sur le sens de variation de la suite  $(u_n)$

3. Cet affichage ne contredit pas la conjecture émise sur le sens de variation de la suite  $(u_n)$  car cela signifie que, pour tout entier  $n$  compris entre 0 et 998,  $u_n \leq u_{n+1}$ .

1. Pour tout  $x \in [2; +\infty[$ , on a :

1. Pour tout  $x \in [2; +\infty[$ , on a :

$$g'(x) = \frac{2x}{x^2 - 3}$$

1. Pour tout  $x \in [2; +\infty[$ , on a :

$$g'(x) = \frac{2x}{x^2 - 3}$$

Or, pour tout  $x \in [2; +\infty[$ ,  $2x > 0$

1. Pour tout  $x \in [2; +\infty[$ , on a :

$$g'(x) = \frac{2x}{x^2 - 3}$$

Or, pour tout  $x \in [2; +\infty[$ ,  $2x > 0$  et  $x^2 - 3 > 0$

1. Pour tout  $x \in [2; +\infty[$ , on a :

$$g'(x) = \frac{2x}{x^2 - 3}$$

Or, pour tout  $x \in [2; +\infty[$ ,  $2x > 0$  et  $x^2 - 3 > 0$  donc  $g'(x) > 0$ .

On en déduit que :

1. Pour tout  $x \in [2; +\infty[$ , on a :

$$g'(x) = \frac{2x}{x^2 - 3}$$

Or, pour tout  $x \in [2; +\infty[$ ,  $2x > 0$  et  $x^2 - 3 > 0$  donc  $g'(x) > 0$ .

On en déduit que :

$g$  est strictement croissante sur  $[2; +\infty[$

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel  $n$ ,  
 $4 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 6$ .

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel  $n$ ,

$$4 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 6.$$

- **Initialisation :**

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel  $n$ ,  
 $4 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 6$ .

- **Initialisation :**

Pour  $n = 0$ , on a  $u_0 = 5$

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel  $n$ ,  
 $4 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 6$ .

- **Initialisation :**

Pour  $n = 0$ , on a  $u_0 = 5$  et  $u_1 = 2 + \ln(22) \approx 5,1$ .

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel  $n$ ,

$$4 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 6.$$

- **Initialisation :**

Pour  $n = 0$ , on a  $u_0 = 5$  et  $u_1 = 2 + \ln(22) \approx 5,1$ . On a donc

$$4 \leq u_0 \leq u_1 \leq 6$$

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel  $n$ ,

$$4 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 6.$$

- **Initialisation :**

Pour  $n = 0$ , on a  $u_0 = 5$  et  $u_1 = 2 + \ln(22) \approx 5,1$ . On a donc

$4 \leq u_0 \leq u_1 \leq 6$  et la propriété est vraie au rang  $n = 0$ .

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel  $n$ ,

$$4 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 6.$$

- **Initialisation :**

Pour  $n = 0$ , on a  $u_0 = 5$  et  $u_1 = 2 + \ln(22) \approx 5,1$ . On a donc

$4 \leq u_0 \leq u_1 \leq 6$  et la propriété est vraie au rang  $n = 0$ .

- **Hérédité :**

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel  $n$ ,

$$4 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 6.$$

- **Initialisation :**

Pour  $n = 0$ , on a  $u_0 = 5$  et  $u_1 = 2 + \ln(22) \approx 5,1$ . On a donc  $4 \leq u_0 \leq u_1 \leq 6$  et la propriété est vraie au rang  $n = 0$ .

- **Hérédité :**

Supposons la propriété vraie pour un certain rang  $n \in \mathbb{N}$ , c'est-à-dire  $4 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 6$ .

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel  $n$ ,  
 $4 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 6$ .

- **Initialisation :**

Pour  $n = 0$ , on a  $u_0 = 5$  et  $u_1 = 2 + \ln(22) \approx 5,1$ . On a donc  
 $4 \leq u_0 \leq u_1 \leq 6$  et la propriété est vraie au rang  $n = 0$ .

- **Hérédité :**

Supposons la propriété vraie pour un certain rang  $n \in \mathbb{N}$ , c'est-à-dire  
 $4 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 6$ . On a alors, en appliquant la fonction  $g$  qui est  
croissante sur l'intervalle  $[4; 6]$  :

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel  $n$ ,  
 $4 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 6$ .

- **Initialisation :**

Pour  $n = 0$ , on a  $u_0 = 5$  et  $u_1 = 2 + \ln(22) \approx 5,1$ . On a donc  
 $4 \leq u_0 \leq u_1 \leq 6$  et la propriété est vraie au rang  $n = 0$ .

- **Hérédité :**

Supposons la propriété vraie pour un certain rang  $n \in \mathbb{N}$ , c'est-à-dire  
 $4 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 6$ . On a alors, en appliquant la fonction  $g$  qui est  
croissante sur l'intervalle  $[4; 6]$  :

$$g(4) \leq g(u_n) \leq g(u_{n+1}) \leq g(6)$$

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel  $n$ ,  
 $4 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 6$ .

- **Initialisation :**

Pour  $n = 0$ , on a  $u_0 = 5$  et  $u_1 = 2 + \ln(22) \approx 5,1$ . On a donc  
 $4 \leq u_0 \leq u_1 \leq 6$  et la propriété est vraie au rang  $n = 0$ .

- **Hérédité :**

Supposons la propriété vraie pour un certain rang  $n \in \mathbb{N}$ , c'est-à-dire  
 $4 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 6$ . On a alors, en appliquant la fonction  $g$  qui est  
croissante sur l'intervalle  $[4; 6]$  :

$$g(4) \leq g(u_n) \leq g(u_{n+1}) \leq g(6)$$

Soit :

$$2 + \ln(13) \leq u_{n+1} \leq u_{n+2} \leq 2 + \ln(33)$$

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel  $n$ ,  
 $4 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 6$ .

- **Initialisation :**

Pour  $n = 0$ , on a  $u_0 = 5$  et  $u_1 = 2 + \ln(22) \approx 5,1$ . On a donc  
 $4 \leq u_0 \leq u_1 \leq 6$  et la propriété est vraie au rang  $n = 0$ .

- **Hérédité :**

Supposons la propriété vraie pour un certain rang  $n \in \mathbb{N}$ , c'est-à-dire  
 $4 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 6$ . On a alors, en appliquant la fonction  $g$  qui est  
croissante sur l'intervalle  $[4; 6]$  :

$$g(4) \leq g(u_n) \leq g(u_{n+1}) \leq g(6)$$

Soit :

$$2 + \ln(13) \leq u_{n+1} \leq u_{n+2} \leq 2 + \ln(33)$$

Or  $2 + \ln(13) \approx 4,6$  et  $2 + \ln(33) \approx 5,5$ .

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel  $n$ ,  
 $4 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 6$ .

- **Initialisation :**

Pour  $n = 0$ , on a  $u_0 = 5$  et  $u_1 = 2 + \ln(22) \approx 5,1$ . On a donc  
 $4 \leq u_0 \leq u_1 \leq 6$  et la propriété est vraie au rang  $n = 0$ .

- **Hérédité :**

Supposons la propriété vraie pour un certain rang  $n \in \mathbb{N}$ , c'est-à-dire  
 $4 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 6$ . On a alors, en appliquant la fonction  $g$  qui est  
croissante sur l'intervalle  $[4; 6]$  :

$$g(4) \leq g(u_n) \leq g(u_{n+1}) \leq g(6)$$

Soit :

$$2 + \ln(13) \leq u_{n+1} \leq u_{n+2} \leq 2 + \ln(33)$$

Or  $2 + \ln(13) \approx 4,6$  et  $2 + \ln(33) \approx 5,5$ . On a donc, a fortiori :

$$4 \leq u_{n+1} \leq u_{n+2} \leq 6$$

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel  $n$ ,  
 $4 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 6$ .

- **Initialisation :**

Pour  $n = 0$ , on a  $u_0 = 5$  et  $u_1 = 2 + \ln(22) \approx 5,1$ . On a donc  
 $4 \leq u_0 \leq u_1 \leq 6$  et la propriété est vraie au rang  $n = 0$ .

- **Hérédité :**

Supposons la propriété vraie pour un certain rang  $n \in \mathbb{N}$ , c'est-à-dire  
 $4 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 6$ . On a alors, en appliquant la fonction  $g$  qui est  
croissante sur l'intervalle  $[4; 6]$  :

$$g(4) \leq g(u_n) \leq g(u_{n+1}) \leq g(6)$$

Soit :

$$2 + \ln(13) \leq u_{n+1} \leq u_{n+2} \leq 2 + \ln(33)$$

Or  $2 + \ln(13) \approx 4,6$  et  $2 + \ln(33) \approx 5,5$ . On a donc, a fortiori :

$$4 \leq u_{n+1} \leq u_{n+2} \leq 6$$

La propriété est donc vraie au rang  $n + 1$ .

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel  $n$ ,  
 $4 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 6$ .

- **Initialisation :**

Pour  $n = 0$ , on a  $u_0 = 5$  et  $u_1 = 2 + \ln(22) \approx 5,1$ . On a donc  
 $4 \leq u_0 \leq u_1 \leq 6$  et la propriété est vraie au rang  $n = 0$ .

- **Hérédité :**

Supposons la propriété vraie pour un certain rang  $n \in \mathbb{N}$ , c'est-à-dire  
 $4 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 6$ . On a alors, en appliquant la fonction  $g$  qui est  
croissante sur l'intervalle  $[4; 6]$  :

$$g(4) \leq g(u_n) \leq g(u_{n+1}) \leq g(6)$$

Soit :

$$2 + \ln(13) \leq u_{n+1} \leq u_{n+2} \leq 2 + \ln(33)$$

Or  $2 + \ln(13) \approx 4,6$  et  $2 + \ln(33) \approx 5,5$ . On a donc, a fortiori :

$$4 \leq u_{n+1} \leq u_{n+2} \leq 6$$

La propriété est donc vraie au rang  $n + 1$ .

- **Conclusion :**

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel  $n$ ,  
 $4 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 6$ .

- **Initialisation :**

Pour  $n = 0$ , on a  $u_0 = 5$  et  $u_1 = 2 + \ln(22) \approx 5,1$ . On a donc  
 $4 \leq u_0 \leq u_1 \leq 6$  et la propriété est vraie au rang  $n = 0$ .

- **Hérédité :**

Supposons la propriété vraie pour un certain rang  $n \in \mathbb{N}$ , c'est-à-dire  
 $4 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 6$ . On a alors, en appliquant la fonction  $g$  qui est  
croissante sur l'intervalle  $[4; 6]$  :

$$g(4) \leq g(u_n) \leq g(u_{n+1}) \leq g(6)$$

Soit :

$$2 + \ln(13) \leq u_{n+1} \leq u_{n+2} \leq 2 + \ln(33)$$

Or  $2 + \ln(13) \approx 4,6$  et  $2 + \ln(33) \approx 5,5$ . On a donc, a fortiori :

$$4 \leq u_{n+1} \leq u_{n+2} \leq 6$$

La propriété est donc vraie au rang  $n + 1$ .

- **Conclusion :**

La propriété est vraie pour  $n = 0$  et elle est héréditaire, elle est donc  
vraie pour tout  $n \in \mathbb{N}$ .

2. (b) La suite  $(u_n)$  est :

2. (b) La suite  $(u_n)$  est :

- croissante (car pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_n \leq u_{n+1}$ ).

2. (b) La suite  $(u_n)$  est :

- croissante (car pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_n \leq u_{n+1}$ ).
- majorée (car pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_n \leq 6$ ).

2. (b) La suite  $(u_n)$  est :

- croissante (car pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_n \leq u_{n+1}$ ).
- majorée (car pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_n \leq 6$ ).

On en déduit que :

La suite  $(u_n)$  converge

1. (a) • On a  $f(0) = 0$ .

1. (a)
  - On a  $f(0) = 0$ .
  - Sur l'intervalle  $[2; 3]$ ,

1. (a)
  - On a  $f(0) = 0$ .
  - Sur l'intervalle  $[2; 3]$ , la fonction  $f$  est strictement croissante et  $f(0) = 0$

1. (a)
  - On a  $f(0) = 0$ .
  - Sur l'intervalle  $]2; 3]$ , la fonction  $f$  est strictement croissante et  $f(0) = 0$  donc l'équation  $f(x) = 0$  n'admet aucune solution sur  $]2; 3]$ .

1. (a)
  - On a  $f(0) = 0$ .
  - Sur l'intervalle  $]2; 3]$ , la fonction  $f$  est strictement croissante et  $f(0) = 0$  donc l'équation  $f(x) = 0$  n'admet aucune solution sur  $]2; 3]$ .
  - Sur l'intervalle  $[3; +\infty[$ ,

1. (a)
- On a  $f(0) = 0$ .
  - Sur l'intervalle  $[2; 3]$ , la fonction  $f$  est strictement croissante et  $f(0) = 0$  donc l'équation  $f(x) = 0$  n'admet aucune solution sur  $]2; 3]$ .
  - Sur l'intervalle  $[3; +\infty[$ , la fonction  $f$  est continue et strictement décroissante.

1. (a)
- On a  $f(0) = 0$ .
  - Sur l'intervalle  $[2; 3]$ , la fonction  $f$  est strictement croissante et  $f(0) = 0$  donc l'équation  $f(x) = 0$  n'admet aucune solution sur  $]2; 3]$ .
  - Sur l'intervalle  $[3; +\infty[$ , la fonction  $f$  est continue et strictement décroissante. De plus  $f(3) = \ln(6) - 1 \approx 0,8$

1. (a)
- On a  $f(0) = 0$ .
  - Sur l'intervalle  $[2; 3]$ , la fonction  $f$  est strictement croissante et  $f(0) = 0$  donc l'équation  $f(x) = 0$  n'admet aucune solution sur  $]2; 3]$ .
  - Sur l'intervalle  $[3; +\infty[$ , la fonction  $f$  est continue et strictement décroissante. De plus  $f(3) = \ln(6) - 1 \approx 0,8$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ .

1. (a)
- On a  $f(0) = 0$ .
  - Sur l'intervalle  $[2; 3]$ , la fonction  $f$  est strictement croissante et  $f(0) = 0$  donc l'équation  $f(x) = 0$  n'admet aucune solution sur  $]2; 3]$ .
  - Sur l'intervalle  $[3; +\infty[$ , la fonction  $f$  est continue et strictement décroissante. De plus  $f(3) = \ln(6) - 1 \approx 0,8$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ .  
Or  $0 \in ]-\infty; \ln(6) - 1]$

1. (a)
- On a  $f(0) = 0$ .
  - Sur l'intervalle  $[2; 3]$ , la fonction  $f$  est strictement croissante et  $f(0) = 0$  donc l'équation  $f(x) = 0$  n'admet aucune solution sur  $]2; 3]$ .
  - Sur l'intervalle  $[3; +\infty[$ , la fonction  $f$  est continue et strictement décroissante. De plus  $f(3) = \ln(6) - 1 \approx 0,8$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ . Or  $0 \in ]-\infty; \ln(6) - 1]$  donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires,

1. (a)
- On a  $f(0) = 0$ .
  - Sur l'intervalle  $[2; 3]$ , la fonction  $f$  est strictement croissante et  $f(0) = 0$  donc l'équation  $f(x) = 0$  n'admet aucune solution sur  $]2; 3]$ .
  - Sur l'intervalle  $[3; +\infty[$ , la fonction  $f$  est continue et strictement décroissante. De plus  $f(3) = \ln(6) - 1 \approx 0,8$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ . Or  $0 \in ]-\infty; \ln(6) - 1]$  donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation  $f(x) = 0$  admet une unique solution  $\beta$  sur  $[3; +\infty[$ .

1. (a)
- On a  $f(0) = 0$ .
  - Sur l'intervalle  $[2; 3]$ , la fonction  $f$  est strictement croissante et  $f(0) = 0$  donc l'équation  $f(x) = 0$  n'admet aucune solution sur  $]2; 3]$ .
  - Sur l'intervalle  $[3; +\infty[$ , la fonction  $f$  est continue et strictement décroissante. De plus  $f(3) = \ln(6) - 1 \approx 0,8$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ . Or  $0 \in ]-\infty; \ln(6) - 1]$  donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation  $f(x) = 0$  admet une unique solution  $\beta$  sur  $[3; +\infty[$ .

Finalement, l'équation  $f(x) = 0$  admet exactement deux solutions sur  $[2; +\infty[$ .

1. (b) On a vu que :

$$\alpha = 0$$

1. (b) On a vu que :

$$\alpha = 0$$

Et on a :

- $f(5,164) \approx 0,00008 > 0$

1. (b) On a vu que :

$$\alpha = 0$$

Et on a :

- $f(5,164) \approx 0,00008 > 0$
- $f(5,165) \approx -0,0005 < 0$

1. (b) On a vu que :

$$\alpha = 0$$

Et on a :

- $f(5,164) \approx 0,00008 > 0$
- $f(5,165) \approx -0,0005 < 0$

On a donc :

$$\beta \approx 5,164$$

2. (a) Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , on a  $u_{n+1} = g(u_n)$ .

2. (a) Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , on a  $u_{n+1} = g(u_n)$ . Et comme la suite  $(u_n)$  converge, on sait que sa limite  $\ell$  vérifie  $g(\ell) = \ell$ .

2. (a) Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , on a  $u_{n+1} = g(u_n)$ . Et comme la suite  $(u_n)$  converge, on sait que sa limite  $\ell$  vérifie  $g(\ell) = \ell$ . Or  $f(x) = g(x) - x$

2. (a) Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , on a  $u_{n+1} = g(u_n)$ . Et comme la suite  $(u_n)$  converge, on sait que sa limite  $l$  vérifie  $g(l) = l$ . Or  $f(x) = g(x) - x$  donc :

$$g(l) = l \iff f(l) = 0$$

2. (a) Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , on a  $u_{n+1} = g(u_n)$ . Et comme la suite  $(u_n)$  converge, on sait que sa limite  $\ell$  vérifie  $g(\ell) = \ell$ . Or  $f(x) = g(x) - x$  donc :

$$g(\ell) = \ell \iff f(\ell) = 0$$

Or l'équation  $f(x) = 0$  admet deux solutions : 0 et  $\beta$ .

2. (a) Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , on a  $u_{n+1} = g(u_n)$ . Et comme la suite  $(u_n)$  converge, on sait que sa limite  $\ell$  vérifie  $g(\ell) = \ell$ . Or  $f(x) = g(x) - x$  donc :

$$g(\ell) = \ell \iff f(\ell) = 0$$

Or l'équation  $f(x) = 0$  admet deux solutions : 0 et  $\beta$ . De plus, pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $4 \leq u_n \leq 6$

2. (a) Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , on a  $u_{n+1} = g(u_n)$ . Et comme la suite  $(u_n)$  converge, on sait que sa limite  $\ell$  vérifie  $g(\ell) = \ell$ . Or  $f(x) = g(x) - x$  donc :

$$g(\ell) = \ell \iff f(\ell) = 0$$

Or l'équation  $f(x) = 0$  admet deux solutions : 0 et  $\beta$ . De plus, pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $4 \leq u_n \leq 6$  donc la suite  $(u_n)$  ne peut pas converger vers 0

2. (a) Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , on a  $u_{n+1} = g(u_n)$ . Et comme la suite  $(u_n)$  converge, on sait que sa limite  $\ell$  vérifie  $g(\ell) = \ell$ . Or  $f(x) = g(x) - x$  donc :

$$g(\ell) = \ell \iff f(\ell) = 0$$

Or l'équation  $f(x) = 0$  admet deux solutions : 0 et  $\beta$ . De plus, pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $4 \leq u_n \leq 6$  donc la suite  $(u_n)$  ne peut pas converger vers 0 d'où :

$$\boxed{\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \beta}$$