Corrigé de l'épreuve du baccalauréat de spécialité mathématiques

Polynésie
2 septembre 2025 (remplacement)
Exercice 4

http://specialite.mathematiques.free.fr/
fabien.vinsu@ac-besancon.fr

Exercice 4

1. **Affirmation 1 : Vrai**

Exercice 4

1. **Affirmation 1 : Vrai**

   Pour tout $x \in \left]0\,; +\infty\right[$, on pose :

Exercice 4

1. **Affirmation 1 : Vrai**
   Pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, on pose :

$$\begin{cases} u(x) = \ln(x) \\ v'(x) = x \end{cases}$$

1. **Affirmation 1 : Vrai**
   Pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, on pose :

$$\begin{cases} u(x) = \ln(x) \\ v'(x) = x \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = \dfrac{1}{x} \\ v(x) = \dfrac{1}{2}x^2 \end{cases}$$

Exercice 4

1. **Affirmation 1 : Vrai**

   Pour tout $x \in]0\,; +\infty[$, on pose :

$$\begin{cases} u(x) = \ln(x) \\ v'(x) = x \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = \dfrac{1}{x} \\ v(x) = \dfrac{1}{2}x^2 \end{cases}$$

   On a alors, par intégration par parties :

1. **Affirmation 1 : Vrai**

   Pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, on pose :

$$\begin{cases} u(x) = \ln(x) \\ v'(x) = x \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = \dfrac{1}{x} \\ v(x) = \dfrac{1}{2}x^2 \end{cases}$$

On a alors, par intégration par parties :

$$\int_1^{\mathrm{e}} x\ln(x)\,\mathrm{d}x =$$

Exercice 4

1. **Affirmation 1 : Vrai**

   Pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, on pose :

$$\begin{cases} u(x) = \ln(x) \\ v'(x) = x \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = \dfrac{1}{x} \\ v(x) = \dfrac{1}{2}x^2 \end{cases}$$

   On a alors, par intégration par parties :

$$\int_1^{\mathrm{e}} x\ln(x)\,\mathrm{d}x = \left[\frac{1}{2}x^2\ln(x)\right]_1^{\mathrm{e}} - \int_1^{\mathrm{e}} \frac{1}{2}x^2 \times \frac{1}{x}\,\mathrm{d}x$$

1. **Affirmation 1 : Vrai**

   Pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, on pose :

$$\begin{cases} u(x) = \ln(x) \\ v'(x) = x \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = \dfrac{1}{x} \\ v(x) = \dfrac{1}{2}x^2 \end{cases}$$

   On a alors, par intégration par parties :

$$\begin{aligned} \int_1^{\mathrm{e}} x\ln(x)\,\mathrm{d}x &= \left[\frac{1}{2}x^2\ln(x)\right]_1^{\mathrm{e}} - \int_1^{\mathrm{e}} \frac{1}{2}x^2 \times \frac{1}{x}\,\mathrm{d}x \\ &= \frac{1}{2}\mathrm{e}^2\ln(\mathrm{e}) - \frac{1}{2}1^2\ln(1) - \int_1^{\mathrm{e}} \frac{1}{2}x\,\mathrm{d}x \end{aligned}$$

Exercice 4

1. **Affirmation 1 : Vrai**

   Pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, on pose :

$$\begin{cases} u(x) = \ln(x) \\ v'(x) = x \end{cases} \qquad \text{et} \qquad \begin{cases} u'(x) = \dfrac{1}{x} \\ v(x) = \dfrac{1}{2}x^2 \end{cases}$$

On a alors, par intégration par parties :

$$\begin{aligned} \int_1^{\mathrm{e}} x\ln(x)\,\mathrm{d}x &= \left[\frac{1}{2}x^2\ln(x)\right]_1^{\mathrm{e}} - \int_1^{\mathrm{e}} \frac{1}{2}x^2 \times \frac{1}{x}\,\mathrm{d}x \\ &= \frac{1}{2}\mathrm{e}^2\ln(\mathrm{e}) - \frac{1}{2}1^2\ln(1) - \int_1^{\mathrm{e}} \frac{1}{2}x\,\mathrm{d}x \\ &= \frac{1}{2}\mathrm{e}^2 - \left[\frac{1}{4}x^2\right]_1^{\mathrm{e}} \end{aligned}$$

Exercice 4

1. **Affirmation 1 : Vrai**

   Pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, on pose :

$$\begin{cases} u(x) = \ln(x) \\ v'(x) = x \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = \dfrac{1}{x} \\ v(x) = \dfrac{1}{2}x^2 \end{cases}$$

   On a alors, par intégration par parties :

$$\begin{aligned} \int_1^{\mathrm{e}} x\ln(x)\,\mathrm{d}x &= \left[\frac{1}{2}x^2\ln(x)\right]_1^{\mathrm{e}} - \int_1^{\mathrm{e}} \frac{1}{2}x^2 \times \frac{1}{x}\,\mathrm{d}x \\ &= \frac{1}{2}\mathrm{e}^2\ln(\mathrm{e}) - \frac{1}{2}1^2\ln(1) - \int_1^{\mathrm{e}} \frac{1}{2}x\,\mathrm{d}x \\ &= \frac{1}{2}\mathrm{e}^2 - \left[\frac{1}{4}x^2\right]_1^{\mathrm{e}} \\ &= \frac{1}{2}\mathrm{e}^2 - \frac{1}{4}\mathrm{e}^2 + \frac{1}{4} \end{aligned}$$

Exercice 4

1. **Affirmation 1 : Vrai**

   Pour tout $x \in \left]0\,;+\infty\right[$, on pose :

$$\begin{cases} u(x) = \ln(x) \\ v'(x) = x \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = \dfrac{1}{x} \\ v(x) = \dfrac{1}{2}x^2 \end{cases}$$

On a alors, par intégration par parties :

$$\begin{aligned} \int_1^{\mathrm{e}} x\ln(x)\,\mathrm{d}x &= \left[\frac{1}{2}x^2\ln(x)\right]_1^{\mathrm{e}} - \int_1^{\mathrm{e}} \frac{1}{2}x^2 \times \frac{1}{x}\,\mathrm{d}x \\ &= \frac{1}{2}\mathrm{e}^2\ln(\mathrm{e}) - \frac{1}{2}1^2\ln(1) - \int_1^{\mathrm{e}} \frac{1}{2}x\,\mathrm{d}x \\ &= \frac{1}{2}\mathrm{e}^2 - \left[\frac{1}{4}x^2\right]_1^{\mathrm{e}} \\ &= \frac{1}{2}\mathrm{e}^2 - \frac{1}{4}\mathrm{e}^2 + \frac{1}{4} \\ &= \frac{1}{4}\mathrm{e}^2 + \frac{1}{4} \end{aligned}$$

Soit :

$$\int_1^{\mathrm{e}} f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{\mathrm{e}^2+1}{4}$$

2. **Affirmation 2 : Vrai**

2. **Affirmation 2 : Vrai**

On a :

$$k \times \binom{n}{k} =$$

2. **Affirmation 2 : Vrai**

   On a :

$$k \times \binom{n}{k} = k \times \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

2. **Affirmation 2 : Vrai**

On a :

$$\begin{aligned} k \times \binom{n}{k} &= k \times \frac{n!}{k!(n-k)!} \\ &= \frac{n!}{(k-1)!(n-k)!} \end{aligned}$$

2. **Affirmation 2 : Vrai**

   On a :

$$\begin{aligned}
k \times \binom{n}{k} &= k \times \frac{n!}{k!(n-k)!} \\
&= \frac{n!}{(k-1)!(n-k)!} \\
&= n \times \frac{(n-1)!}{(k-1)!(n-1-(k-1)!}
\end{aligned}$$

2. **Affirmation 2 : Vrai**

   On a :

$$
\begin{aligned}
k \times \binom{n}{k} &= k \times \frac{n!}{k!(n-k)!} \\
&= \frac{n!}{(k-1)!(n-k)!} \\
&= n \times \frac{(n-1)!}{(k-1)!(n-1-(k-1)!} \\
&= n \times \binom{n-1}{k-1}
\end{aligned}
$$

2. **Affirmation 2 : Vrai**

   On a :

$$\begin{aligned}
k \times \binom{n}{k} &= k \times \frac{n!}{k!(n-k)!} \\
&= \frac{n!}{(k-1)!(n-k)!} \\
&= n \times \frac{(n-1)!}{(k-1)!(n-1-(k-1)!} \\
&= n \times \binom{n-1}{k-1}
\end{aligned}$$

   On a donc bien l'égalité :

$$n \times \binom{n-1}{k-1} = k \times \binom{n}{k}$$

3. **Affirmation 3 : Vrai**

3. **Affirmation 3 : Vrai**
   Le point A est le point de paramètre $t = -2$ dans la représentation paramétrique de la droite d.

Affirmation 4 : Faux

Affirmation 4 : Faux

Soit t et t' deux réels, on a :

Affirmation 4 : Faux

Soit t et t' deux réels, on a :

$$\begin{cases} t+1 = 2t'-1 \\ 2t+1 = -t'+2 \\ -t = t'+1 \end{cases} \iff$$

Affirmation 4 : Faux

Soit t et t' deux réels, on a :

$$\begin{cases} t+1 = 2t'-1 \\ 2t+1 = -t'+2 \\ -t = t'+1 \end{cases} \iff \begin{cases} t = 2t'-2 \\ 2(2t'-2)+1 = -t'+2 \\ -(2t'-2) = t'+1 \end{cases}$$

Affirmation 4 : Faux

Soit t et t' deux réels, on a :

$$\begin{cases} t+1=2t'-1 \\ 2t+1=-t'+2 \\ -t=t'+1 \end{cases} \iff \begin{cases} t=2t'-2 \\ 2(2t'-2)+1=-t'+2 \\ -(2t'-2)=t'+1 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} t=2t'-2 \\ 4t'-4+1=-t'+2 \\ -2t'+2=t'+1 \end{cases}$$

Affirmation 4 : Faux

Soit t et t' deux réels, on a :

$$\begin{cases} t+1 = 2t'-1 \\ 2t+1 = -t'+2 \\ -t = t'+1 \end{cases} \iff \begin{cases} t = 2t'-2 \\ 2(2t'-2)+1 = -t'+2 \\ -(2t'-2) = t'+1 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} t = 2t'-2 \\ 4t'-4+1 = -t'+2 \\ -2t'+2 = t'+1 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} t = 2t'-2 \\ 5t' = 5 \\ -3t' = -1 \end{cases}$$

Affirmation 4 : Faux

Soit t et t' deux réels, on a :

$$\begin{cases} t+1=2t'-1 \\ 2t+1=-t'+2 \\ -t=t'+1 \end{cases} \iff \begin{cases} t=2t'-2 \\ 2(2t'-2)+1=-t'+2 \\ -(2t'-2)=t'+1 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} t=2t'-2 \\ 4t'-4+1=-t'+2 \\ -2t'+2=t'+1 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} t=2t'-2 \\ 5t'=5 \\ -3t'=-1 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} t=2t'-2 \\ t'=1 \\ t'=\dfrac{1}{3} \end{cases}$$

Affirmation 4 : Faux

Soit t et t' deux réels, on a :

$$\begin{cases} t+1=2t'-1 \\ 2t+1=-t'+2 \\ -t=t'+1 \end{cases} \iff \begin{cases} t=2t'-2 \\ 2(2t'-2)+1=-t'+2 \\ -(2t'-2)=t'+1 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} t=2t'-2 \\ 4t'-4+1=-t'+2 \\ -2t'+2=t'+1 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} t=2t'-2 \\ 5t'=5 \\ -3t'=-1 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} t=2t'-2 \\ t'=1 \\ t'=\dfrac{1}{3} \end{cases}$$

Ce système n'admet aucune solution donc les droites d et d' ne sont pas sécantes.

Affirmation 5 : Vrai

Affirmation 5 : Vrai

- Soit I le milieu de $[AB]$,

Affirmation 5 : Vrai

- Soit I le milieu de $[AB]$, on a $I\left(\dfrac{-1-5}{2}\,;\,\dfrac{-3-5}{2}\,;\,\dfrac{2+6}{2}\right)$

Affirmation 5 : Vrai

- Soit I le milieu de $[AB]$, on a $I\left(\dfrac{-1-5}{2}\,;\,\dfrac{-3-5}{2}\,;\,\dfrac{2+6}{2}\right)$, soit $I\,(-3\,;\,-4\,;\,4)$.

Affirmation 5 : Vrai

- Soit I le milieu de $[AB]$, on a $I\left(\dfrac{-1-5}{2}\,;\,\dfrac{-3-5}{2}\,;\,\dfrac{2+6}{2}\right)$, soit $I\,(-3\,;-4\,;\,4)$. On a alors $2\times(-3)+(-4)-2\times 4+18=0$,

Affirmation 5 : Vrai

- Soit I le milieu de $[AB]$, on a $I\left(\dfrac{-1-5}{2}\,;\,\dfrac{-3-5}{2}\,;\,\dfrac{2+6}{2}\right)$, soit $I\,(-3\,;-4\,;4)$. On a alors $2\times(-3)+(-4)-2\times 4+18=0$, les coordonnées du point I vérifie l'équation de plan P

Affirmation 5 : Vrai

- Soit I le milieu de $[AB]$, on a $I\left(\dfrac{-1-5}{2}\,;\,\dfrac{-3-5}{2}\,;\,\dfrac{2+6}{2}\right)$, soit $I\,(-3\,;-4\,;\,4)$. On a alors $2\times(-3)+(-4)-2\times4+18=0$, les coordonnées du point I vérifie l'équation de plan P donc I appartient à ce plan.

Affirmation 5 : Vrai

- Soit I le milieu de $[AB]$, on a $I\left(\dfrac{-1-5}{2}\,;\,\dfrac{-3-5}{2}\,;\,\dfrac{2+6}{2}\right)$, soit $I\,(-3\,;-4\,;\,4)$. On a alors $2\times(-3)+(-4)-2\times 4+18=0$, les coordonnées du point I vérifie l'équation de plan P donc I appartient à ce plan.
- On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-4\\-2\\4\end{pmatrix}$

Affirmation 5 : Vrai

- Soit I le milieu de $[AB]$, on a $I\left(\dfrac{-1-5}{2}\,;\,\dfrac{-3-5}{2}\,;\,\dfrac{2+6}{2}\right)$, soit $I\,(-3\,;-4\,;\,4)$. On a alors $2\times(-3)+(-4)-2\times 4+18=0$, les coordonnées du point I vérifie l'équation de plan P donc I appartient à ce plan.
- On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-4\\-2\\4\end{pmatrix}$ et, d'après son équation cartésienne, le plan P

  admet pour vecteur normal le vecteur $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}2\\1\\-2\end{pmatrix}$.

Affirmation 5 : Vrai

- Soit I le milieu de $[AB]$, on a $I\left(\dfrac{-1-5}{2}\,;\,\dfrac{-3-5}{2}\,;\,\dfrac{2+6}{2}\right)$, soit $I\,(-3\,;-4\,;\,4)$. On a alors $2\times(-3)+(-4)-2\times4+18=0$, les coordonnées du point I vérifie l'équation de plan P donc I appartient à ce plan.
- On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-4\\-2\\4\end{pmatrix}$ et, d'après son équation cartésienne, le plan P admet pour vecteur normal le vecteur $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}2\\1\\-2\end{pmatrix}$. On peut remarquer que $\overrightarrow{AB}=-2\overrightarrow{n}$.

Affirmation 5 : Vrai

- Soit I le milieu de $[AB]$, on a $I\left(\dfrac{-1-5}{2}\,;\,\dfrac{-3-5}{2}\,;\,\dfrac{2+6}{2}\right)$, soit $I\,(-3\,;-4\,;\,4)$. On a alors $2\times(-3)+(-4)-2\times 4+18=0$, les coordonnées du point I vérifie l'équation de plan P donc I appartient à ce plan.
- On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-4\\-2\\4\end{pmatrix}$ et, d'après son équation cartésienne, le plan P admet pour vecteur normal le vecteur $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}2\\1\\-2\end{pmatrix}$. On peut remarquer que $\overrightarrow{AB}=-2\overrightarrow{n}$. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{n}$ étant colinéaires,

Affirmation 5 : Vrai

- Soit I le milieu de $[AB]$, on a $I\left(\dfrac{-1-5}{2}\,;\,\dfrac{-3-5}{2}\,;\,\dfrac{2+6}{2}\right)$, soit $I\,(-3\,;-4\,;\,4)$. On a alors $2\times(-3)+(-4)-2\times 4+18=0$, les coordonnées du point I vérifie l'équation de plan P donc I appartient à ce plan.
- On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-4\\-2\\4\end{pmatrix}$ et, d'après son équation cartésienne, le plan P admet pour vecteur normal le vecteur $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}2\\1\\-2\end{pmatrix}$. On peut remarquer que $\overrightarrow{AB}=-2\overrightarrow{n}$. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{n}$ étant colinéaires, le plan P est orthogonal à la droite (AB).

Affirmation 5 : Vrai

- Soit I le milieu de $[AB]$, on a $I\left(\dfrac{-1-5}{2}\,;\,\dfrac{-3-5}{2}\,;\,\dfrac{2+6}{2}\right)$, soit $I\,(-3\,;\,-4\,;\,4)$. On a alors $2\times(-3)+(-4)-2\times 4+18=0$, les coordonnées du point I vérifie l'équation de plan P donc I appartient à ce plan.
- On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-4\\-2\\4\end{pmatrix}$ et, d'après son équation cartésienne, le plan P admet pour vecteur normal le vecteur $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}2\\1\\-2\end{pmatrix}$. On peut remarquer que $\overrightarrow{AB}=-2\overrightarrow{n}$. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{n}$ étant colinéaires, le plan P est orthogonal à la droite (AB).

Le plan P passe donc par le milieu de $[AB]$ et est orthogonal à la droite (AB),

Affirmation 5 : Vrai

- Soit I le milieu de $[AB]$, on a $I\left(\dfrac{-1-5}{2}\,;\,\dfrac{-3-5}{2}\,;\,\dfrac{2+6}{2}\right)$, soit $I\,(-3\,;-4\,;4)$. On a alors $2\times(-3)+(-4)-2\times 4+18=0$, les coordonnées du point I vérifie l'équation de plan P donc I appartient à ce plan.
- On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-4\\-2\\4\end{pmatrix}$ et, d'après son équation cartésienne, le plan P admet pour vecteur normal le vecteur $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}2\\1\\-2\end{pmatrix}$. On peut remarquer que $\overrightarrow{AB}=-2\overrightarrow{n}$. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{n}$ étant colinéaires, le plan P est orthogonal à la droite (AB).

Le plan P passe donc par le milieu de $[AB]$ et est orthogonal à la droite (AB), c'est donc le plan médiateur du segment $[AB]$.