Corrigé de l'épreuve du baccalauréat de spécialité mathématiques

Asie

5 septembre 2025 (remplacement)
Exercice 1

http://specialite.mathematiques.free.fr/
fabien.vinsu@ac-besancon.fr

- **Affirmation 1. Vrai**

- **Affirmation 1. Vrai**

  Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

  $$f'(x) =$$

- **Affirmation 1. Vrai**
  Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$f'(x) = 1 \times \mathrm{e}^{-2x} + x \times \left(-2\mathrm{e}^{-2x}\right)$$

- **Affirmation 1. Vrai**
  Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned} f'(x) &= 1 \times \mathrm{e}^{-2x} + x \times \left(-2\mathrm{e}^{-2x}\right) \\ &= \mathrm{e}^{-2x} - 2x\mathrm{e}^{-2x} \end{aligned}$$

- **Affirmation 1. Vrai**

  Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned}
f'(x) &= 1 \times \mathrm{e}^{-2x} + x \times \left(-2\mathrm{e}^{-2x}\right) \\
&= \mathrm{e}^{-2x} - 2x\mathrm{e}^{-2x} \\
&= (-2x + 1)\mathrm{e}^{-2x}
\end{aligned}$$

- **Affirmation 2. Vrai**

- **Affirmation 2. Vrai**

  Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$f'(x) + 2f(x) =$$

- **Affirmation 2. Vrai**

  Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$f'(x) + 2f(x) = (-2x+1)\mathrm{e}^{-2x} + 2x\mathrm{e}^{-2x}$$

- **Affirmation 2. Vrai**
  Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned} f'(x) + 2f(x) &= (-2x+1)\mathrm{e}^{-2x} + 2x\mathrm{e}^{-2x} \\ &= -2x\mathrm{e}^{-2x} + \mathrm{e}^{-2x} + 2x\mathrm{e}^{-2x} \end{aligned}$$

- **Affirmation 2. Vrai**

  Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned} f'(x) + 2f(x) &= (-2x+1)\mathrm{e}^{-2x} + 2x\mathrm{e}^{-2x} \\ &= -2x\mathrm{e}^{-2x} + \mathrm{e}^{-2x} + 2x\mathrm{e}^{-2x} \\ &= \mathrm{e}^{-2x} \end{aligned}$$

- **Affirmation 2. Vrai**

  Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned} f'(x) + 2f(x) &= (-2x+1)\mathrm{e}^{-2x} + 2x\mathrm{e}^{-2x} \\ &= -2x\mathrm{e}^{-2x} + \mathrm{e}^{-2x} + 2x\mathrm{e}^{-2x} \\ &= \mathrm{e}^{-2x} \end{aligned}$$

  Donc f est solution de l'équation différentielle $y' + 2y = \mathrm{e}^{-2x}$.

- **Affirmation 3. Faux**

- **Affirmation 3. Faux**
  Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$f''(x) =$$

- **Affirmation 3. Faux**

  Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$f''(x) = -2 \times \mathrm{e}^{-2x} + (-2x+1) \times \left(-2\mathrm{e}^{-2x}\right)$$

- **Affirmation 3. Faux**

  Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned} f''(x) &= -2 \times \mathrm{e}^{-2x} + (-2x+1) \times \left(-2\mathrm{e}^{-2x}\right) \\ &= -2\mathrm{e}^{-2x} + (4x-2)\mathrm{e}^{-2x} \end{aligned}$$

- **Affirmation 3. Faux**

  Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned}
f''(x) &= -2 \times \mathrm{e}^{-2x} + (-2x+1) \times \left(-2\mathrm{e}^{-2x}\right) \\
&= -2\mathrm{e}^{-2x} + (4x-2)\mathrm{e}^{-2x} \\
&= (4x-4)\mathrm{e}^{-2x}
\end{aligned}$$

- **Affirmation 3. Faux**

  Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned} f''(x) &= -2 \times \mathrm{e}^{-2x} + (-2x+1) \times \left(-2\mathrm{e}^{-2x}\right) \\ &= -2\mathrm{e}^{-2x} + (4x-2)\mathrm{e}^{-2x} \\ &= (4x-4)\mathrm{e}^{-2x} \\ &= 4(x-1)\mathrm{e}^{-2x} \end{aligned}$$

- **Affirmation 3. Faux**

  Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned} f''(x) &= -2 \times \mathrm{e}^{-2x} + (-2x+1) \times \left(-2\mathrm{e}^{-2x}\right) \\ &= -2\mathrm{e}^{-2x} + (4x-2)\mathrm{e}^{-2x} \\ &= (4x-4)\mathrm{e}^{-2x} \\ &= 4(x-1)\mathrm{e}^{-2x} \end{aligned}$$

  On en déduit le tableau :

- **Affirmation 3. Faux**

  Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned} f''(x) &= -2 \times \mathrm{e}^{-2x} + (-2x+1) \times \left(-2\mathrm{e}^{-2x}\right) \\ &= -2\mathrm{e}^{-2x} + (4x-2)\mathrm{e}^{-2x} \\ &= (4x-4)\mathrm{e}^{-2x} \\ &= 4(x-1)\mathrm{e}^{-2x} \end{aligned}$$

  On en déduit le tableau :

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f''(x)$		$-$	0	$+$	
f		concave		convexe	

- **Affirmation 3. Faux**

  Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned} f''(x) &= -2 \times \mathrm{e}^{-2x} + (-2x+1) \times \left(-2\mathrm{e}^{-2x}\right) \\ &= -2\mathrm{e}^{-2x} + (4x-2)\mathrm{e}^{-2x} \\ &= (4x-4)\mathrm{e}^{-2x} \\ &= 4(x-1)\mathrm{e}^{-2x} \end{aligned}$$

  On en déduit le tableau :

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f''(x)$		$-$	0	$+$	
f		concave		convexe	

  La fonction f est donc concave sur $]-\infty\,; 1]$.

- **Affirmation 4. Vrai**

- **Affirmation 4. Vrai**
  Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a $f'(x) = (-2x + 1)\mathrm{e}^{-2x}$.

- **Affirmation 4. Vrai**
  Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a $f'(x) = (-2x + 1)\mathrm{e}^{-2x}$. Or $\mathrm{e}^{-2x} > 0$

- **Affirmation 4. Vrai**
  Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a $f'(x) = (-2x+1)\mathrm{e}^{-2x}$. Or $\mathrm{e}^{-2x} > 0$ donc $f'(x)$ est du signe de $-2x+1$.

- **Affirmation 4. Vrai**

  Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a $f'(x) = (-2x+1)\mathrm{e}^{-2x}$. Or $\mathrm{e}^{-2x} > 0$ donc $f'(x)$ est du signe de $-2x+1$. D'où le tableau :

$$\begin{array}{|c|ccccc|}
\hline
x & -\infty & & \frac{1}{2} & & +\infty \\
\hline
f'(x) & & + & 0 & - & \\
\hline
 & & & \frac{1}{2}\mathrm{e}^{-1} & & \\
f(x) & & \nearrow & & \searrow & \\
 & -\infty & & & & 0 \\
\hline
\end{array}$$

- **Affirmation 4. Vrai**

  Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a $f'(x) = (-2x+1)\text{e}^{-2x}$. Or $\text{e}^{-2x} > 0$ donc $f'(x)$ est du signe de $-2x+1$. D'où le tableau :

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$\frac{1}{2}\text{e}^{-1}$	$\searrow$	0

  Justifions les valeurs du tableau :

- **Affirmation 4. Vrai**

  Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a $f'(x) = (-2x+1)\mathrm{e}^{-2x}$. Or $\mathrm{e}^{-2x} > 0$ donc $f'(x)$ est du signe de $-2x+1$. D'où le tableau :

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-1}$	$\searrow$	0

  Justifions les valeurs du tableau :

  - $\lim\limits_{x \to -\infty} x = -\infty$

- **Affirmation 4. Vrai**

  Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a $f'(x) = (-2x+1)\mathrm{e}^{-2x}$. Or $\mathrm{e}^{-2x} > 0$ donc $f'(x)$ est du signe de $-2x+1$. D'où le tableau :

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-1}$	$\searrow$	0

  Justifions les valeurs du tableau :

  - $\lim\limits_{x \to -\infty} x = -\infty$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} \mathrm{e}^{-2x} = +\infty$

- **Affirmation 4. Vrai**

  Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a $f'(x) = (-2x+1)\mathrm{e}^{-2x}$. Or $\mathrm{e}^{-2x} > 0$ donc $f'(x)$ est du signe de $-2x+1$. D'où le tableau :

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-1}$	$\searrow$	0

  Justifions les valeurs du tableau :

  - $\lim\limits_{x \to -\infty} x = -\infty$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} \mathrm{e}^{-2x} = +\infty$ donc $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$.

- **Affirmation 4. Vrai**

  Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a $f'(x) = (-2x+1)\mathrm{e}^{-2x}$. Or $\mathrm{e}^{-2x} > 0$ donc $f'(x)$ est du signe de $-2x+1$. D'où le tableau :

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-1}$	$\searrow$	0

  Justifions les valeurs du tableau :

  - $\lim\limits_{x \to -\infty} x = -\infty$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} \mathrm{e}^{-2x} = +\infty$ donc $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$.
  - $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$

- **Affirmation 4. Vrai**

  Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a $f'(x) = (-2x+1)\mathrm{e}^{-2x}$. Or $\mathrm{e}^{-2x} > 0$ donc $f'(x)$ est du signe de $-2x+1$. D'où le tableau :

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-1}$	$\searrow$	0

  Justifions les valeurs du tableau :

  - $\lim\limits_{x \to -\infty} x = -\infty$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} \mathrm{e}^{-2x} = +\infty$ donc $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$.
  - $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$ par croissances comparées.

- **Affirmation 4. Vrai**

  Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a $f'(x) = (-2x+1)\mathrm{e}^{-2x}$. Or $\mathrm{e}^{-2x} > 0$ donc $f'(x)$ est du signe de $-2x+1$. D'où le tableau :

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-1}$	$\searrow$	0

  Justifions les valeurs du tableau :

  - $\lim\limits_{x \to -\infty} x = -\infty$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} \mathrm{e}^{-2x} = +\infty$ donc $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$.
  - $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$ par croissances comparées.
  - $f\left(\frac{1}{2}\right) =$

- **Affirmation 4. Vrai**

  Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a $f'(x) = (-2x+1)\mathrm{e}^{-2x}$. Or $\mathrm{e}^{-2x} > 0$ donc $f'(x)$ est du signe de $-2x+1$. D'où le tableau :

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-1}$	$\searrow$	0

  Justifions les valeurs du tableau :

  - $\lim\limits_{x \to -\infty} x = -\infty$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} \mathrm{e}^{-2x} = +\infty$ donc $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$.
  - $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$ par croissances comparées.
  - $f\left(\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{-2\times\frac{1}{2}}$

- **Affirmation 4. Vrai**

  Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a $f'(x) = (-2x+1)\mathrm{e}^{-2x}$. Or $\mathrm{e}^{-2x} > 0$ donc $f'(x)$ est du signe de $-2x+1$. D'où le tableau :

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-1}$	$\searrow$	0

  Justifions les valeurs du tableau :

  - $\lim\limits_{x \to -\infty} x = -\infty$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} \mathrm{e}^{-2x} = +\infty$ donc $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$.
  - $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$ par croissances comparées.
  - $f\left(\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{-2\times\frac{1}{2}} = \dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{-1}$.

On a alors :

- Sur l'intervalle $\left]-\infty\,;\,\dfrac{1}{2}\right]$,

On a alors :

- Sur l'intervalle $\left]-\infty\,;\,\dfrac{1}{2}\right]$, la fonction f est continue et strictement croissante.

On a alors :

- Sur l'intervalle $\left]-\infty\,;\,\frac{1}{2}\right]$, la fonction f est continue et strictement croissante. De plus $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

On a alors :

- Sur l'intervalle $\left]-\infty\,;\,\dfrac{1}{2}\right]$, la fonction f est continue et strictement croissante. De plus $\displaystyle\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ et $f\left(\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{-1} \approx 0,2$.

On a alors :

- Sur l'intervalle $\left]-\infty\,;\,\dfrac{1}{2}\right]$, la fonction f est continue et strictement croissante. De plus $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ et $f\left(\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{-1} \approx 0,2$. Or $-1 \in \left]-\infty\,;\,\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{-1}\right]$

On a alors :

- Sur l'intervalle $\left]-\infty\,;\,\dfrac{1}{2}\right]$, la fonction f est continue et strictement croissante. De plus $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ et $f\left(\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{-1} \approx 0,2$. Or $-1 \in \left]-\infty\,;\,\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{-1}\right]$ donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires,

On a alors :

- Sur l'intervalle $\left]-\infty\,;\,\dfrac{1}{2}\right]$, la fonction f est continue et strictement croissante. De plus $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ et $f\left(\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{-1} \approx 0,2$. Or $-1 \in \left]-\infty\,;\,\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{-1}\right]$ donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $f(x) = -1$ admet une unique solution sur $\left]-\infty\,;\,\dfrac{1}{2}\right]$.

On a alors :

- Sur l'intervalle $\left]-\infty\,;\,\dfrac{1}{2}\right]$, la fonction f est continue et strictement croissante. De plus $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ et $f\left(\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{-1} \approx 0,2$. Or $-1 \in \left]-\infty\,;\,\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{-1}\right]$ donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $f(x) = -1$ admet une unique solution sur $\left]-\infty\,;\,\dfrac{1}{2}\right]$.
- Sur l'intervalle $\left[\dfrac{1}{2}\,;\,+\infty\right[$,

On a alors :

- Sur l'intervalle $\left]-\infty\,;\,\frac{1}{2}\right]$, la fonction f est continue et strictement croissante. De plus $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ et $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}\mathrm{e}^{-1} \approx 0,2$. Or $-1 \in \left]-\infty\,;\,\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-1}\right]$ donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $f(x) = -1$ admet une unique solution sur $\left]-\infty\,;\,\frac{1}{2}\right]$.
- Sur l'intervalle $\left[\frac{1}{2}\,;\,+\infty\right[$, la fonction f est décroissante et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$

On a alors :

- Sur l'intervalle $\left]-\infty\,;\,\dfrac{1}{2}\right]$, la fonction f est continue et strictement croissante. De plus $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ et $f\left(\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{-1} \approx 0,2$. Or $-1 \in \left]-\infty\,;\,\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{-1}\right]$ donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $f(x) = -1$ admet une unique solution sur $\left]-\infty\,;\,\dfrac{1}{2}\right]$.
- Sur l'intervalle $\left[\dfrac{1}{2}\,;\,+\infty\right[$, la fonction f est décroissante et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$ donc, pour tout $x \in \left[\dfrac{1}{2}\,;\,+\infty\right[$, $f(x) \geqslant 0$.

On a alors :

- Sur l'intervalle $\left]-\infty\,;\,\dfrac{1}{2}\right]$, la fonction f est continue et strictement croissante. De plus $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ et $f\left(\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{1}{2}\text{e}^{-1} \approx 0,2$. Or $-1 \in \left]-\infty\,;\,\dfrac{1}{2}\text{e}^{-1}\right]$ donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $f(x) = -1$ admet une unique solution sur $\left]-\infty\,;\,\dfrac{1}{2}\right]$.
- Sur l'intervalle $\left[\dfrac{1}{2}\,;\,+\infty\right[$, la fonction f est décroissante et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$ donc, pour tout $x \in \left[\dfrac{1}{2}\,;\,+\infty\right[$, $f(x) \geqslant 0$.
  L'équation $f(x) = -1$ n'admet donc aucune solution sur cet intervalle.

On a alors :

- Sur l'intervalle $\left]-\infty\,;\,\dfrac{1}{2}\right]$, la fonction f est continue et strictement croissante. De plus $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ et $f\left(\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{-1} \approx 0,2$. Or $-1 \in \left]-\infty\,;\,\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{-1}\right]$ donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $f(x) = -1$ admet une unique solution sur $\left]-\infty\,;\,\dfrac{1}{2}\right]$.
- Sur l'intervalle $\left[\dfrac{1}{2}\,;\,+\infty\right[$, la fonction f est décroissante et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$ donc, pour tout $x \in \left[\dfrac{1}{2}\,;\,+\infty\right[$, $f(x) \geqslant 0$.
  L'équation $f(x) = -1$ n'admet donc aucune solution sur cet intervalle.

Finalement, l'équation $f(x) = -1$ admet une unique solution sur $\mathbb{R}$.

- **Affirmation 5. Vrai**

- **Affirmation 5. Vrai**

  Il s'agit de calculer $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$.

- **Affirmation 5. Vrai**
  Il s'agit de calculer $\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$. Posons :

$$\begin{cases} u(x) = x \\ v'(x) = \mathrm{e}^{-2x} \end{cases}$$

- **Affirmation 5. Vrai**

  Il s'agit de calculer $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$. Posons :

$$\begin{cases} u(x) = x \\ v'(x) = \mathrm{e}^{-2x} \end{cases} \qquad \text{et} \qquad \begin{cases} u'(x) = 1 \\ v(x) = -\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{-2x} \end{cases}$$

- **Affirmation 5. Vrai**

  Il s'agit de calculer $\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$. Posons :

$$\begin{cases} u(x) = x \\ v'(x) = \mathrm{e}^{-2x} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = 1 \\ v(x) = -\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{-2x} \end{cases}$$

On a, par intégration par parties :

- **Affirmation 5. Vrai**

  Il s'agit de calculer $\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$. Posons :

$$\begin{cases} u(x) = x \\ v'(x) = \mathrm{e}^{-2x} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = 1 \\ v(x) = -\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{-2x} \end{cases}$$

On a, par intégration par parties :

$$\int_0^1 x\mathrm{e}^{-2x}\,\mathrm{d}x =$$

- **Affirmation 5. Vrai**

  Il s'agit de calculer $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$. Posons :

$$\begin{cases} u(x) = x \\ v'(x) = \mathrm{e}^{-2x} \end{cases} \qquad \text{et} \qquad \begin{cases} u'(x) = 1 \\ v(x) = -\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{-2x} \end{cases}$$

On a, par intégration par parties :

$$\int_0^1 x\mathrm{e}^{-2x}\,\mathrm{d}x = \left[-\frac{x}{2}\mathrm{e}^{-2x}\right]_0^1 - \int_0^1 -\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-2x}\,\mathrm{d}x$$

- **Affirmation 5. Vrai**

  Il s'agit de calculer $\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$. Posons :

$$\begin{cases} u(x) = x \\ v'(x) = \mathrm{e}^{-2x} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = 1 \\ v(x) = -\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{-2x} \end{cases}$$

  On a, par intégration par parties :

$$\begin{aligned} \int_0^1 x\mathrm{e}^{-2x}\,\mathrm{d}x &= \left[-\frac{x}{2}\mathrm{e}^{-2x}\right]_0^1 - \int_0^1 -\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-2x}\,\mathrm{d}x \\ &= -\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-2} + \int_0^1 \frac{1}{2}\mathrm{e}^{-2x}\,\mathrm{d}x \end{aligned}$$

- **Affirmation 5. Vrai**

  Il s'agit de calculer $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$. Posons :

$$\begin{cases} u(x) = x \\ v'(x) = \mathrm{e}^{-2x} \end{cases} \qquad \text{et} \qquad \begin{cases} u'(x) = 1 \\ v(x) = -\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{-2x} \end{cases}$$

  On a, par intégration par parties :

$$\begin{aligned} \int_0^1 x\mathrm{e}^{-2x}\,\mathrm{d}x &= \left[-\frac{x}{2}\mathrm{e}^{-2x}\right]_0^1 - \int_0^1 -\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-2x}\,\mathrm{d}x \\ &= -\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-2} + \int_0^1 \frac{1}{2}\mathrm{e}^{-2x}\,\mathrm{d}x \\ &= -\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-2} + \left[-\frac{1}{4}\mathrm{e}^{-2x}\right]_0^1 \end{aligned}$$

- **Affirmation 5. Vrai**

  Il s'agit de calculer $\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$. Posons :

$$\begin{cases} u(x) = x \\ v'(x) = \mathrm{e}^{-2x} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = 1 \\ v(x) = -\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{-2x} \end{cases}$$

On a, par intégration par parties :

$$\begin{aligned} \int_0^1 x\mathrm{e}^{-2x}\,\mathrm{d}x &= \left[-\frac{x}{2}\mathrm{e}^{-2x}\right]_0^1 - \int_0^1 -\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-2x}\,\mathrm{d}x \\ &= -\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-2} + \int_0^1 \frac{1}{2}\mathrm{e}^{-2x}\,\mathrm{d}x \\ &= -\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-2} + \left[-\frac{1}{4}\mathrm{e}^{-2x}\right]_0^1 \\ &= -\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-2} - \frac{1}{4}\mathrm{e}^{-2} + \frac{1}{4} \end{aligned}$$

- **Affirmation 5. Vrai**

Il s'agit de calculer $\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$. Posons :

$$\begin{cases} u(x) = x \\ v'(x) = \mathrm{e}^{-2x} \end{cases} \qquad \text{et} \qquad \begin{cases} u'(x) = 1 \\ v(x) = -\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{-2x} \end{cases}$$

On a, par intégration par parties :

$$\begin{aligned} \int_0^1 x\mathrm{e}^{-2x}\,\mathrm{d}x &= \left[-\frac{x}{2}\mathrm{e}^{-2x}\right]_0^1 - \int_0^1 -\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-2x}\,\mathrm{d}x \\ &= -\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-2} + \int_0^1 \frac{1}{2}\mathrm{e}^{-2x}\,\mathrm{d}x \\ &= -\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-2} + \left[-\frac{1}{4}\mathrm{e}^{-2x}\right]_0^1 \\ &= -\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-2} - \frac{1}{4}\mathrm{e}^{-2} + \frac{1}{4} \\ &= \frac{1}{4} - \frac{3\mathrm{e}^{-2}}{4} \end{aligned}$$